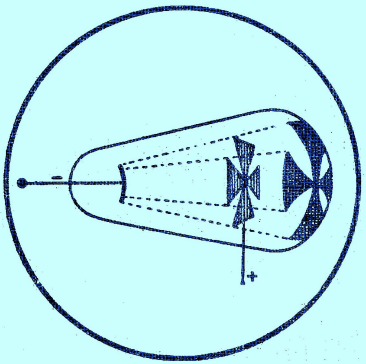
GEORGES ÈVE
Agrégé des Sciences Physiques
Professeur au Lycée Janson de Sailly

PHYSIQUE

Classes de Mathématiques
et de Sciences expérimentales



MAGNARD

AUX ÉDITIONS MAGNARD, 122, boulevard Saint-Germain - PARIS-6e

OUVRAGES DU MÊME AUTEUR

PHYSIQUE, cl. de Mathématiques et Sciences expérimentales.
PROBLEMES DE PHYSIQUE ET CHIMIE, avec solutions, cl. de Mathématiques.
SCIENCES PHYSIQUES (Physique et Chimie), cl. de Philosophie.
EXERCICES DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE, avec solutions, cl. de Philosophie.
PHYSIQUE, cl. de 1re C et Mod.
PROBLÈMES DE PHYSIQUE, avec solutions, Baccalauréat (1re partie).
PHYSIQUE, cl. de 1re A et B.
PHYSIQUE, cl. de 2e C et Mod.
PHYSIQUE, cl. de 2e A et B.
PHYSIQUE, C. C. et Ens. mod., cl. de 4e et 3e.
PROBLÈMES DE PHYSIQUE ET CHIMIE, avec solutions, B.E.P.C. et Brevets.
CHIMIE, cl. de Mathématiques et Sciences expérimentales.
CHIMIE, cl. de 1re C et Mod.
CHIMIE, cl. de 1re A et B.
CHIMIE, cl. de 2e C et Mod.
CHIMIE, cl. de 2e A et B.
CHIMIE, C. C. et Ens. mod., cl. de 4e et 3e.

QUELQUES OUVRAGES POUR LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES

PHYSIQUE, Eve.
CHIMIE, Eve.
GÉOGRAPHIE, Baron.
ALGÈBRE, Desbats.
MÉCANIQUE, Desbats.
GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE ET GÉOMÉTRIE COTEE, Desbats.
TRIGONOMÉTRIE, Foulon.
GÉOMÉTRIE, Desbats.
ARITHMÉTIQUE, Foulon.
COSMOGRAPHIE, Baize.

EXTRAIT DES PROGRAMMES OFFICIELS

DU 18 AVRIL 1947.

PHYSIQUE

CLASSES DE MATHEMATIQUES ET DE SCIENCES EXPERIMENTALES (1)

Dynamique.

Chute des corps dans le vide et dans l'air. Etude expérimentale de la chute libre. *Résistance de l'air, vitesse limite; applications.*

Relation fondamentale de la dynamique; vérifications expérimentales. Notion de masse. Application de la relation fondamentale au mouvement circulaire uniforme et au mouvement rectiligne sinusoïdal.

Pendule pesant. Etude expérimentale. Cas limite du pendule simple; pendule simple synchrone d'un pendule pesant.

Systèmes d'unités géométriques et mécaniques. Grandeurs et unités fondamentales; unités dérivées. Systèmes C.G.S., M.T.S., M.Kp.S.

Energie.

Enoncé du théorème des forces vives; *applications.*

Energie potentielle. Energie cinétique. Conservation de l'énergie mécanique dans un système isolé.

Transformations mutuelles de la chaleur et du travail. Equivalent mécanique de la calorie; détermination expérimentale. Principe de l'équivalence.

Moteurs thermiques. Principe du fonctionnement de la machine à vapeur alternative et du moteur à explosion à quatre temps. Puissance indiquée : indicateur de Watt. Puissance effective, frein de Prony. Rendement industriel et rendement théorique. *Idée du principe de Carnot;* énoncé du théorème de Carnot.

Diverses formes de l'énergie : leurs transformations. Principe de la conservation de l'énergie.

Phénomènes périodiques.

Généralités.

Généralisation du mouvement pendulaire. Mouvements pendulaires sinusoïdaux vrais ou approchés; exemples. Définition du phénomène périodique; période; fréquence.

Propagation d'un ébranlement et d'un mouvement vibratoire sinusoïdal.

Vitesse de propagation; longueur d'onde.

(1) Les passages en italique ne font pas partie du programme de Sciences expérimentales.

Composition de deux mouvements vibratoires de même période et de même direction; règle de Fresnel. Interférences.

Réflexion des ondes; ondes stationnaires.

Notions très sommaires sur les vibrations forcées et sur la résonance.

Acoustique.

Nature vibratoire du son; vitesse de propagation. Qualités physiologiques des sons musicaux; *intensité; hauteur, intervalles; définition de la gamme tempérée; timbre, harmoniques.*

Tuyaux sonores et cordes vibrantes.

Optique.

Hypothèse des vibrations lumineuses. Réalisation et interprétation d'une expérience d'interférences à franges non localisées et d'une expérience de polarisation rectiligne.

Electricité.

Induction électromagnétique; self-induction; unité de self-inductance, henry.

Principe des condensateurs; unité de capacité, farad.

Définition du courant alternatif et étude expérimentale de ses propriétés. Intensité instantanée et intensité efficace. Différence de potentiel (ou tension) instantanée et différence de potentiel (ou tension) efficace.

Etude de l'influence de la self et de la capacité. *Impédance d'une portion de circuit* (1).

Puissance moyenne : facteur de puissance.

Principe des alternateurs monophasés et des dynamos à courant continu (2).

Transformateurs; transport de l'énergie.

Oscillations électriques; principe de la télégraphie sans fil.

Emissions électroniques (existence des effets thermo-ioniques, photoélectriques; rayons cathodiques). Structure granulaire de l'électricité; négaton.

Rayons X.

Existence de corps radioactifs. Idée d'une structure de l'atome; numéro atomique; définition des isotopes.

Vue d'ensemble des radiations électromagnétiques.

---

(1) On se limitera au cas d'une portion de circuit ne contenant ni générateur, ni moteur, et on établira, par application de la règle de Fresnel, l'expression de la différence de potentiel aux extrémités de cette portion de circuit en fonction de ses caractéristiques et de l'intensité du courant.

(2) Dans le programme de Sciences expérimentales, cette phrase est remplacée par : « Principe de la production par induction d'une force électro-motrice alternative ou continue. »

CHAPITRE PREMIER

MESURE DES GRANDEURS ERREURS ABSOLUES ET ERREURS RELATIVES

Nous allons rappeler ici, en les complétant, un certain nombre de notions déjà données dans le Cours de Seconde.

1. Mesure d'une grandeur.

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur de même espèce prise pour unité.

Considérons, par exemple, la mesure d'une longueur. L'unité de longueur adoptée actuellement est le mètre.

Le mètre est la longueur à 0° comprisè entre deux traits parallèles tracés sur une barre de platine iridié déposée au Bureau international des Poids et Mesures à Sèvres.

Cette longueur est sensiblement égale à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

On utilise des multiples du mètre : décamètre (dam), hectomètre (hm), kilomètre (km), etc., et des sous-multiples : décimètre (dm), centimètre (cm), millimètre (mm), etc.

La mesure d'une longueur comporte alors la détermination du nombre de fois que la longueur considérée contient le mètre ou ses sous-multiples.

2. Mesure approchée. — La mesure d'une grandeur ne peut être qu'approchée pour les raisons suivantes :

1° ***Précision limitée des appareils de mesure.*** On ne pourra connaître le centième de millimètre dans la mesure d'une longueur faite avec une règle graduée en millimètres.

2° ***Erreurs inévitables d'exécution*** (erreurs accidentelles). Par exemple, la coïncidence entre le zéro de la règle et l'origine de la longueur à mesurer est plus ou moins bien assurée.

REMARQUE. — Dans certains cas, l'*imprécision relative à la définition même de la grandeur* limite l'approximation de la mesure. S'il s'agit de mesurer la longueur d'une table dont les côtés ne sont pas rigoureusement parallèles et les bouts arrondis, il serait illusoire de chercher à obtenir la précision du dixième de millimètre, ou même du millimètre. La longueur d'une pièce d'étoffe peut varier considérablement suivant qu'elle est plus ou moins tendue : il serait absurde de chercher une très grande précision dans cette mesure.

3. Erreur absolue. — Nous ne connaissons donc pas la mesure exacte d'une grandeur, mais seulement les limites extrêmes entre lesquelles elle est comprise; ce sont ces limites que nous devrions indiquer lorsque nous énonçons le résultat. Par exemple, avec une règle graduée en millimètres, nous trouvons qu'une certaine longueur a est comprise entre 762 mm et 763 mm. Nous devrions écrire :

$$762 \text{ mm} < a < 763 \text{ mm}.$$

On préfère donner comme mesure de a la moyenne 762,5 mm, avec une erreur possible, en plus ou en moins, de 0,5 mm : ce nombre 0,5 mm est appelé *erreur absolue.*

L'erreur absolue est le plus grand écart possible entre la grandeur à mesurer et le nombre par lequel on l'exprime.

4. Erreur relative. — Supposons que nous ayons mesuré une longueur de 1 m avec une erreur absolue de 0,5 mm, puis une longueur de 1 cm avec la même erreur absolue 0,5 mm; il est clair que la seconde mesure est moins bonne que la première. Pour juger de la précision d'une mesure, on définit alors ce qu'on appelle l'*erreur relative.*

L'erreur relative est le quotient de l'erreur absolue par le nombre qui mesure la grandeur.

Dans la mesure de 1 m à 0,5 mm près, l'erreur relative est :

$$\frac{0{,}5}{1\,000} = \frac{1}{2\,000}.$$

La seconde mesure (1 cm à 0,5 mm près) comportait une erreur relative de :

$$\frac{0{,}5}{10} = \frac{1}{20}.$$

5. Précision des résultats. — Un résultat de physique dépend en général d'un certain nombre de mesures; ainsi, la détermination du poids spécifique d'un solide comporte la mesure du poids du

corps et la mesure de son volume (ou celle du poids d'un égal volume d'eau). Le problème qui se pose au physicien est alors le suivant :

Connaissant les erreurs commises dans chacune des mesures, calculer la limite supérieure de l'erreur commise sur le résultat.

Pour faire ce calcul, on appliquera les théorèmes de mathématiques sur les erreurs, dont voici les principaux.

6. Théorème des erreurs absolues.

Dans une somme, l'erreur absolue du résultat est égale à la somme des erreurs absolues de chacun des termes.

Exemple. — Pour peser 8 kg d'un certain sel, nous avons fait huit pesées successives de 1 kg chacune; si l'erreur absolue, dans chaque pesée, était de 1 g, l'erreur absolue sur l'ensemble est de 8 g.

Dans une différence, les erreurs absolues se retranchent lorsqu'elles sont de même sens. Mais on sait rarement si l'erreur est par excès ou par défaut; on aura donc soin, pour avoir la limite supérieure de l'erreur commise sur une somme ou une différence, d'ajouter les valeur absolues des erreurs commises sur chacun des termes.

7. Théorème des erreurs relatives. — Soit y un nombre défini par la relation :

$$y = kab \quad . \tag{1}$$

dans laquelle a et b sont des nombres expérimentaux connus chacun avec une erreur absolue inférieure à Δa et Δb, et où k représente un facteur numérique connu exactement. Le maximum Δy de l'erreur commise sur y est tel que :

$$y + \Delta y = k(a + \Delta a)(b + \Delta b)$$

$$y + \Delta y = kab + kb.\Delta a + ka.\Delta b + k\Delta a.\Delta b. \tag{2}$$

Soustrayons membre à membre les équations (1) et (2) :

$$\Delta y = kb.\Delta a + ka.\Delta b + k.\Delta a.\Delta b$$

puis divisons cette dernière égalité par la relation (1) :

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{kb.\Delta a + ka.\Delta b + k.\Delta a.\Delta b}{kab}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta a}{a}.\frac{\Delta b}{b}.$$

$\frac{\Delta a}{a}$ et $\frac{\Delta b}{b}$ représentent respectivement les erreurs relatives sur a

et sur b; ce sont des termes petits dont nous pouvons négliger le produit $\frac{\Delta a}{a}.\frac{\Delta b}{b}$. Nous obtenons ainsi :

$$\frac{\Delta y}{y} \# \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

Cette relation, qui pourrait s'étendre à un nombre quelconque de facteurs, traduit le théorème suivant :

L'erreur relative commise sur un produit est égale à la somme des erreurs relatives de chacun des facteurs.

Le théorème précédent comprend, comme cas particulier, l'élévation d'un nombre x à la puissance m :

$$y = x^m \qquad \frac{\Delta y}{y} = m \frac{\Delta x}{x}.$$

Cette relation reste valable pour un exposant m fractionnaire.

Remarque. — Dans un quotient, les erreurs relatives commises sur le numérateur et sur le dénominateur se retranchent lorsqu'elles sont de même sens. Comme le plus souvent on ignore les signes des erreurs, on ajoutera leurs valeurs absolues pour avoir la limite supérieure de l'erreur possible.

8. Exemple de calcul d'erreur. — *Pour déterminer, par la méthode du flacon, la densité d'un corps solide, on a réalisé les pesées suivantes; la même tare étant maintenue dans l'un des plateaux de la balance, on amène l'aiguille au zéro en mettant successivement dans l'autre plateau :*

1° *le flacon plein d'eau et le corps* + 7,95 *g;*

2° *le flacon plein d'eau* + 42,33 *g;*

3° *le flacon contenant le corps et rempli d'eau* + 20,78 *g.*

Chaque pesée a été faite à 1 cg près. les autres causes d'erreur étant négligeables.

Calculer la densité du solide par rapport à l'eau, ainsi que la précision avec laquelle on obtient cette densité.

Poids du corps :

$$P = 42{,}33 - 7{,}95 = 34{,}38 \text{ g} \quad \text{à} \quad 0{,}02 \text{ g près.}$$

Poids du volume d'eau égal au volume du corps :

$$P' = 20{,}78 - 7{,}95 = 12{,}83 \text{ g} \quad \text{à} \quad 0{,}02 \text{ g près.}$$

Densité du corps :

$$d = \frac{P}{P'} = \frac{34{,}38}{12{,}83} = 2{,}6797.$$

CALCUL DE L'ERREUR :

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta P'}{P'} = \frac{0{,}02}{34{,}38} + \frac{0{,}02}{12{,}83}$$

$$\frac{\Delta d}{d} = 0{,}000\,58 + 0{,}001\,56 = 0{,}002\,14$$

$$\Delta d = 0{,}005\,7,$$

$$d = 2{,}679\,7 \pm 0{,}005\,7.$$

L'erreur possible étant de 5 à 6 unités du quatrième chiffre, on écrira le résultat :

$$d = 2{,}680 \quad \text{à} \quad 0{,}006 \text{ près.}$$

9. Chiffres significatifs. — On appelle ainsi les chiffres qui interviennent dans le nombre par lequel s'exprime une mesure, en ne tenant pas compte des zéros qui précèdent le premier chiffre différent de zéro. Par exemple, la longueur $l = 32{,}45$ cm est exprimée avec 4 chiffres significatifs; on peut encore l'écrire $l = 0{,}3245$ m, ou $l = 0{,}000\,324\,5$ km; les chiffres significatifs sont seulement ici : 3, 2, 4 et 5.

Un zéro peut être chiffre significatif comme dans la mesure 0,7024 m, ou encore, dans le résultat 1,540 m, si cette dernière mesure a été faite à 1 mm près.

Sans entrer dans le détail des calculs d'erreurs qui viennent d'être indiqués, on peut énoncer la règle pratique suivante, que les élèves ne devront pas oublier dans les problèmes :

Ne jamais exprimer un résultat avec un nombre de chiffres significatifs plus grand que celui des données du problème.

Le plus souvent, on pourra *se contenter de 3 chiffres significatifs.*

10. Formules d'approximation.

1° **Formules algébriques.** — Ecrivons les identités suivantes :

$$(1+e)^2 = 1 + 2e + e^2 \qquad (1-e)^2 = 1 - 2e + e^2$$

$$(1+e)(1-e) = 1 - e^2 \qquad (1+e)(1+e') = 1 + e + e' + ee'$$

$$1 + \frac{e}{2} = \sqrt{1 + e + \frac{e^2}{4}} \qquad 1 - \frac{e}{2} = \sqrt{1 - e + \frac{e^2}{4}}$$

Lorsque e et e' sont des quantités petites par rapport à l'unité, on peut négliger leurs carrés e^2 et e'^2, ainsi que leur produit ee'. Par exemple, e étant de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{1\,000}$, e^2 est de l'ordre de $\frac{1}{1\,000\,000}$ et, par suite, négligeable.

D'où les relations approchées suivantes :

$$(1+e)^2 \# 1+2e \qquad (1-e)^2 \# 1-2e$$

$$(1+e)(1-e) \# 1 \qquad (1+e)\,(1+e') \# 1+e+e'$$

$$\frac{1}{1-e} \# 1+e \qquad \frac{1}{1+e} \# 1-e$$

$$\sqrt{1+e} \# 1+\frac{e}{2} \qquad \sqrt{1-e} \# 1-\frac{e}{2}.$$

D'une façon plus générale, on aurait encore :

$$(1+e)^m \# 1+me$$

m étant un exposant positif ou négatif, entier ou fractionnaire.

Exemples :

$$(1{,}002\,73)^2 \# 1{,}005\,46.$$

$$(0.999\,86)^2 = (1-0{,}000\,14)^2 \# 1-0{,}000\,28 = 0{,}999\,72.$$

$$\frac{1}{1{,}003\,5} \# 1-0{,}003\,5 = 0{,}996\,5.$$

$$\frac{1}{0{,}999\,38} = \frac{1}{1-0{,}000\,62} \# 1{,}000\,62$$

$$\sqrt{1{,}001\,84} \# 1{,}000\,92.$$

$$\sqrt{0{,}997\,26} = \sqrt{1-0{,}002\,74} \# 1-0{,}001\,37 = 0{,}998\,63.$$

2° Formules trigonométriques. — Dans le Cours de Première, nous avons vu que, *l'angle α étant petit*, on peut confondre le sinus et la tangente avec l'arc évalué en radians :

$$\sin\alpha \# \alpha \text{ radians} \qquad \operatorname{tg}\alpha \# \alpha \text{ radians}$$

et ceci avec une approximation d'autant meilleure que l'angle α est plus petit.

Exemples :

$$\alpha = 2° = \frac{2\pi}{180} \text{ radians} = 0{,}034\,91 \text{ rad.}$$

Les tables donnent : $\sin 2° = 0{,}034\,90.$

En confondant sin 2° et arc 2°, nous commettons une erreur de l'ordre de 1/3 000.

Calculons maintenant l'erreur commise en confondant arc 5° et sin 5° :

$$\text{arc } 5° = \frac{5\,\pi}{180} = 0{,}087\,26 \text{ rad.}$$

Les tables donnent : $\sin 5° = 0{,}087\,16$.

D'où : $\sin 5° = \text{arc } 5°$ à une précision de $\frac{10}{8\,700} \# \frac{1}{800}$.

2° Pour un angle α petit, on peut confondre $\cos \alpha$ avec l'unité. Ainsi :

$$\cos 2° = 0{,}999\,05 \# 1.$$
$$\cos 5° = 0{,}995\,40 \# 1.$$

On aura une précision meilleure en utilisant la formule suivante :

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \# 1 - 2 \frac{\alpha^2}{4}.$$

$$\cos \alpha \# 1 - \frac{\alpha^2}{2}.$$

Par exemple, pour $\alpha = 3° = \frac{3\,\pi}{180}$ rad. ou $\frac{\pi}{60}$ rad., cette formule nous donne :

$$\cos 3° = 1 - \frac{\pi^2}{2 \times 60^2} = 1 - 0{,}001\,37 = 0{,}998\,63.$$

C'est précisément le nombre indiqué par une table à 5 décimales.

CHAPITRE II

NOTIONS DE CINÉMATIQUE

11. — La **Cinématique** est la science qui étudie les mouvements en général dans leurs rapports avec le temps, sans se demander quelles sont les causes physiques de ces mouvements.

12. Relativité du mouvement.

On appelle ***repères d'un mouvement*** ou ***système de comparaison*** le système invariable par rapport auquel on étudie le mouvement.

La notion de repos ou de mouvement est toute relative, car elle dépend des repères choisis : c'est ainsi qu'un voyageur assis dans une automobile en marche est au repos par rapport à la voiture et en mouvement par rapport aux arbres de la route.

En Astronomie, on étudie les mouvements de la Terre, des planètes, du Soleil, par rapport à l'ensemble des étoiles dites *fixes*, par définition.

Lorsqu'on dit qu'une pierre abandonnée à elle-même tombe suivant la verticale, on prend comme système de comparaison la Terre : c'est ce que nous ferons dans tout ce qui va suivre.

Le corps en mouvement est appelé le **mobile**; la courbe décrite par un point du corps est la **trajectoire**.

13. Equation du mouvement.

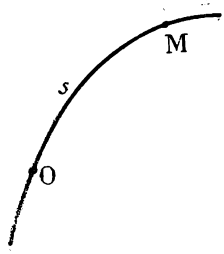


FIG. 1.

Considérons un point du corps en mouvement, le centre de gravité par exemple. La position du mobile est définie à chaque instant si l'on connaît la trajectoire et la distance du mobile à un point fixe de cette trajectoire, cette distance étant comptée le long de la trajectoire.

Soit donc O le point fixe, et M la position du mobile à un instant donné (fig. 1); l'arc OM $= s$ est une fonction du temps :

$$s = f(t).$$

Cette fonction est l'équation horaire du mouvement.

14. Mouvement rectiligne uniforme.

C'est le mouvement rectiligne dans lequel le mobile va toujours dans le même sens, les espaces parcourus étant proportionnels au temps employé à les parcourir. Le rapport constant de l'espace au temps est la *vitesse* du mouvement. Si le mouvement a lieu dans le sens positif, la vitesse est positive; elle est négative dans le cas contraire.

Si v désigne la vitesse, la distance e du mobile à l'origine est donnée par la formule :

$$e = vt + e_0.$$

e_0 représentant l'abscisse à l'origine, c'est-à-dire la position du mobile au temps $t = 0$.

Remarque. — La vitesse étant une grandeur algébrique, on peut la représenter par un vecteur porté par la droite et qui indique à la fois la grandeur et le sens de la vitesse.

15. Mouvement quelconque. Vitesse moyenne.

Soit M_1 la position du mobile sur sa trajectoire au temps t_1 et M_2 sa position au temps t_2 (fig. 2); on appelle vitesse moyenne entre les temps t_1 et t_2 la vitesse d'un mobile fictif animé d'un mouvement rectiligne uniforme et coïncidant avec M_1 au temps t_1 et avec M_2 au temps t_2. Cette vitesse peut être représentée par un vecteur $\overrightarrow{M_1V_m}$ d'origine M_1, porté par la droite M_1M_2, et dont la valeur algébrique est :

$$\overrightarrow{M_1V_m} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$$

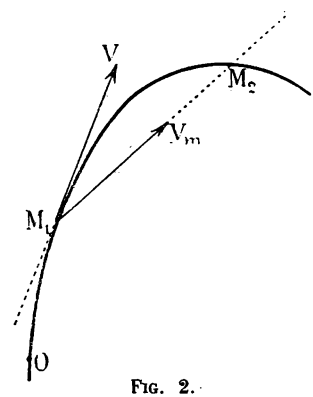


Fig. 2.

La vitesse est représentée par un vecteur

16. Vitesse vraie à un instant donné.

On appelle vitesse à l'instant t_1 la limite vers laquelle tend en grandeur, direction et sens, le vecteur vitesse moyenne entre t_1 et t_2 quand t_2 tend vers t_1; on obtient comme limite un vecteur qu'on appelle le *vecteur vitesse*.

Quand M_2 tend vers M_1, la droite M_2M_1 a pour position limite la tangente en M_1 à la trajectoire. Cherchons la grandeur, c'est-à-dire la valeur absolue du vecteur vitesse.

On peut écrire :

$$M_1V_m = \frac{\text{corde } M_1M_2}{t_2 - t_1} = \frac{\text{corde } M_1M_2}{\text{arc } M_1M_2} \cdot \frac{\text{arc } M_1M_2}{t_2 - t_1}.$$

Si $s = f(t)$ est l'équation horaire du mouvement :

$$M_1V_m = \frac{\text{corde } M_1M_2}{\text{arc } M_1M_2} \cdot \left| \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \right|$$

Or, quand t_2 tend vers t_1, le rapport $\frac{\text{corde } M_1M_2}{\text{arc } M_1M_2}$ tend vers 1 et le rapport $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}$ a pour limite la valeur absolue de la dérivée de $f(t)$ pour $t = t_1$; c'est donc cette limite qui mesure la valeur absolue de la vitesse.

En tenant compte de l'orientation de la trajectoire et en examinant les différents cas possibles, on arrive au résultat suivant :

A chaque instant, le vecteur vitesse est porté par la tangente à la trajectoire; si la tangente est orientée dans le même sens que la courbe, la mesure algébrique du vecteur vitesse est la dérivée de l'abscisse curviligne :

$$\boxed{v = \frac{ds}{dt}}$$

Nous allons étudier quelques mouvements très simples que nous aurons l'occasion de rencontrer par la suite.

ETUDE DE QUELQUES MOUVEMENTS SIMPLES

17. Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

La trajectoire est une droite, et la vitesse augmente de quantités égales dans des temps égaux; ***l'augmentation de vitesse par unité de temps est l'accélération.***

Si l'on désigne l'accélération par γ, la vitesse du mobile à un instant donné t a pour expression :

$$\boxed{v = \gamma t + v_0.}$$

v_0 étant la vitesse initiale, c'est-à-dire la vitesse du mobile à l'instant $t = 0$.

Comme la vitesse est la dérivée de l'espace par rapport au temps, on obtiendra la valeur de e en prenant la primitive de v, c'est-à-dire la fonction qui admet v comme dérivée :

$$e = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + c^{te}.$$

Si l'origine des espaces coïncide avec l'origine des temps ($e = 0$ pour $t = 0$), la constante de l'équation précédente est nulle; donc .

$$\boxed{e = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t.}$$

Les équations du mouvement uniformément accéléré sont alors les suivantes :

$$\begin{cases} e = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t & (1) \\ v = \gamma t + v_0 & (2) \\ v^2 = {v_0}^2 + 2\gamma e & (3) \end{cases}$$

l'équation (3) étant obtenue en éliminant t entre les équations (1) et (2).

Dans le cas particulier où le mobile part du repos sans vitesse initiale ($v_0 = 0$), ces équations deviennent :

$$\begin{cases} e = \frac{1}{2}\gamma t^2 \\ v = \gamma t \\ v^2 = 2\gamma e. \end{cases}$$

Nous rencontrerons un exemple de mouvement uniformément accéléré dans la chute libre d'un corps sous l'influence de son poids.

18. Théorème. — ***Dans un mouvement rectiligne uniformément accéléré, les espaces parcourus pendant des unités de temps successives forment une progression arithmétique dont la raison est l'accélération du mouvement.***

Soit, en effet, l'équation générale d'un mouvement uniformément accéléré :

$$e = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + e_0.$$

Les abscisses du mobile aux instants t et $t + 1$ sont respectivement :

$$\begin{cases} e_t = \frac{1}{2}\gamma t^2 + v_0 t + e_0 \\ e_{t+1} = \frac{1}{2}\gamma(t+1)^2 + v_0(t+1) + e_0 \end{cases}$$

et l'espace parcouru de l'instant t à l'instant $t + 1$ a pour valeur :

$$e_{t+1} - e_t = \gamma t + \frac{\gamma}{2} + v_0.$$

Si l'on fait successivement $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, etc., l'expression précédente représente bien le terme général d'une progression arithmétique de raison γ.

19. Mouvement rectiligne uniformément retardé.

L'accélération γ peut être dirigée en sens contraire du mouvement; si cette accélération γ est constante, on dit que le mouvement est uniformément retardé.

On obtiendra les équations de ce mouvement en changeant, dans les relations (1), (2) et (3), le signe des termes qui contiennent γ :

$$\begin{cases} e = v_0 t - \frac{1}{2}\gamma t^2 \\ v = v_0 - \gamma t \\ v^2 = v_0^2 - 2\gamma e. \end{cases}$$

Le mobile, dont la vitesse décroît, s'arrête lorsque $v = 0$. c'est-à-dire lorsque :

$$t = \frac{v_0}{\gamma} \qquad \text{et} \qquad e = \frac{v_0^2}{2\gamma}.$$

Un exemple de mouvement uniformément retardé nous sera donné par le mouvement d'un corps pesant lancé verticalement vers le haut, lorsque la résistance de l'air est négligeable.

20. Mouvement circulaire uniforme.

La trajectoire est une circonférence, et le mobile parcourt des arcs égaux dans des temps égaux; l'espace parcouru par unité de temps est la vitesse v.

La vitesse étant représentée par un vecteur, les vitesses se composent géométriquement comme les forces. Dans le mouvement circu-

laire uniforme, bien que la vitesse n'ait pas changé en grandeur, comme elle a changé en direction, il y a eu *variation géométrique du vecteur vitesse* et, par suite, accélération, comme nous allons le montrer.

Calcul de l'accélération (1). — Soient A et B deux positions du mobile aux instants t et $t + \Delta t$, $\overrightarrow{AV_1}$ et $\overrightarrow{BV_2}$ les vitesses à ces instants, égales en grandeur à v (fig. 3). Par le point A, menons le vecteur $\overrightarrow{AD}$ équipollent (2) à $\overrightarrow{BV_2}$. L'augmentation géométrique de vitesse de A à B est représentée par le vecteur $\overrightarrow{V_1D}$. Par définition, l'**accélération moyenne** est la variation géométrique du vecteur vitesse par unité de temps :

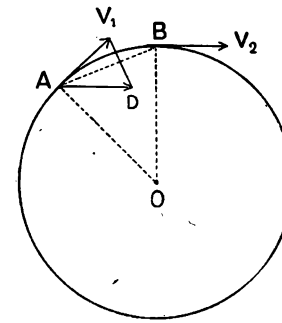


FIG. 3.

$$\text{accélération moyenne} = \frac{\overrightarrow{V_1D}}{\Delta t}.$$

L'**accélération vraie** au point A est la limite vers laquelle tend l'accélération moyenne $\frac{\overrightarrow{V_1D}}{\Delta t}$ lorsque B se rapproche de A, c'est-à-dire lorsque Δt tend vers zéro.

La similitude des triangles AOB et V_1AD permet d'écrire :

$$\frac{V_1D}{AB} = \frac{AV_1}{OA}$$

et, en désignant par R le rayon de la circonférence :

$$V_1D = \frac{v}{R} \cdot AB.$$

$$\text{Accélération moyenne} = \frac{V_1D}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot \frac{AB}{\Delta t}.$$

$$\text{Accélération vraie} = \gamma = \lim. \frac{v}{R} \cdot \frac{AB}{\Delta t} \text{ lorsque } \Delta t \text{ tend vers zéro}$$

(1) C'est à dessein que nous calculons l'accélération sans utiliser l'*hodographe*, que les élèves verront dans leur Cours de Mécanique.

(2) Deux vecteurs sont dits *équipollents*, lorsqu'ils sont parallèles, égaux et de même sens.

Comme $\frac{v}{R}$ est constant, on peut encore écrire :

$$\gamma = \frac{v}{R} \cdot \lim \frac{AB}{\Delta t}.$$

Or, à la limite, la corde AB se confond avec l'arc, et le rapport $\frac{\text{arc AB}}{\Delta t}$ est égal à la vitesse v. Donc :

$$\boxed{\gamma = \frac{v^2}{R}.}$$

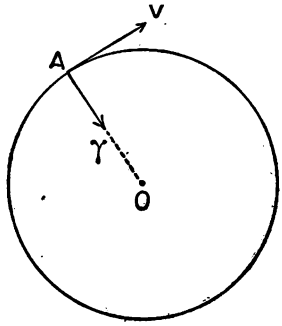


Fig. 4.

Dans le mouvement circulaire uniforme, l'accélération γ est normale à la trajectoire et dirigée vers le centre.

Lorsque B se rapproche de A, l'angle $\widehat{V_1AD}$, égal à $\widehat{AOB}$, tend vers zéro et les angles en V_1 et D tendent vers 90°; le vecteur $\vec{V_1D}$ devient alors perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{AV_1}$. Aussi, représente-t-on l'accélération γ au point A par *un vecteur* $\vec{A\gamma}$, *d'origine* A, *normal à la trajectoire et dirigé vers le centre* (fig. 4).

Vitesse angulaire. — ***On appelle vitesse angulaire l'angle*** ω ***balayé par le rayon*** OA ***dans l'unité de temps,*** cet angle étant exprimé en radians.

Pendant l'unité de temps, l'arc parcouru est égal à la vitesse v, appelée encore vitesse linéaire (fig. 5); la vitesse angulaire ω est alors égale au quotient de l'arc v par le rayon R :

$$\omega = \frac{v}{R} \quad \text{où :} \quad \boxed{v = \omega R.}$$

D'où une nouvelle expression de l'accélération :

$$\gamma = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R}$$

$$\boxed{\gamma = \omega^2 R.}$$

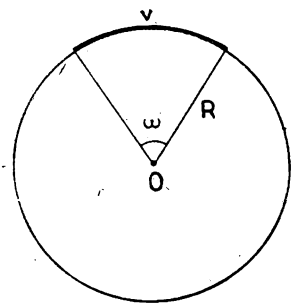


Fig. 5.

L'angle ω, exprimé en radians, représente la vitesse angulaire.

21. Mouvement curviligne quelconque.

Supposons maintenant que la trajectoire du mobile soit une courbe plane quelconque.

La direction et la grandeur du vecteur accélération sont déterminées si l'on connaît ses projections sur la tangente et sur la normale à la trajectoire au point considéré (fig. 6). Les grandeurs de ces projections sont données par les relations suivantes :

La **composante tangentielle de l'accélération** a pour valeur la dérivée de la vitesse par rapport au temps :

$$\gamma_T = \frac{dv}{dt}.$$

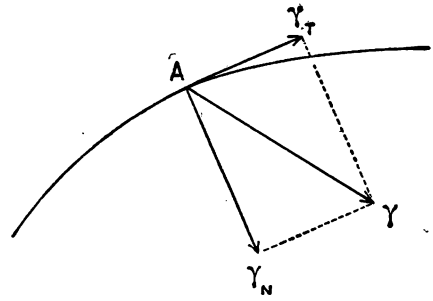


FIG. 6.
Composantes tangentielle et normale de l'accélération.

La **composante normale de l'accélération**, dirigée vers la concavité de la trajectoire, a pour valeur :

$$\gamma_N = \frac{v^2}{R}$$

v étant la vitesse et R le rayon de courbure (1) de la trajectoire au point considéré.

CONCLUSION. — 1° Pour que $\gamma_N = 0$, il faut que $R = \infty$. La trajectoire est alors une droite.

Dans le mouvement rectiligne, l'accélération normale est nulle.

2° Pour que $\gamma_T = 0$, il faut que $\frac{dv}{dt} = 0$, c'est-à-dire $v =$ constante.

Lorsque le mobile décrit sa trajectoire d'un mouvement uniforme, la composante tangentielle de l'accélération est nulle : *l'accélération est alors normale à la trajectoire.* Nous l'avons déjà vu dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme.

(1) Deux normales infiniment voisines se rencontrent au *centre de courbure.* La distance du centre de courbure au point considéré de la courbe est le *rayon de courbure.*

DYNAMIQUE

CHAPITRE III

CHUTE DES CORPS DANS LE VIDE

22. — Dans le *Cours de Seconde*, nous avons étudié les **manifestations statiques des forces.** Parmi ces forces, nous avons en particulier considéré l'action de la terre sur un corps; cette action se réduit à une *force verticale, dirigée vers la terre*, appelée *poids du corps*. En première approximation, le poids d'un corps peut être considéré comme constant dans un espace assez grand.

Nous allons maintenant étudier les **manifestations dynamiques** des forces, c'est-à-dire la relation entre les forces et les mouvements qu'elles produisent. Nous commencerons par rechercher la **loi du mouvement que prend un corps sous l'influence de son poids.**

LOIS DE LA CHUTE DES CORPS

23. Première loi. — ***En chute libre, un corps tombe suivant la verticale.***

Pour le vérifier, repérons, à l'aide d'un fil à plomb, le point C du sol situé sur la verticale du point B (fig. 7). Plaçons en C un morceau de craie, et brûlons le fil qui soutient le corps A suspendu au point B : le corps en tombant vient écraser le morceau de craie.

24. Deuxième loi. — ***Dans le vide, tous les corps tombent également vite.***

Si une balle de plomb et une feuille de papier, par exemple, ont des vitesses de chute différentes dans l'air, cela tient à ce que l'air

oppose au mouvement une force appelée *résistance de l'air*. De même, certains corps, comme un ballon de baudruche gonflé à l'hydrogène, s'élèvent dans l'air parce que la poussée d'Archimède est supérieure à leur poids. Mais, dans le vide, tous ces corps auraient même loi de chute, comme le montre l'expérience du tube de Newton.

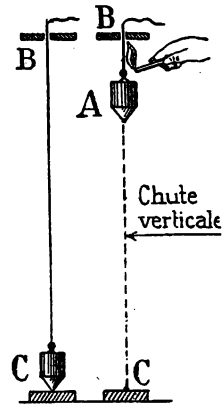


FIG. 7.
Le corps A tombe suivant la verticale.

25. Tube de Newton. — L'appareil se compose d'un tube cylindrique en verre de 1 à 2 mètres de longueur, muni d'un robinet permettant de faire le vide (fig. 8). Il contient des corps divers, comme une bille de plomb, une balle de liège, une plume, un morceau de papier. Le tube étant d'abord plein d'air, tenons-le verticalement, puis retournons-le brusquement de 180°, autour d'un axe horizontal : la bille de plomb arrive la première au fond du tube et la feuille de papier la dernière. Si maintenant on fait le vide dans l'appareil et qu'on recommence l'expérience, tous les corps arrivent en même temps au fond du tube. En laissant rentrer l'air peu à peu, le retard s'accentue entre la chute des corps lourds et celle des corps légers.

FIG. 8.
Tube de Newton

A vrai dire, la précision de l'expérience du tube de Newton est médiocre; mais nous verrons, plus tard, que le pendule permet de vérifier la loi avec une grande précision (§ 105, 3°).

26. REMARQUE. — Galilée, bien avant Newton, avait montré que la durée de la chute est à peu près égale pour les corps assez lourds, *même dans l'air*. Pour cela, il lâchait simultanément, en haut de la tour de Pise, des sphères de différents métaux et d'ivoire : les sphères métalliques atteignaient le sol à peu près en même temps et la sphère d'ivoire le touchait un peu après.

Nous pouvons en conclure que la résistance de l'air est négligeable sur un corps de grand poids spécifique, au moins pendant les premières secondes de chute, car il n'en serait plus de même par la suite, la résistance de l'air augmentant avec la vitesse : *sur une distance de quelques mètres, la chute d'un corps lourd est pratiquement la même dans l'air que dans le vide.*

Il s'ensuit que, pour étudier la loi de chute dans le vide, nous pourrons opérer dans l'air, à condition de choisir des corps de grand

poids spécifique et de forme telle qu'ils n'offrent à la résistance de l'air qu'une faible surface.

27. Troisième loi. — ***Dans le vide, le mouvement de chute libre d'un corps est un mouvement uniformément accéléré.***

Si nous désignons par g l'accélération de ce mouvement, par e l'espace parcouru et par v la vitesse à l'instant t (la vitesse initiale étant nulle), les équations sont alors les suivantes :

$$e = \frac{1}{2} g t^2. \qquad v = g t.$$

ce qui peut encore s'énoncer :

a) Loi des espaces. — ***Les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir.***

b) Loi des vitesses. — ***La vitesse à un instant donné est proportionnelle au temps,*** compté à partir de l'origine du mouvement.

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE

28. — Le mouvement de chute libre d'un corps est beaucoup trop rapide pour qu'on puisse vérifier directement les lois précédentes en chronométrant le temps de chute. Aussi a-t-on utilisé l'enregistrement graphique (appareil de Morin et appareil à lame vibrante) ou la photographie instantanée du corps à intervalles réguliers (chronophotographie). Nous allons étudier successivement ces diverses méthodes.

29. Appareil de Morin.

Description. — L'appareil de Morin se compose d'un cylindre d'axe vertical, de 1 à 2 m de hauteur, pouvant tourner d'un mouvement uniforme autour de son axe (fig. 9). Sur le cylindre a été enroulée une feuille de papier. Un corps lourd, ordinairement en laiton, de forme cylindro-conique afin de diminuer la résistance de l'air, peut tomber librement le long du cylindre, sa chute étant guidée par deux fils verticaux tendus (fig. 10). Le corps qui tombe est muni d'un stylet qui appuie légèrement sur le cylindre au moyen d'un ressort.

Pour obtenir le mouvement de *rotation uniforme* du cylindre, le procédé le plus simple consiste à utiliser un *petit moteur électrique* dont un *volant assez lourd*, solidaire du cylindre et tournant autour du même axe, régularise le mouvement (§ 118).

Inscription de la courbe. — Supposons d'abord le cylindre immobile; si l'on fait tomber le corps, le stylet trace sur le papier une droite verticale. Si, maintenant, le corps étant immobile, le cylindre tourne, le stylet inscrit une circonférence qui, une fois le papier développé, donne une droite horizontale. Enfin le cylindre tournant d'un mouvement uniforme, faisons tomber le corps; le stylet inscrit une courbe sur le papier, et l'étude de cette courbe nous permettra de vérifier les lois du mouvement.

Etude de la courbe. — Déroulons le papier. Nous voyons que le stylet a tracé une courbe d'allure parabolique qui est effectivement

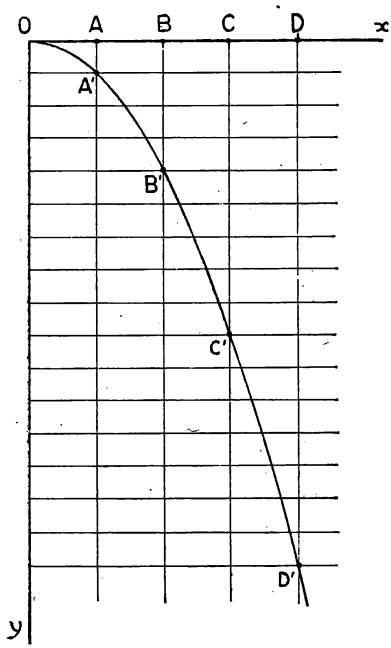


FIG. 11.
La courbe de l'appareil Morin est une parabole d'axe vertical.

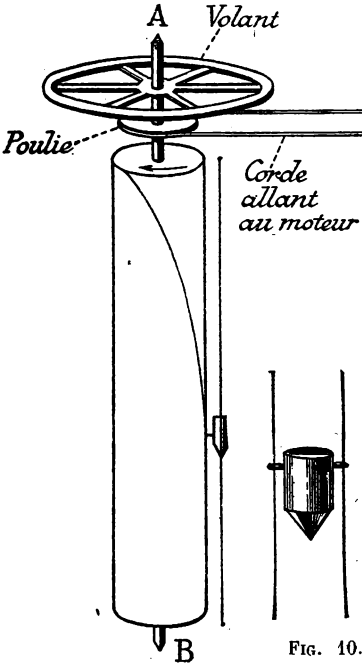


FIG. 9.
Schéma de l'appareil de Morin.

FIG. 10.
Les fils verticaux guident le corps dans sa chute.

une parabole, ainsi que nous allons le vérifier. Pour cela, sur l'horizontale Ox, à partir du sommet O de la courbe (fig. 11), portons des longueurs égales OA, AB, BC, CD, etc. Le mouvement de rotation du cylindre étant uniforme, ces longueurs correspondent à des temps égaux, que nous pouvons prendre comme unité de temps. Menons les verticales passant par les points A, B, C, etc., jusqu'à leur rencontre avec la courbe, en A′, B′, C′, etc. : AA′ représente l'espace parcouru par le corps pendant la première unité de temps, BB′ l'espace parcouru pendant les deux premières unités de temps, etc.

En mesurant ces longueurs, nous constatons que :

$$BB' = 4\,AA' = AA' \times 2^2$$

$$CC' = 9\,AA' = AA' \times 3^2$$

$$DD' = 16\,AA' = AA' \times 4^2, \text{ etc.}$$

Les espaces parcourus à partir de l'origine du mouvement sont donc proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir, ce qui caractérise le mouvement uniformément accéléré.

Equation de la courbe. — Les abscisses x étant proportionnelles au temps, on peut écrire :

$$x = kt,$$

k étant une constante qui dépend de la vitesse de rotation du cylindre.

D'autre part, les ordonnées y sont proportionnelles aux carrés des temps :

$$y = \frac{1}{2} g t^2,$$

g désignant l'accélération de la pesanteur.

En éliminant t entre ces deux équations, on obtient :

$$y = \frac{g}{2k^2} x^2.$$

C'est bien l'équation d'une *parabole* de sommet O et d'axe Oy.

Autres procédés d'étude de la courbe. — La courbe étant tangente à l'axe horizontal, il y a indétermination sur la position du sommet O. On évite cette cause d'erreur en procédant comme suit :

1° Sans connaître le sommet de la courbe, on peut vérifier la loi de la chute des corps en utilisant la propriété suivante (§ 18) :

Dans un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus pendant les unités de temps successives forment une progression arithmétique, dont la raison est l'accélération du mouvement.

A partir d'un point A quelconque, on prend sur un axe horizontal des longueurs égales AB, BC, CD, etc. (fig. 12).

Il suffit de vérifier que :

$$B_1C' - A_1B' = C_1D' - B_1C' = \ldots$$

2° Puisque e est proportionnel à t^2, $\sqrt{e}$ est proportionnel à t, et on peut écrire :

$$\sqrt{e} = at,$$

a étant une constante. La courbe représentant $\sqrt{e}$ en fonction de t est donc une droite passant par l'origine.

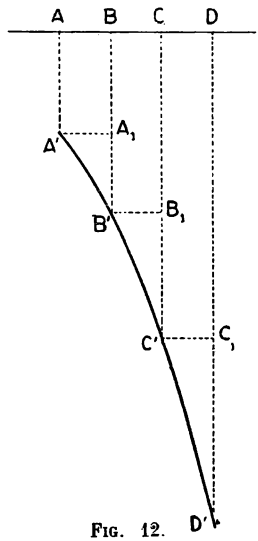


FIG. 12.

Les longueurs A_1B', B_1C', C_1D', forment une progression arithmétique.

Il suffit alors, pour des abscisses quelconques, de mesurer e et de porter $\sqrt{e}$ en ordonnées, à une échelle arbitraire. Les points ainsi trouvés sont en ligne droite; en prolongeant cette droite jusqu'à sa rencontre avec l'axe des temps, on détermine l'origine O (fig. 13).

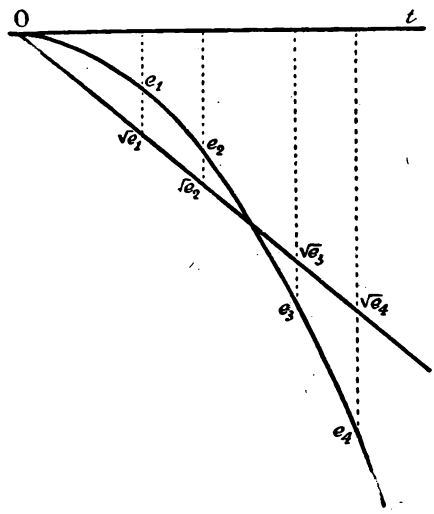


FIG. 13.

$\sqrt{e}$ est proportionnel à t.

30. Appareil à lame vibrante.

Description. — Un corps lourd P, analogue à celui de la machine de Morin, est guidé dans sa chute par deux fils verticaux F et F' (fig. 14). Sur le corps est fixé une lame métallique vibrante L portant un style dont la pointe appuie légèrement sur une feuille de papier verticale M.

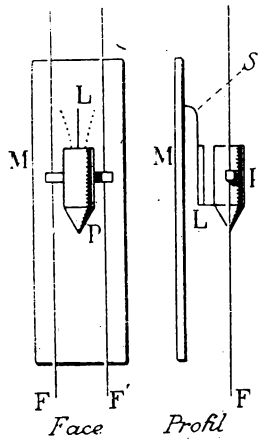


FIG. 14.
Appareil à lame vibrante.

Expérience. — Lorsque la lame est écartée de sa position d'équilibre, elle vibre de part et d'autre de cette position; *le temps θ qui sépare deux passages successifs de la lame par sa position d'équilibre est constant.*

Le poids P étant fixe, la lame vibrante inscrit sur le papier un segment de droite horizontale.

Faisons tomber le poids P sans faire vibrer la lame : le style trace sur le papier une droite verticale Oy.

Le poids ayant repris sa position première à la partie supérieure du papier, faisons vibrer la lame et laissons tomber le poids : le style trace une courbe sinueuse (fig. 15).

Etude de la courbe. — Soient A, B, C, D, E, etc., les points où la courbe rencontre la verticale Oy; ces points correspondent au passage de la lame par sa position d'équilibre. Donc, les espaces AB, BC, CD, DE, sont parcourus pendant des intervalles de temps successifs égaux à θ.

Mesurons ces espaces; nous constatons que les nombres ainsi obtenus forment une *progression arithmétique*, ce qui prouve que le mouvement de chute est uniformément accéléré.

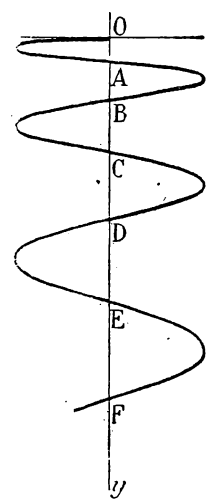


FIG. 15.
Courbe tracée par la lame vibrante.

31. Chronophotographie.

Devant un fond noir, on laisse tomber une petite sphère métallique peinte en blanc et on éclaire vivement la bande verticale qu'elle doit parcourir. Pour photographier à intervalles réguliers la bille en mouvement, on fait tourner d'un mouvement uniforme, devant l'objectif d'un appareil photographique, un disque percé de fenêtres régulièrement disposées sur le disque (fig. 16). On obtient ainsi sur la plaque photographique, après développement, une série d'images a, b, c, d, ..., de la bille (fig. 17), qui correspondent aux positions de la bille à des intervalles de temps égaux.

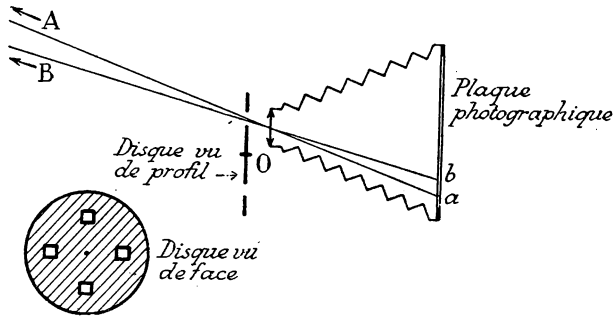


FIG. 16. — Schéma de la chronophotographie.

Comme il y a proportionnalité entre les espaces parcourus effectivement par la sphère et les distances de ses images, il suffira d'étudier le cliché pour vérifier la loi de la chute libre. Pour cela, on mesure avec une grande précision, au 1/100 de millimètre par exemple, les distances des centres des images *a*, *b*, *c*... On peut ainsi vérifier que les nombres *ab*, *bc*, *cd*, ..., forment une progression arithmétique.

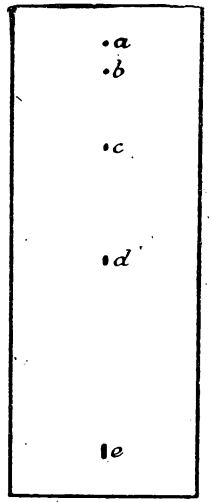


FIG. 17.
Cliché obtenu en photographiant à intervalles réguliers une bille qui tombe en chute libre.

32. Application numérique. — *En supposant négligeable la résistance de l'air, quel temps mettrait un corps pour tomber du haut de la Tour Eiffel et quelle serait sa vitesse en arrivant au sol ?*

Hauteur de la Tour Eiffel : 300 *mètres.*
Accélération de la pesanteur : 9,81 *m/s/s.*

Les deux équations suivantes, qui caractérisent le mouvement uniformément accéléré, permettent de résoudre le problème :

$$\begin{cases} e = \dfrac{1}{2}\, gt^2 \\ v^2 = 2ge \end{cases}$$

$$300 = \frac{1}{2} \times 9{,}81\, t^2, \qquad t^2 = \frac{600}{9{,}81} = 61{,}2.$$

$$\boxed{t = 7{,}82 \text{ s.}}$$

$$v^2 = 2 \times 9{,}81 \times 300 = 5\,886.$$

$$\boxed{v = 76{,}7 \text{ m/s.}}$$

PROBLÈMES

1. Un corps tombe en chute libre en un lieu où l'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8$ m/s/s. Au bout de combien de temps sa vitesse atteindra-telle 50 kilomètres à l'heure, et quel espace aura-t-il alors parcouru ?
On négligera la résistance de l'air.

2. Quel temps mettrait un corps pour tomber en chute libre d'une hauteur de 20 mètres ? Quelle serait sa vitesse en arrivant au sol ?
On négligera la résistance de l'air et on prendra $g = 9{,}81$ m/s/s.

3. Le cylindre inscripteur d'une machine de Morin a comme hauteur 1,80 m. Il fait un tour pendant que la masse dont on étudie la chute parcourt exactement la hauteur du cylindre. On demande le nombre de tours par seconde du cylindre.

$g = 9{,}81$ cm/s^2. (*Bacc. Philosophie*, Paris, 1941.)

4. De quelle hauteur faut-il laisser tomber un corps dans le vide pour lui faire acquérir une vitesse de 30 m par seconde ?
On prendra $g = 10$ m/s^2.

(*Bacc. Philosophie*, Aix-Marseille, 1941.)

5. Un disque circulaire pouvant tourner autour d'un axe horizontal passant par son centre porte N ouvertures très petites équidistantes sur une circonférence. Il est placé juste devant l'objectif d'un appareil photographique de façon que, pendant la rotation, les centres des ouvertures périphériques rencontrent l'axe principal de l'objectif et que les points de rencontre puissent être confondus avec le centre optique de l'objectif.
Ce disque est animé d'un mouvement circulaire uniforme et tourne avec une vitesse de n tours par seconde; devant l'objectif, on laisse tomber suivant une verticale rencontrant l'axe optique une petite bille fortement éclairée en chute libre.

1° Calculer l'intervalle de temps θ qui sépare les passages de deux ouvertures successives devant le centre optique de l'objectif.

2° Montrer qu'après développement de la plaque on trouvera sur celle-ci des points images de la bille, que l'on désignera par la suite des lettres a, b, c, d, etc., et que les distances ab, bc, cd, etc., augmentent en progression arithmétique. Connaissant l'accélération g de la pesanteur et le grandissement γ de l'objectif calculer la raison r de la progression.

3° On donne :

$N = 10$ et $n = 5$;
$ab = 4{,}018$ cm;
$bc = 4{,}214$ cm;
$cd = 4{,}410$ cm.

Distance focale de l'objectif : $f = 20$ cm.
Distance de la verticale de chute à l'objectif, $p = 60$ cm.
Se servir de ces données pour calculer g.

4° Calculer la vitesse de la bille au moment de l'enregistrement du point a sur la plaque. Calculer également la durée de chute qui s'est écoulée entre le moment du lâcher de la bille et le moment d'enregistrement du point a.

(*Bacc. Math.*, Sénégal, 1939.)

6. 1° Un diapason inscrit ses vibrations sur une plaque enfumée mobile. On mesure les longueurs occupées sur la plaque par l'enregistrement de cinq vibrations consécutives. On trouve pour ces longueurs :

AB = 13 mm, BC = 29 mm, CD = 45 mm. DE = 61 mm, EF = 77 mm.

Montrer que ces mesures vérifient que le mouvement de la plaque est uniformément accéléré. Trouver la relation qui existe entre l'accélération γ du mouvement de la plaque et la période T du diapason.

2° Trouver la longueur AM parcourue par la plaque pendant la première demi-vibration.

3° On inscrit en même temps sur la plaque des signaux séparés par un intervalle de 0.2 seconde. Le premier de ces signaux est en M, le deuxième en F. Calculer le nombre de vibrations par seconde du diapason et sa période T.

4° Calculer l'accélération γ du mouvement de la plaque et sa vitesse initiale v_0 (au moment de l'enregistrement du point A).

(*Bacc. Math.*, Grenoble 1936.)

7. Quatre résistances AB, BC, CD, DA sont disposées le long des côtés d'un parallélogramme. On a : AB = 30 ohms, BC = 15 ohms, CD = 25 ohms. Selon la diagonale AC on place un générateur de force électromotrice 3 volts et de résistance interne 10 ohms, et selon la diagonale BD une résistance de 5 ohms.

1° Quelle valeur x faut-il donner à la résistance DA pour qu'aucun courant ne passe dans BD ?

2° La résistance DA répondant à la condition ci-dessus se trouve être coupée à l'instant t_1 et la résistance DC à l'instant postérieur t_2. Exprimer en fonction de $t = t_2 - t_1$ la quantité d'électricité qui a traversé BD.

3° On suppose que cette quantité d'électricité, mesurée par un appareil convenable placé dans la portion de circuit BD, est égale à 0,006 coulomb.

L'instant t_1 est déterminé par le début de la chute d'un poids, l'instant t_2 par la fin de la chute, après le parcours d'une hauteur h = 45 cm. En déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur au lieu de l'expérience.

Admettant que l'erreur relative sur la mesure de t par ce procédé soit de 1 % et que l'erreur sur la mesure de h soit négligeable, quelle est l'erreur absolue possible sur la valeur de g ?

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Poitiers, 1945.)

CHAPITRE IV

RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

33. — La dynamique est la science qui étudie les relations entre les forces et les mouvements qu'elles produisent.

La dynamique repose sur un principe que nous allons énoncer, nous indiquerons ensuite quelques expériences qui nous feront mieux comprendre le sens de ce principe.

Rappelons cependant qu'on ne démontre pas les principes : on les admet. Ils trouvent ultérieurement leur justification lorsque les conséquences que l'on en peut tirer s'accordent avec les faits.

34. Principe fondamental.

Le principe de la dynamique est énoncé pour un *point matériel*, c'est-à-dire un corps de dimensions très petites. Il s'applique encore sans modification à un *corps solide quelconque animé d'un mouvement de translation*. Dans un tel corps, que l'on peut considérer comme formé de points matériels invariablement liés, chacun des points a, en effet, même vitesse lorsqu'il s'agit d'un mouvement de translation.

1° **Inertie de la matière.** — Dans le *Cours de Seconde*, nous avons admis l'*inertie* de la matière, propriété de la matière de ne pouvoir se mettre en mouvement ni modifier sa vitesse sans le secours d'une force. Il en résultait la définition suivante de la force :

On appelle force toute cause capable de produire ou de modifier le mouvement d'un corps.

De cette définition de la force résulte la proposition suivante :

Lorsqu'un point matériel n'est soumis à aucune force : s'il est au repos, il reste au repos; s'il est en mouvement, son mouvement est rectiligne et uniforme.

2° **Mouvement produit par une force constante.** — ***Lorsque, sur un point matériel primitivement au repos, agit une force constante en grandeur et en direction, le point matériel prend un mouvement uniformément accéléré, dans la direction de la force.***

Ainsi, le poids d'un corps étant une force pratiquement constante dans un espace assez grand, le mouvement de chute libre d'un corps sous l'influence de son poids est un mouvement uniformément accéléré. Nous l'avons vérifié dans le chapitre précédent.

3° **Proportionnalité des accélérations aux forces.** — ***Toute force appliquée à un point matériel lui communique une accélération dirigée dans le sens de la force et proportionnelle à cette force.***

Nous admettons également l'indépendance des effets des forces : *si plusieurs forces agissent simultanément sur un point matériel, elles lui communiquent, chacune dans sa propre direction et indépendamment les unes des autres, une accélération proportionnelle à la force;* l'accélération résultante est alors égale à la somme géométrique des accélérations partielles.

35. Définition de la masse. — Dans le *Cours de Seconde*, nous avons indiqué que le résultat d'une pesée effectuée à l'aide de la balance est indépendant du lieu. Cela tient à ce que, si le poids du corps varie d'un lieu à l'autre, le poids du gramme varie dans le même rapport. La balance mesure alors la **masse du corps,** c'est-à-dire ***le rapport invariable qui existe entre le poids du corps et le poids du gramme.***

La masse est une constante absolue pour un corps déterminé; les principes de la dynamique vont nous permettre de préciser cette notion de masse.

36. Formule fondamentale de la dynamique.

D'après le principe de la dynamique, la force F appliquée à un corps est proportionnelle à l'accélération γ que lui communique cette force.

D'autre part, pour communiquer une même accélération γ à divers corps, il faut leur appliquer des forces proportionnelles à leurs masses; par exemple, pour obtenir sur une voie horizontale le même mouvement uniformément accéléré, une locomotive doit exercer sur sa barre d'attelage une force d'autant plus grande que la masse à entraîner est plus grande : si la masse à entraîner est double, la force doit être double.

La force étant ainsi proportionnelle à la fois à la masse et à l'accélération produite, on peut écrire :

$$\vec{F} = k m \vec{\gamma}$$

k étant une constante de proportionnalité qui dépend des unités employées. Les flèches sur F et sur γ rappellent que la force et l'accélération sont deux grandeurs vectorielles.

Dans un système cohérent d'unités, on choisit l'unité de force de telle sorte que le coefficient k de l'expression précédente soit égal à l'unité. Le principe de la dynamique se traduit alors par la formule fondamentale :

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{\gamma}.}$$

37. Définition dynamique de la masse.
La relation précédente nous donne :

$$m = \frac{F}{\gamma}$$

d'où la définition suivante :

La masse d'un corps est le rapport constant entre la force F agissant sur ce corps et l'accélération γ que cette force lui communique.

La masse mesure ainsi l'*inertie* du corps, c'est-à-dire sa propriété de résister aux variations de vitesse dues à l'action des forces. En effet, pour une même force agissante, l'accélération est d'autant plus petite et, par suite, la vitesse augmente d'autant moins vite que la masse du corps est plus grande.

38. Propriétés de la masse.

1° En un même lieu, la masse et le poids sont des grandeurs proportionnelles.

Désignons par P le poids d'un corps et m sa masse. En chute libre, sous l'influence de son poids, le corps prend une accélération g. La formule de la dynamique donne alors :

$$\boxed{P = mg.}$$

Nous verrons que g varie d'un lieu à l'autre de la Terre. Le poids d'un corps n'est donc pas une constante comme la masse; le poids dépend de l'endroit où se trouve le corps.

2° La masse d'un ensemble de corps est égale à la somme des masses de chacun d'eux.

Désignons par m_1, m_2, m_3, ..., les masses de corps ayant respectivement pour poids P_1, P_2, P_3, ..., en un lieu où l'accélération de la pesanteur est g :

$$P_1 = m_1 g, \qquad P_2 = m_2 g, \qquad P_3 = m_3 g, \ldots$$

L'ensemble des corps a un poids $P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots$ ou :

$$P = m_1 g + m_2 g + m_3 g + \ldots = (m_1 + m_2 + m_3 + \ldots) g.$$

La masse M de l'ensemble est égale au quotient du poids P par l'accélération de la pesanteur :

$$M = \frac{P}{g} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$$

39. Unités de masse et de poids.

1° **Système C. G. S.** (centimètre, gramme, seconde).

L'unité de masse est le *gramme*, millième partie de la masse du kilogramme étalon déposé au Bureau international des Poids et Mesures.

L'unité de force, définie par la relation $F = m\gamma$, est appelée *dyne :*

La dyne est la force constante qui, agissant sur une masse de 1 gramme, lui communique un mouvement uniformément accéléré d'accélération 1 cm/s/s.

2° **Système M. T. S.** (mètre, tonne, seconde).

L'unité de masse est la *tonne*, qui vaut 1 000 kilogrammes.

L'unité de force correspondante, définie par la relation $F = m\gamma$, est appelée *sthène* (sn) :

Le sthène est la force constante qui, agissant sur une masse de 1 tonne, lui communique un mouvement uniformément accéléré d'accélération 1 m/s/s.

Comme 1 tonne $= 10^6$ grammes, et 1 m/s/s $= 100$ cm/s/s, on a :

$$1 \text{ sthène} = 10^6 \times 100 = 10^8 \text{ dynes.}$$

1 sthène $= 10^8$ dynes.

3° **Système M. Kp. S.** (mètre, kilogramme-poids, seconde).

Dans ce système, le kilogramme est à la fois l'unité de masse et l'unité de force. Autrement dit, l'unité de masse est la masse du kilogramme étalon : on la désigne sous le nom de *kilogramme-masse;* l'unité de force est l'action de la Terre sur le kilogramme, c'est-à-dire le poids de 1 kg : on l'appelle encore *kilogramme-poids* ou *kilogramme-force.*

L'inconvénient théorique d'un tel système tient à ce que, le poids de 1 kg variant d'un lieu à l'autre de la Terre, l'unité de force est mal définie.

De plus, ce système n'est pas cohérent, la constante k de la formule :

$$F = k\, m\, \gamma$$

n'étant pas égale à l'unité. En effet, 1 kg-poids agissant sur 1 kg-masse lui communique à Paris une accélération :

$$g = 9{,}81 \text{ m/s/s.}$$

En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$1 = k \times 1 \times 9{,}81 \qquad \text{ou} \qquad k = \frac{1}{9{,}81}$$

et la formule fondamentale de la dynamique devient, dans ce système :

$$\boxed{F = \frac{1}{9{,}81}\, m\gamma.}$$

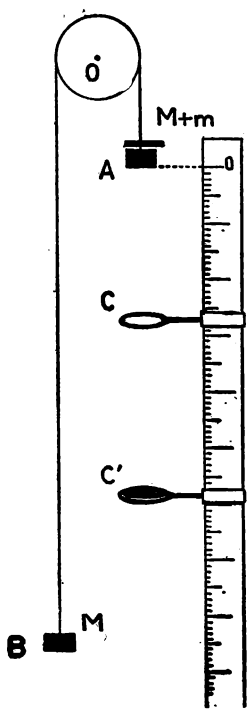


Fig. 18.
Machine d'Atwood.

40. Machine d'Atwood.

La machine d'Atwood va nous permettre de vérifier d'une manière approchée le principe de la dynamique dans le cas de la pesanteur.

Description de l'appareil. — Une poulie de masse négligeable est mobile sans frottement autour de son axe horizontal. Sur la gorge de cette poulie passe un fil qui supporte à l'une de ses extrémités un cylindre métallique A, à l'autre un cylindre B, les deux cylindres A et B ayant même masse M. Le système est donc en équilibre. On le met en mouvement en plaçant une surcharge de masse m sur le corps A (fig. 18).

Une règle graduée verticale permet de mesurer les espaces parcourus par A pendant sa chute. Un curseur C, évidé par un trou circulaire, laisse passer le corps A et arrête la surcharge, lorsque celle-ci porte des ailettes dont la longueur est supérieure au diamètre de l'ouverture. Un autre curseur C′, formant tablette, arrête à la fois le corps A et sa surcharge. Les curseurs C et C′ peuvent être déplacés le long de la règle graduée.

Enfin, on mesure le temps en utilisant un métronome, auquel on peut faire battre la seconde.

Calcul de l'accélération du mouvement. — La poulie étant très légère et sa masse supposée négligeable, le système se trouve réduit aux cylindres de même masse M et à la surcharge de masse m. Le poids mg de la surcharge produit alors un mouvement de translation vertical. :

Force agissante : mg.

Masse en mouvement : $2\,M + m$.

L'accélération γ du système a donc pour valeur :

$$\gamma = \frac{\text{Force}}{\text{Masse}} \qquad \text{ou :} \qquad \boxed{\gamma = \frac{mg}{2\,M + m}.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$M = 100\ g, \qquad m = 4\ g, \qquad g = 981\ \text{C. G. S.}$$

$$\gamma = \frac{4 \times 981}{204} = 19{,}2\ \text{C. G. S.}$$

Le mouvement est beaucoup plus lent qu'en chute libre et, par suite, plus facilement observable. On pourra d'ailleurs, en modifiant la masse de la surcharge, obtenir un mouvement aussi lent qu'on le voudra.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE. — Plaçons sur A une surcharge m, et abandonnons le système, à partir du zéro de la règle, au moment d'un battement du métronome. Par tâtonnements, cherchons à placer le curseur plein C' pour arrêter $M + m$ au battement suivant du métronome, puis au bout de 2, 3, 4 battements : il suffira d'observer que le bruit du choc du cylindre sur le curseur coïncide avec le « tac » correspondant du métronome.

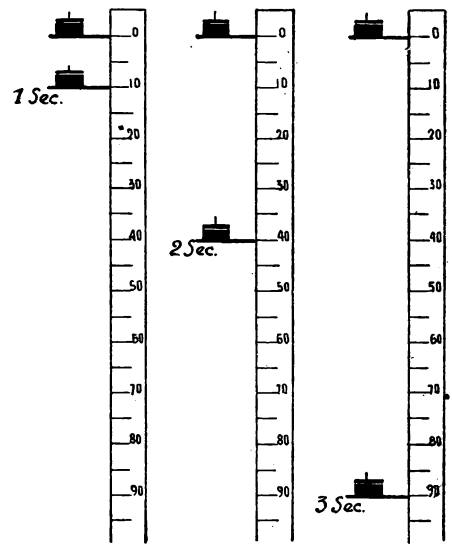


FIG. 19.

Le poids de la surcharge produit un mouvement uniformément accéléré.

Les espaces parcourus au bout de 1, 2, 3, 4 battements seront, par exemple (fig. 19) :

$e_1 = 10$ cm, $e_2 = 40$ cm, $e_3 = 90$ cm, $e_4 = 160$ cm etc.

qui sont entre eux comme 1, 4, 9, 16, ..., ou 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, ...

Les espaces parcourus étant proportionnels aux carrés des temps, le mouvement est bien uniformément accéléré. Or, il a été produit par une force constante, le poids de la surcharge. Donc :

Une force constante produit un mouvement uniformément accéléré.

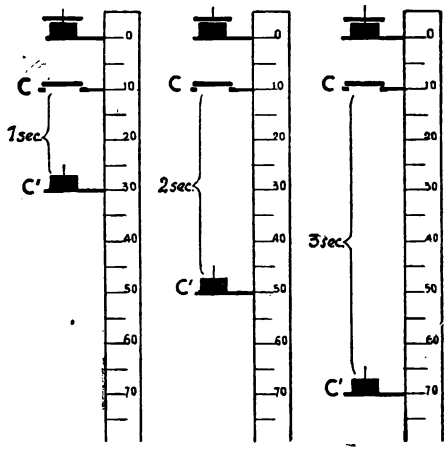


FIG. 20.

Le curseur évidé ayant arrêté la surcharge, le mouvement est devenu uniforme.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE. — Employons maintenant une surcharge à ailettes et plaçons le curseur évidé C pour arrêter la surcharge au bout de 1 battement du métronome. Lorsque la surcharge est enlevée, les poids des deux cylindres égaux A et B se font équilibre et tout se passe comme si le système n'était soumis à aucune force : nous pouvons constater que le mouvement de A est devenu uniforme (fig. 20). Nous avons ainsi vérifié que :

Lorsque la résultante des forces agissantes est nulle, le mouvement est rectiligne et uniforme.

TROISIÈME EXPÉRIENCE. — Plaçons sur A un certain nombre de surcharges égales, 6 par exemple, et mesurons l'accélération γ_1 du mouvement pris par le système, cette accélération étant égale au double de l'espace e_1 parcouru pendant la première seconde :

$$e = \frac{1}{2}\gamma t^2 \qquad e_1 = \frac{1}{2}\gamma \qquad \gamma = 2e_1$$

Faisons passer l'une des surcharges de A sur B (fig. 21). La masse du système en mouvement reste la même; mais la force agissante, égale à la différence des deux poids, n'est plus que le poids de 4 surcharges : l'accélération est devenue γ_2. Faisons passer une deuxième surcharge de A sur B; la force agissante n'est plus que le poids de 2 surcharges : soit γ_3 l'accélération correspondante.

On vérifie que :

$$\frac{\gamma_1}{6} = \frac{\gamma_2}{4} = \frac{\gamma_3}{2}.$$

Donc :

Les accélérations sont proportionnelles aux forces.

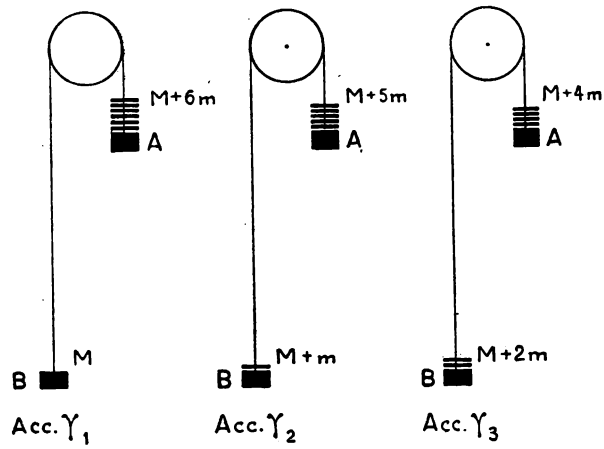


Fig. 21.

Les accélérations sont proportionnelles aux forces agissantes.

41. Forces de liaison. Généralisation du principe de la dynamique.

Un corps qui se déplace sans que rien puisse gêner son mouvement est dit *libre*. C'est le cas d'un corps pesant lancé dans une direction quelconque et ne rencontrant aucun obstacle.

Dans la machine d'Atwood (fig. 18), le corps A et sa surcharge, réunis par un fil au corps B forment ce qu'on appelle un système *lié;* il en est de même de la masse pesante dans le pendule simple (§ 102).

Dans l'application du principe de la dynamique, nous pourrons considérer tous les corps comme libres, à condition d'introduire comme inconnues auxiliaires les réactions provenant des liaisons qui leur sont imposées, réactions qu'on nomme ***forces de liaison.*** Par exemple, dans la machine d'Atwood et dans le pendule simple, une masse en mouvement sera considérée comme libre si l'on ajoute à la force de pesanteur la tension du fil qui retient la masse.

Nous pouvons alors donner, du principe de la dynamique, l'énoncé plus précis ci-dessous.

42. Enoncé du principe fondamental.

Considérons un petit élément de volume de masse m. A chaque instant, cet élément de volume subit une *accélération* que nous avons définie (§ 20) comme étant la limite du quotient de la *variation géométrique du vecteur vitesse*, par le temps pendant lequel s'est produite cette variation. L'accélération est elle-même représentée par un vecteur.

Le principe fondamental de la dynamique s'énonce :

La résultante de toutes les forces (y compris les forces de liaison) appliquées à un élément de volume est un vecteur égal en grandeur et en direction au produit de la masse par l'accélération.

C'est ce que traduit la formule :

$$\vec{F} = m\vec{\gamma}.$$

43. Forces d'inertie. Autre énoncé du principe de la dynamique.

La formule précédente peut se mettre sous la forme équivalente :

$$\vec{F} - m\vec{\gamma} = 0$$

laquelle indique que les forces agissantes et la force $-m\gamma$ se font équilibre à chaque instant. A la force $-m\gamma$, on a donné le nom de *force d'inertie*.

On appelle force d'inertie la force représentée par le vecteur $-m\gamma$, de sens contraire au vecteur accélération, et dont la longueur est égale au produit de la masse par l'accélération.

Les deux composantes de la force d'inertie suivant la tangente et la normale à la trajectoire ont respectivement pour valeur (fig. 22) :

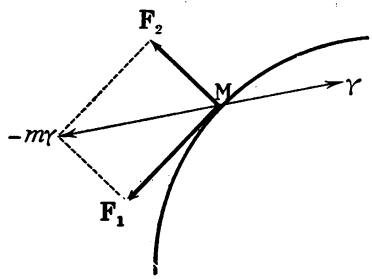


FIG. 22.

La force d'inertie $-m\gamma$ est de sens contraire au vecteur accélération γ.

$$F_1 = -m\gamma_\tau = -m\frac{dv}{dt}$$

(force d'inertie tangentielle);

$$F_2 = -m\gamma_n = -m\frac{v^2}{R}$$

(force d'inertie centrifuge).

Cette dernière force, de sens contraire à l'accélération normale γ_n, est toujours dirigée vers la convexité de la trajectoire et aurait pour effet d'éloigner le mobile du centre de courbure vers l'extérieur de la trajectoire : d'où son nom de *force centrifuge*.

La considération de la force d'inertie permet de donner une autre forme au principe de la dynamique :

L'ensemble des forces appliquées à un élément de volume (y compris les forces de liaison) forme à chaque instant, avec la force d'inertie, un système de vecteurs équivalant à zéro.

Cet énoncé ramène un problème de dynamique à l'étude d'un problème de statique.

REMARQUE. — Le principe fondamental de la dynamique n'est rigoureusement vrai que pour les *mouvements absolus* rapportés à un système d'axes liés aux étoiles dites fixes : ce sont les *axes galiléens*. Mais pour les mouvements que nous observons sur la terre, il est presque toujours permis, sans erreur appréciable, de prendre un système d'axes liés à la terre.

PROBLÈMES

1. Dans une machine d'Atwood, les deux masses égales A et B suspendues aux deux extrémités du fil pèsent chacune 165 g. Sur la masse A, placée au zéro de la règle graduée, on a mis une surcharge de 20 g. Sous l'action de cette surcharge le système se met en marche.

1° Quelle est l'accélération de ce système ?

2° Quel est l'espace parcouru au bout de 2 secondes de chute ?

3° A la fin de la 2e seconde de chute, un curseur annulaire enlève la surcharge. Quel mouvement prend alors le système ? Calculer sa vitesse.

g = 980 C. G. S.

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Besançon, 1943.)

2. Le curseur annulaire et le curseur plein d'une machine d'Atwood sont placés respectivement, le premier à 32 cm et le second à 1,50 m de l'origine. La valeur commune des deux cylindres est 100 grammes. On surcharge l'une de ces masses de deux masses additionnelles valant chacune 10 grammes, et dont l'une est à ailettes, permettant son arrêt par le curseur annulaire. Le système est abandonné à lui-même sans vitesse initiale. On demande :

1° Les temps nécessaires pour l'enlèvement de la masse additionnelle à ailettes, et le parcours total 1,50 m;

2° La vitesse d'arrivée sur le curseur plein.

On prendra : g = 981 C. G. S.

On négligera les masses de la poulie et du fil et la résistance de l'air.

(*Bacc.*, Toulouse, 1919.)

3. Aux deux extrémités du fil qui s'enroule sur la poulie d'une machine d'Atwood, poulie supposée très légère et parfaitement mobile, on suspend deux poids, dont l'un P a une masse de 50 grammes, et dont l'autre P′ équivaut à 48 069 dynes.

1° On demande de calculer l'accélération du mouvement ainsi que la vitesse acquise et l'espace parcouru au bout de la première seconde de chute.

2° On recommence l'expérience en ajoutant au poids P un poids supplémentaire de 15 décigrammes. On demande de calculer la nouvelle accélération, la vitesse acquise et l'espace parcouru au bout d'une seconde de chute.

3° On suppose que le poids supplémentaire de 15 décigrammes est à ailettes et est arrêté au bout d'une seconde de chute, tandis que les poids P et P′ continuent à se déplacer. Quelle sera la nature du mouvement pendant la deuxième seconde de chute, c'est-à-dire pendant la seconde qui suit l'arrêt du poids supplémentaire à ailettes ? Quelles seront les valeurs de la vitesse et de l'espace parcouru au bout de la deuxième seconde de chute ?

4° Quelle eût été la nature du mouvement après l'arrêt du poids à ailettes, si les poids P et P′ avaient été égaux ?

L'accélération de la pesanteur est : $g = 9{,}81$ m/s/s.

(*Bacc.*, Strasbourg, 1919.)

CHAPITRE V

APPLICATION DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

44. — Le principe de la dynamique permet de résoudre les problèmes suivants : *Etant donné un système de forces agissant sur un point matériel, trouver le mouvement de ce point; inversement, un mouvement étant donné, quelles sont les forces capables de produire ce mouvement ?*

Dans ce chapitre et dans les suivants, nous allons appliquer la relation fondamentale $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ à l'étude de quelques cas simples : mouvement des projectiles dans le vide, tension des fils, mouvement circulaire uniforme et mouvement sinusoïdal.

MOUVEMENT D'UN PROJECTILE DANS LE VIDE

45. Equations du mouvement.

Considérons un point matériel lancé d'un point O avec une vitesse initiale v_0, suivant une direction faisant l'angle α avec l'horizontale. Par raison de symétrie, la trajectoire doit être dans le plan vertical qui contient la vitesse initiale; prenons ce plan comme plan de la figure et rapportons le mouvement à deux axes rectangulaires, Ox horizontal et Oy vertical, dirigé vers le haut (fig. 23).

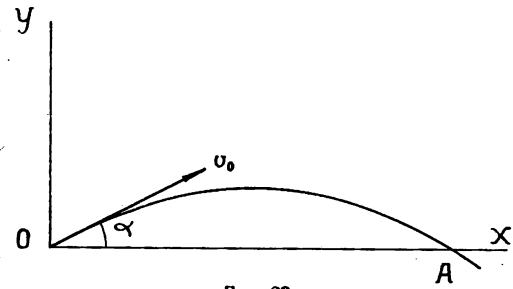


FIG. 23.
Mouvement parabolique d'un projectile.

La seule force agissante étant le poids mg, l'accélération est verticale et de valeur g. En projetant sur les axes, on a donc :

$$\gamma_x = 0 \qquad \text{et} \qquad \gamma_y = -g.$$

Le mouvement est uniforme suivant Ox et uniformément varié suivant Oy; d'où pour projections de la vitesse suivant les deux axes, au temps t :

$$v_x = c_1 \qquad \text{et} \qquad v_y = -gt + c_2,$$

c_1 et c_2 désignant deux constantes qui représentent les valeurs de v_x et v_y au temps $t = 0$. Or, à l'origine des temps, les composantes de la vitesse ont respectivement pour valeur $v_0 \cos \alpha$ et $v_0 \sin \alpha$.

Donc : $v_x = v_0 \cos \alpha$ et $v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$. (1)

Comme $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ et $v_y = \dfrac{dy}{dt}$ nous obtiendrons les coordonnées du mobile au temps t en prenant les primitives des fonctions v_x et v_y :

$$x = v_0 t \cos \alpha, \qquad y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin \alpha. \tag{2}$$

46. Forme de la trajectoire.

En éliminant t entre les équations (2), on trouve :

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \operatorname{tg} \alpha. \tag{3}$$

Donc : ***la trajectoire est une parabole d'axe vertical.***

La distance OA = X s'appelle la *portée*. Nous l'obtiendrons en faisant $y = 0$ dans l'équation (3) :

$$X = \frac{2 v_0^2 \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

La portée est maximum pour $\sin 2\alpha = 1$, c'est-à-dire $2\alpha = 90°$ et $\alpha = 45°$. On voit de plus que la portée est la même pour deux inclinaisons complémentaires α et $90° - \alpha$.

47. Calcul de la vitesse.

Connaissant, d'après les équations (1), les composantes horizontale et verticale de la vitesse, on peut calculer la vitesse totale V, dirigée suivant la tangente à la trajectoire :

$$V^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + g^2 t^2 - 2 g t v_0 \sin \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$V^2 = v_0^2 - 2 g \left(-\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin \alpha \right)$$

et, en tenant compte de (2) :

$$\boxed{V^2 = v_0^2 - 2 g y.} \tag{4}$$

Ainsi, *la vitesse* V *en un point de la trajectoire est connue quand on donne la hauteur y de ce point au-dessus du point de départ, quel que soit l'angle* α.

Nous retrouverons la relation (4) comme conséquence du théorème des forces vives (§ 97).

TENSION DES FILS

48. Tension d'un fil dans le repos.

Un corps pesant A, de masse M, est suspendu à un fil; celui-ci prend une direction verticale et se trouve tendu par le poids Mg du corps. On dit que le fil subit une tension F = Mg.

Supposons que l'on coupe le fil en un point B (fig. 24); pour maintenir le système dans son état initial, il faut exercer en B deux forces égales et opposées :

a) sur le brin de fil OB, une force verticale *descendante* F = Mg, qui remplace l'action du poids;

b) sur la partie inférieure une force verticale *ascendante* F = Mg, qui équilibre l'action du poids.

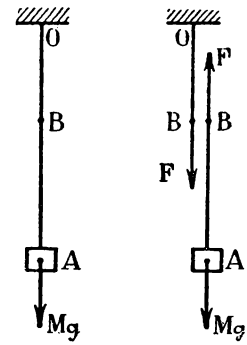


FIG. 24.
Tension d'un fil au repos : la tension F est égale au poids Mg.

La tension du fil en équilibre est égale à la valeur commune F = Mg des deux forces opposées qu'il faut appliquer de part et d'autre d'une coupure pour maintenir l'équilibre. Le raisonnement que nous venons de faire montre que, *si le fil a une masse négligeable*, ces forces F sont indépendantes de l'endroit B où le fil a été coupé : *la tension du fil est la même en tous ses points et égale au poids* Mg.

49. Tension d'un fil pendant le mouvement.

Pour calculer la tension d'un fil pendant le mouvement, nous supposons que l'on a pratiqué une coupure en un point; nous appliquons alors le principe fondamental de la dynamique à une partie du système que l'on peut considérer comme libre, à condition de tenir compte de la force de liaison qui est ici la tension du fil (§ 41).

Prenons comme exemple la détermination de la tension du fil dans la machine d'Atwood, en supposant négligeables les masses du fil

et de la poulie. Désignons par M la valeur commune des deux masses égales et par m la masse de la surcharge; sous l'action de cette surcharge, le système prend un mouvement uniformément accéléré (§ 40), dont l'accélération a pour valeur :

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m} \qquad (1)$$

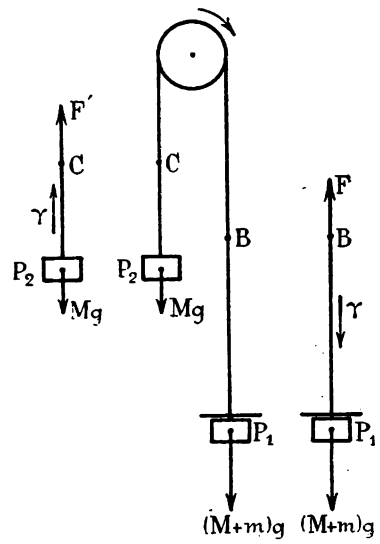


FIG. 25.
Tension du fil dans la machine d'Atwood.

1° Coupons le fil en B (fig. 25). Pour que la partie BP_1 continue à descendre avec l'accélération γ, nous devons appliquer en B la force verticale F, dirigée vers le haut, qui est la *tension du fil*. Le système BP_1 est alors soumis à deux forces : le poids $(M + m)g$ et la tension F. Écrivons que la résultante de ces deux forces est égale au produit de la masse $M + m$ par l'accélération γ :

$$(M + m)g - F = (M + m)\gamma,$$

d'où :

$$F = (M + m)(g - \gamma),$$

ou, en remplaçant γ par sa valeur donnée par la relation (1) :

$$F = (M + m)\left(g - \frac{mg}{2M + m}\right)$$

$$\boxed{F = 2Mg\,\frac{M + m}{2M + m}}$$

2° Calculons maintenant la tension F' de l'autre brin du fil, que nous supposons coupé au point C (fig. 25). Sous l'action des forces F' et Mg, le système P_2, de masse M, prend une accélération γ *dirigée vers le haut;* la formule fondamentale appliquée au système P_2 s'écrit :

$$F' - Mg = M\gamma$$

$$F' = M(g + \gamma) = M\left(g + \frac{mg}{2M + m}\right)$$

$$F' = 2Mg\,\frac{M + m}{2M + m}$$

CONCLUSION. $F = F'$. La tension du fil est la même de part et d'autre de la poulie.

Il n'en serait plus de même si la masse de la poulie n'était pas négligeable (problème n° 3, page 95).

PROBLÈMES

1. Un poids de 2 kg est suspendu par un fil inextensible qui, infléchi sur une poulie de masse et de volume négligeables, tire horizontalement sur un chariot pesant 10 kg. Ce chariot peut glisser sans frottement sur un plan horizontal parfaitement poli.

On abandonne le système sans vitesse initiale. Calculer en unités C. G. S. *a*) l'accélération du mouvement; *b*) la tension du fil.

$g = 981$ unités C. G. S.

(*Bacc., Math.*, Caen, 1946.)

2. 1° Une machine d'Atwood est constituée par une poulie de masse négligeable supportant deux poids de 250 grammes chacun. Elle est abandonnée à elle-même sans vitesse initiale sous l'action d'une surcharge de 50 grammes placée sur l'un des poids et retenue par un collier au bout de 3 secondes. Quels sont à ce moment :

a) la vitesse du système;

b) le chemin parcouru ?

L'accélération de la pesanteur vaut 981 C. G. S.

2° On demande quelle est la tension de chacun des brins du fil :

a) quand la surcharge agit sur le système;

b) quand elle a cessé d'agir.

(*Bacc., Math.*, Grenoble, 1921.)

CHAPITRE VI

MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

50. Définitions.

Un point mobile est animé d'un mouvement circulaire uniforme lorsque sa trajectoire est une circonférence et que les arcs parcourus sont proportionnels aux temps employés à les parcourir.

L'arc parcouru par unité de temps est la vitesse v; on l'appelle ***vitesse linéaire;*** on représente cette vitesse par un vecteur tangent à la circonférence au point considéré et dirigé dans le sens du mouvement.

Nous avons appelé ***vitesse angulaire*** (§ 20) l'angle ω balayé par le rayon vecteur dans l'unité de temps; cet angle étant évalué en radians.

Entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire existe la relation :

$$v = \omega R \qquad (1)$$

R désignant le rayon de la circonférence décrite par le mobile.

51. Calcul de l'accélération.

En étudiant le mouvement circulaire uniforme en Cinématique (§ 20) nous avons montré qu'il existe dans ce cas une accélération dirigée vers le centre et de valeur $\gamma = \frac{v^2}{R}$. Nous allons retrouver ce résultat par une autre méthode comme conséquence du principe fondamental de la dynamique.

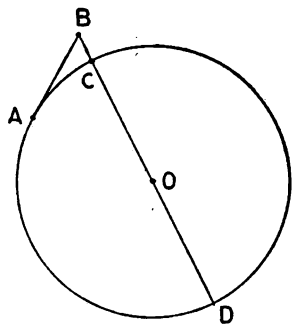


FIG. 26.

Soit A la position du mobile sur sa trajectoire circulaire à l'instant t (fig. 26); sa vitesse v est un vecteur tangent en A à la circonférence et dirigé dans le sens du mouvement. D'après le principe de l'inertie, si aucune force n'agissait sur le mobile, il continuerait son mouvement suivant la tangente, avec la vitesse v; à l'instant $t + dt$, il serait alors en B, à une distance de A égale à :

$$AB = v.dt.$$

Pour maintenir le mobile sur sa trajectoire circulaire, il a donc fallu lui appliquer une force qui, pendant le temps infiniment petit dt, l'ait déplacé de la longueur BC. Cette force a produit une accélération γ telle que :

$$BC = \frac{1}{2}\,\gamma . dt^2.$$

En éliminant dt entre les deux équations précédentes, on obtient :

$$\gamma = \frac{2\,v^2 \,.\, BC}{\overline{AB}^2}.$$

Or : $$\overline{BA}^2 = \overline{BC} \,.\, \overline{BD} = \overline{BC}\,(\overline{BC} + 2\,R)$$

ou, comme BC est infiniment petit par rapport à 2 R :

$$\overline{BA}^2 = BC \,.\, 2\,R, \qquad \frac{2 \,.\, BC}{\overline{BA}^2} = \frac{1}{R}$$

et par suite :

$$\boxed{\gamma = \frac{v^2}{R}.} \qquad (2)$$

En faisant intervenir la vitesse angulaire ω, on a encore :

$$\boxed{\gamma = \omega^2 R.} \qquad (3)$$

52. ***Le mouvement circulaire uniforme est un mouvement périodique.***

Dans le mouvement circulaire uniforme, le mobile repasse, à des intervalles de temps égaux, par la même position avec la même vitesse : on dit que le mouvement est *périodique*. Le temps qui sépare deux passages successifs du mobile par la même position est appelé ***période.*** Le nombre de périodes par unité de temps est la ***fréquence.***

Désignons par T la période et par N la fréquence. Les définitions précédentes se traduisent par les relations :

$$T = \frac{2\,\pi R}{v} = \frac{2\,\pi R}{\omega R} = \frac{2\,\pi}{\omega} \qquad \text{et} \qquad N = \frac{1}{T}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{N} = \frac{2\,\pi}{\omega}.} \qquad (4)$$

53. Force à laquelle est soumis le mobile.

D'après le principe général de la dynamique, à l'accélération γ correspond la force $F = m\gamma$. Pour maintenir le mobile sur sa trajectoire circulaire, il faut donc lui appliquer une force de même direction que l'accélération, c'est-à-dire dirigée vers le centre. Cette *force centripète* a pour valeur $F = m\gamma$, ou :

$$\boxed{F = m\omega^2 R.}$$

Elle est proportionnelle au carré de la vitesse angulaire; elle devient donc quatre fois plus grande lorsqu'on double la vitesse angulaire.

En tenant compte de la relation (4), on a encore :

$$F = m.\frac{4\pi^2}{T^2}.R = m.4\pi^2 N^2 R.$$

54. Force centrifuge. — La force d'inertie qui, à chaque instant, équilibrerait la force agissante est égale et opposée à cette dernière : c'est la *force centrifuge* (fig. 27). Nous avons vu (§ 42) que la considération de la force centrifuge ramène un problème de dynamique à l'étude d'un problème de statique. L'exercice suivant va nous en fournir un exemple.

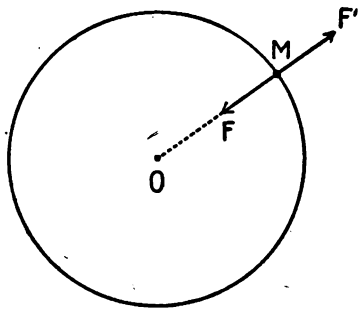


FIG. 27.

La force centripète F et la force centrifuge F' s'équilibrent.

55. Problème. — *On fait tourner un fil à plomb de telle sorte qu'il décrive d'un mouvement régulier un cône de révolution d'axe vertical. Trouver la relation entre le nombre de tours/seconde* N *et l'angle d'écart* α *par rapport à la verticale. Calculer la tension du fil.*

On supposera l'appareil réduit à un point matériel de masse m suspendu à un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l,

PREMIÈRE SOLUTION. — Le point matériel A est soumis à deux forces : son poids mg et la tension F du fil (fig. 28). D'après le principe fondamental, la résultante de ces deux forces est le vecteur $m\gamma$. On aura donc, en projectant sur un axe quelconque :

projection de mg + projection de F = projection de $m\gamma$.

D'autre part, le point A étant animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω, l'accélération γ, normale à la trajectoire, est dirigée vers le centre B et a pour valeur :

$$\gamma = \omega^2 r$$

r désignant le rayon BA de la circonférence décrite.

Projetons successivement les forces sur les axes Ox et Oy; nous obtenons les équations :

$$\begin{cases} 0 - F \sin \alpha = - m\gamma \\ mg - F \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

d'où : $$\boxed{F = \frac{mg}{\cos \alpha}} \qquad (1)$$

et : $$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\gamma}{g} = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

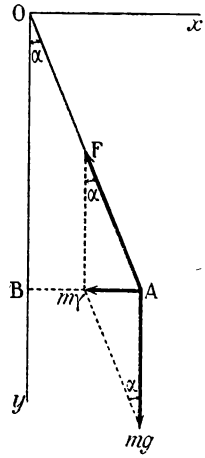


FIG. 28.

Les forces appliquées au vecteur A ont pour résultante le vecteur $m\gamma$.

En remplaçant r par $l \sin \alpha$ et ω^2 par $4\pi^2 N^2$, la relation précédente devient :

$$\boxed{4\pi^2 N^2 l = \frac{g}{\cos \alpha}} \qquad (2)$$

Supposons $l = 100$ cm et $\alpha = 60°$; on obtient :

$$N^2 = \frac{g}{4\pi^2 l \cos \alpha} = \frac{981}{4 \times 9{,}87 \times 100 \times \frac{1}{2}} = 0{,}497$$

$$N = \sqrt{0{,}497} = 0{,}705 \text{ tours/seconde}$$

ou : $$0{,}705 \times 60 = 42{,}3 \text{ tours par minute.}$$

La relation (1) donne $F = 2\,mg$.

La tension du fil est alors égale au double du poids.

Deuxième solution. — Considérons maintenant la force d'inertie qui est ici la force centrifuge $m\omega^2 r$.

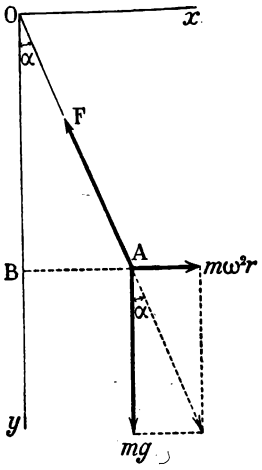


Fig. 29.

La force centrifuge $m\omega^2 r$ équilibre le poids et la tension du fil.

En appliquant le second énoncé du principe général (§ 43), nous pouvons écrire que la résultante des forces mg, F et $m\omega^2 r$ est nulle (fig. 29).

Il faut pour cela que la résultante du poids mg et de la force centrifuge $m\omega^2 r$ soit dans la direction du fil OA; d'où :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Nous retrouvons ainsi la même relation que précédemment.

56. Régulateur à force centrifuge.

Le problème précédent trouve son application dans le régulateur à force centrifuge.

Il s'agit de régler la vitesse angulaire d'un arbre vertical xy. A cet arbre est fixé un parallélogramme articulé qui soutient deux boules métalliques M (fig. 30). Les tiges AB et AC, mobiles autour de l'axe horizontal A, peuvent s'écarter plus ou moins de la verticale; les branches BD et CE s'articulent en D et en E sur un anneau qui glisse librement le long de l'arbre.

En désignant par l la distance de A au centre d'une des sphères, l'équation (2) nous fournit la condition d'équilibre :

$$\cos\alpha = \frac{g}{4\pi^2 N^2 l}.$$

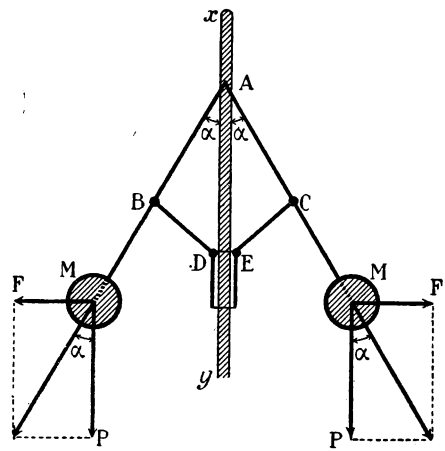


Fig. 30.

Régulateur à force centrifuge.

Les boules ne commencent à s'écarter de l'axe xy que si $\cos\alpha < 1$, c'est-à-dire :

$$\frac{g}{4\pi^2 N^2 l} < 1 \qquad N^2 > \frac{g}{4\pi^2 l}$$

ou :

$$N > \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Tant que α reste petit, cos α est voisin de 1 et la fréquence N reste sensiblement égale à $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$, ce qui donne pour la période de rotation :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Mais si N augmente, α augmente également et l'anneau DE s'élève. L'ascension de l'anneau pourra fermer plus ou moins le robinet d'admission de la vapeur dans une machine à vapeur, introduire une résistance électrique dans le circuit d'une dynamo, etc., et réduire ainsi la vitesse.

Remarquons toutefois que l'appareil agit seulement lorsque la vitesse a déjà changé; il ne permet donc pas de rendre la vitesse rigoureusement constante.

57. Equilibre du cycliste dans un tournant. Inclinaison de la piste des vélodromes.

Dans un tournant, le cyliste doit incliner sa machine vers le centre du cercle pour que la résultante du poids et de la force centrifuge soit dirigée dans le plan de la machine. Sur la figure 31, le centre de gravité du système formé par le cycliste et sa machine se trouve au point G; F représente la force centrifuge et P le poids total. La machine inclinée suivant OG fait l'angle α avec la verticale. En désignant la vitesse par v et le rayon de la circonférence décrite par R, on obtient la relation :

$$\text{tg } \alpha = F : P = \frac{mv^2}{R} : mg$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v^2}{Rg}.$$

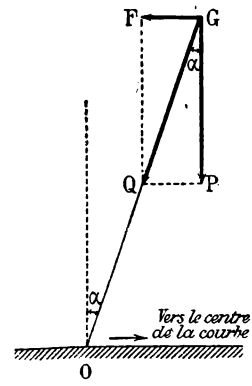


FIG. 31.

Le cycliste incline sa machine dans les virages.

Si le sol est horizontal, la résultante Q n'est pas normale au sol; aussi l'équilibre de la machine ne peut-il être réalisé que sur un sol rugueux. Lorsque le sol est glissant, la machine tend à déraper, et cela d'autant plus que la vitesse est plus grande et que le rayon de la trajectoire est plus petit. Aussi le cycliste doit-il ralentir aux tournants et décrire une circonférence de plus grand rayon possible.

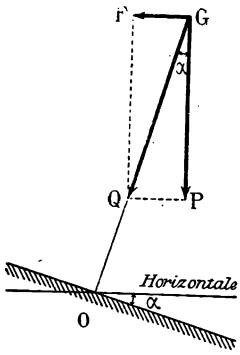


FIG. 32.

La piste circulaire d'un vélodrome est inclinée de façon à éviter le dérapage.

Dans les vélodromes, où l'on cherche à réaliser la vitesse maximum, on évite le dérapage en relevant la piste vers la périphérie, l'inclinaison étant calculée de telle sorte que la résultante Q du poids et de la force centrifuge soit normale à la piste (fig. 32). La même solution est adoptée sur les voies ferrées lorsque la voie décrit une courbe.

APPLICATION NUMÉRIQUE :

$$v = 27 \text{ km/h} = 7{,}5 \text{ m/s}$$

$$R = 20 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\overline{7{,}5}^2}{20 \times 9{,}8} = 0{,}287$$

$$\alpha \# 16° \frac{1}{2}.$$

58. Effets de la force centrifuge.

La force centrifuge ne rentre pas dans la définition que nous avons donnée d'une force : « cause capable de produire ou de modifier le mouvement d'un corps. » C'est un effet de l'inertie, qui peut cependant se manifester par les mêmes phénomènes qu'une force.

1° Faisons tourner un fil à plomb dans un plan vertical; pour une vitesse angulaire suffisante, le corps décrit une circonférence et le fil reste constamment tendu : c'est que, au point le plus haut de la trajectoire, la force centrifuge est supérieure au poids du corps.

Si le corps est suspendu à une corde de caoutchouc ou à un ressort, la corde ou le ressort s'allongent d'autant plus que la vitesse angulaire est plus grande.

De même, si, à l'aide d'une corde, on fait tourner suivant un cercle vertical un seau ouvert contenant de l'eau, celle-ci ne tombe pas si la force centrifuge est supérieure au poids (fig. 33). Il faut pour cela que :

$$m\omega^2 R > mg.$$

Soit n le nombre de tours par seconde :

$$\omega = 2\pi n$$

donc :

$$4\pi^2 n^2 R > g, \qquad n > \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}.$$

Si R = 100 cm
et $g = 981$ cm/s/s :

$$n > \frac{1}{2\pi} \sqrt{9{,}81} \# 0{,}5.$$

Il suffit donc que le seau fasse au moins un tour en 2 secondes.

2° Dans les meules, les volants, et en général toutes les masses solides animées, d'un mouvement rapide de rotation, la force centrifuge tend à détacher les parties les plus éloignées de l'axe, qui doivent avoir une solidité suffisante.

3° Si rien ne retient le corps sur sa courbe, il suit la tangente. Le principe est appliqué dans les *essoreuses*. Le corps est projeté d'autant plus loin qu'il est plus lourd; ainsi, dans les écrémeuses, le petit-lait se sépare de la crème.

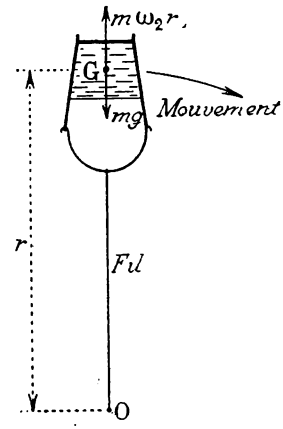


FIG. 33.

La force centrifuge étant supérieure au poids, l'eau ne tombe pas.

PROBLÈMES

1. Une sphère pesant 100 g est fixée à l'extrémité inférieure d'une tige T, de masse négligeable, articulée à sa partie supérieure sur un axe vertical A, auqul on imprime un mouvement de rotation uniforme.

1° Calculer le nombre de tours par minute quand la tige T fait avec A un angle de 60°.

2° Calculer en grammes-poids la traction supportée alors par l'extrémité inférieure de la tige.

Longueur de la tige comptée du point d'articulation jusqu'au centre de la sphère : 20 cm.

$g = 980$ cm/s/s. (*Bacc.*, Poitiers, 1934.)

2. Un cycliste, pesant avec sa machine 90 kg, tourne en rond sur une piste qui a la forme d'un entonnoir à axe vertical ayant sa pointe en bas. Le diamètre de la circonférence parcourue par le cycliste est 40 m.; la vitesse est de 30 km à l'heure.

Déterminer :

1° l'inclinaison de la piste;

2° la force que supporte la piste de la part du cycliste et de sa machine.

On supposera les frottements négligeables.

$g = 9{,}8$ m/s/s. (*Bacc.*, Aix-Marseille, 1919.)

CHAPITRE VII

MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOIDAL

59. Définitions. — Le mouvement sinusoïdal est un mouvement rectiligne, dont l'équation générale peut se mettre sous la forme :

$$x = a \sin (\omega t + \varphi). \tag{1}$$

Dans cette formule, x représente l'*élongation* ou distance du mobile M à l'origine O (fig. 34), a l'élongation maximum ou *amplitude*, ω la pulsation, $\omega t + \varphi$ la *phase* et φ la phase à l'origine. Par un choix convenable de l'origine des temps, il est possible de faire $\varphi = 0$ et l'équation (1) devient :

$$x = a \sin \omega t. \tag{2}$$

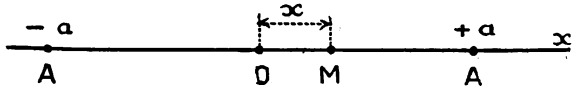


FIG. 34.

Mouvement sinosoïdal du point M : $x = \sin 2\pi \frac{t}{T}$.

Le mouvement sinusoïdal est un mouvement périodique, car le mobile repasse par la même position, dans le même sens, à des intervalles de temps égaux.

La période T du mouvement est telle que $\omega T = 2\pi$ ou $\omega = \frac{T}{2\pi}$;

donc :

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \tag{3}$$

La figure 35 représente les variations de l'élongation en fonction du temps.

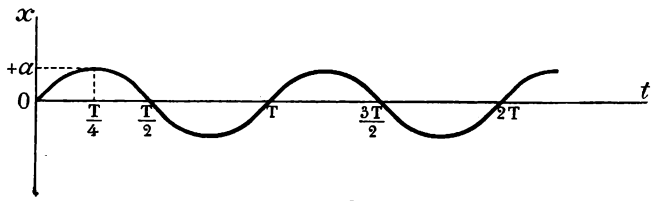


FIG. 35.

Variations de l'élongation en fonction du temps dans le mouvement sinosoïdal.

A l'instant $t = 0$, le mobile est à l'origine O; l'abscisse x augmente, le mobile se déplace vers la droite et il atteint le point A, d'abscisse $+ a$, au temps $t = \frac{T}{4}$; puis, x diminuant, le mobile revient vers l'origine où il passe, en sens contraire de tout à l'heure, au temps $t = \frac{T}{2}$; à l'instant $t = \frac{3T}{4}$, le mobile est en A', d'abscisse $- a$; ensuite il revient vers l'origine qu'il atteint à nouveau au temps $t = T$, et les mêmes phénomènes se reproduisent pendant la période suivante.

Dans le cas d'un mouvement rapide, on considère le nombre N de périodes par seconde, que l'on appelle la *fréquence;* par définition, la fréquence est donc égale à l'inverse de la période :

$$N = \frac{1}{T}.$$

60. Vitesse et accélération.

On obtiendra la vitesse à un instant donné en dérivant l'équation (1) par rapport au temps :

$$v = \frac{dx}{dt} = a\omega \cos(\omega t + \varphi). \tag{4}$$

Le mouvement étant rectiligne, l'accélération a pour valeur la dérivée de la vitesse par rapport au temps :

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = - a\omega^2 \sin(\omega t + \varphi). \tag{5}$$

ou, en tenant compte de l'équation (1) :

$$\boxed{\gamma = - \omega^2 x.} \tag{6}$$

La vitesse et l'accélération sont aussi des fonctions sinusoïdales du temps et reprennent la même valeur au bout d'une période.

61. Force agissante.

La force qui produit le mouvement a pour valeur $F = m\gamma$, ou :

$$\boxed{F = -m\omega^2 x.} \qquad (7)$$

Cette force dirigée suivant la trajectoire rectiligne, est proportionnelle à l'élongation x; elle est de signe contraire à x et, par suite, constamment dirigée vers O, ce que l'on peut énoncer :

Le mouvement sinusoïdal d'un point matériel est produit par une force dirigée vers la position d'équilibre et proportionnelle à l'élongation.

Inversement, *lorsqu'un point matériel de masse m, écarté de sa position d'équilibre, tend à y revenir sous l'action d'une force attractive proportionnelle à l'élongation, ce point est animé d'un mouvement sinusoïdal.*

Soit $F = -kx$ la force agissante, k étant une constante. La pulsation ω du mouvement est telle que :

$$m\omega^2 = k$$

d'où :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

La période a pour valeur : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ou :

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.}$$

62. Application : oscillations d'un ressort à boudin.

Considérons un ressort à boudin dont les allongements sont proportionnels aux forces qu'on lui applique :

$$F = kl,$$

k étant une constante. Suspendons au ressort une masse m; sous l'action du poids mg, le ressort s'allonge et prend une certaine

position d'équilibre. Tirons verticalement sur la masse m de façon à augmenter l'allongement d'une quantité x (fig. 36); la force totale exercée sur le ressort est $F + mg = kx + mg$, et le ressort tire la masse m vers le haut avec une force égale. Si nous abandonnons la masse, la réaction du ressort l'emporte sur le poids et la force :

$$F = -kx$$

tend à ramener le corps vers sa position d'équilibre. Puisque la force qui produit le mouvement est proportionnelle à l'élongation la masse m est animée d'un mouvement sinusoïdal de période :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

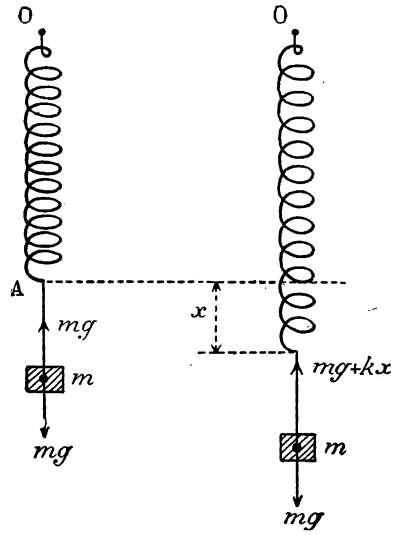


FIG. 36.
Oscillation d'un ressort tendu par un poids.

63. *Un mouvement sinusoïdal peut être considéré comme la projection, sur un diamètre, d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme.*

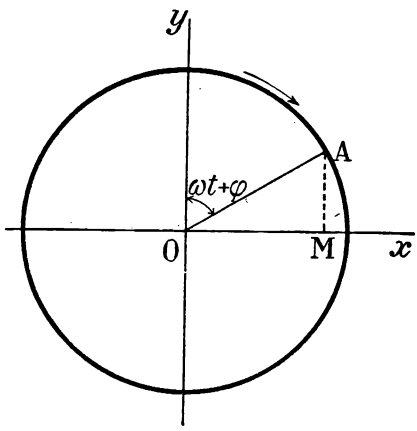


FIG. 37.
Le point A est animé d'un mouvement circulaire uniforme; sa projection M sur l'axe Ox est animée d'un mouvement sinusoïdal

Considérons, en effet, une circonférence de rayon a sur laquelle se déplace un point A avec une vitesse angulaire constante ω (fig. 37). L'angle que fait le rayon OA avec un diamètre quelconque Oy a pour valeur $\omega t + \varphi$, φ désignant la valeur algébrique de cet angle au temps zéro. La projection M du point A sur l'axe Ox est donc :

$$\overline{OM} = x = a \sin(\omega t + \varphi).$$

C'est bien l'équation d'un mouvement sinusoïdal.

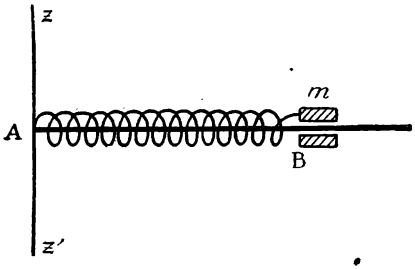
On retrouverait les valeurs de la vitesse et de l'accélération du point M en projetant sur l'axe Ox la vitesse ωa et l'accélération $\omega^2 a$ du point A.

PROBLÈME

Un ressort à boudin AB, dont on peut négliger la masse, a une longueur $l = 20$ cm. On le suspend verticalement à son extrémité A et on le charge à l'autre extrémité B de poids P croissants, 100 g, 200 g, 300 g, etc. On constate que l'allongement du ressort est proportionnel à la charge et qu'un poids de 100 g produit un allongement de 1 cm.

1° Exprimer en unités C.G.S. la relation entre la charge et l'allongement x. On donne :

$$g = 980 \text{ C.G.S.}$$



2° On le charge de 100 g. On l'allonge à la main et on le lâche. Il exécute des oscillations verticales dont on demande de calculer la période. Comment varie cette période avec la charge ?

3° On enfile, d'autre part, les spires du ressort sur une tige horizontale rigide que l'on peut faire tourner autour d'un axe vertical $z'z$. L'extrémité A est fixée sur $z'z$. A l'autre extrémité du ressort est une masse creuse m de 100 g, qui peut glisser librement sur la tige horizontale. On fait tourner le système autour de l'axe $z'z$ d'un mouvement circulaire uniforme. On constate que le ressort se tend et s'allonge. Quelle est la cause de cet allongement ? Comment varie cet allongement en fonction du nombre n de tours par seconde, et quelle est sa valeur pour $n = 2$?

(*Bacc.*, Bordeaux, 1930.)

CHAPITRE VIII

RÉSISTANCE DE L'AIR

64. Mouvement des corps dans l'air.

Lorsqu'un corps de grande masse spécifique est situé dans l'air, la poussée d'Archimède est négligeable par rapport au poids du corps.

Cependant, si le corps se déplace, l'air s'oppose au mouvement de plusieurs façons : le choc des molécules gazeuses crée à l'avant des *surpressions* et à l'arrière des *dépressions;* de plus, à cause de la viscosité du gaz, il y a frottement des molécules gazeuses sur les parois du corps. Il en résulte des forces qui, si le corps possède un axe de symétrie parallèle à la direction du mouvement, admettent une résultante qui s'oppose au mouvement. Cette résultante est la *résistance de l'air.*

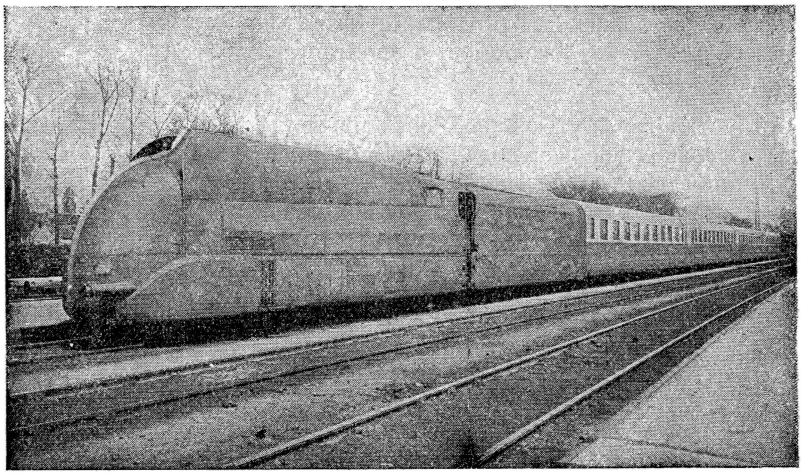


FIG. 38.

Train rapide assurant le parcours Paris-Marseille (863 km) en 9 heures. Vitesse maximum : 140 km/h. Vitesse moyenne (arrêts compris) : 96 km/h.

65. Facteurs dont dépend la résistance de l'air.

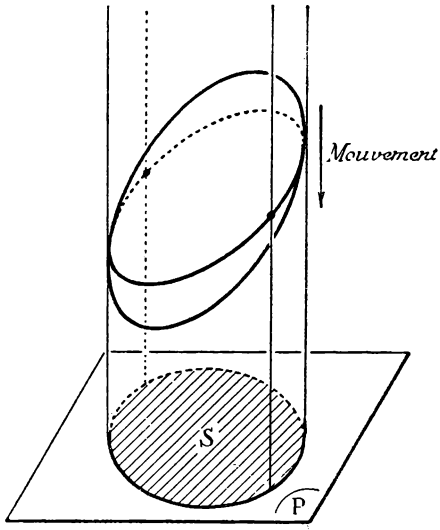


Fig. 39.
Surface S du maître-couple.

L'étude expérimentale de la résistance de l'air montre qu'elle dépend : de la surface opposée au mouvement, de la forme du corps, de sa vitesse, et de la masse spécifique de l'air.

1° **Influence de la surface.** — La résistance de l'air est sensiblement proportionnelle à la surface S obtenue en prenant la projection du corps sur un plan P perpendiculaire à la direction du mouvement (fig. 39). S s'appelle la surface du *maître-couple*. S'il s'agit, par exemple, d'une sphère, cette surface est celle d'un grand cercle.

2° **Influence de la forme du corps.** — Pour une même surface du maître-couple, la résistance de l'air varie beaucoup avec la forme du corps, aussi bien à l'avant qu'à l'arrière.

En donnant à la *surface avant* une forme convexe, on diminue la résistance de l'air; on remarquera, sur la figure 38, la forme particulière de la locomotive d'un train rapide.

Au contraire, la résistance de l'air se trouve considérablement augmentée dans le cas d'une surface avant concave. Cette propriété est utilisée dans les parachutes (fig. 40).

A l'arrière, on diminue la résistance de l'air en prolongeant le corps par une partie effilée.

La forme la meilleure pour diminuer la résistance de l'air est celle d'une surface de révolution dont la méridienne ressemble à un fuseau, c'est-à-dire présente une surface convexe à l'avant et une partie effilée à l'arrière (forme aérodynamique).

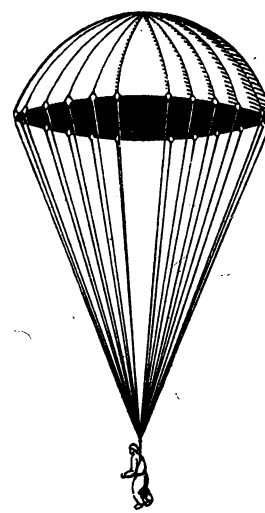


Fig. 40.
Parachute.

Ainsi, si l'on représente par 1 la valeur de la résistance de l'air qui correspond à un cylindre de révolution dont les bases sont normales à la direction du mouvement, la valeur de la résistance pour le même cylindre prolongé en avant par un cône de révolution est seulement 0,4; cette résistance descend jusqu'à 0,04 pour un corps en forme de fuseau (fig. 41).

3° **Influence de la vitesse.** — La résistance de l'air est une fonction croissante de la vitesse du corps.

Pour les *vitesses faibles*, la résistance de l'air est proportionnelle à la vitesse. C'est le cas d'un pendule qui oscille dans l'air.

Pour les *vitesses moyennes* (de 0,50 m/s à 50 m/s), la résistance de l'air est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. C'est le cas des véhicules et de beaucoup de corps qui tombent dans l'air.

Enfin, pour les *vitesses très grandes*, la résistance de l'air n'est plus proportionnelle au carré de la vitesse; elle croît rapidement.

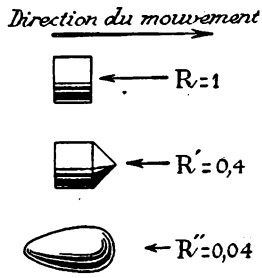


FIG. 41.

Influence de la forme du corps sur la résistance de l'air.

Pour des vitesses comprises entre 0,50 et 50 m/s, la résistance de l'air peut donc se mettre sous la forme :

$$R = k S v^2, .$$

v étant la vitesse, S l'aire de la projection du corps sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement et k un facteur qui dépend à la fois de la forme du corps, de la masse spécifique de l'air et des unités employées.

Le coefficient k décroît lorsque la masse spécifique de l'air diminue; aussi la résistance opposée par l'air au mouvement des projectiles est-elle faible dans la haute atmosphère.

EXEMPLE. — S'il s'agit d'une sphère de rayon r tombant verticalement dans l'air, sous la pression normale, S est la surface πr^2 d'un grand cercle et $k = 0{,}000\ 25$, toutes les grandeurs étant évaluées dans le système C. G. S.

66. Existence d'une vitesse limite de chute dans l'air.

Lorsqu'un corps tombe verticalement dans l'air, il est soumis, d'une part à son poids $P = mg$, qui est constant, d'autre part à la résistance de l'air R, force verticale dirigée vers le haut, et qui augmente avec la vitesse.

L'équation fondamentale de la dynamique :

$$P - R = m\gamma$$

montre que l'accélération γ n'est plus constante; elle diminue et finit par s'annuler lorsque R = P. Le mouvement est alors uniforme et la vitesse atteinte par le corps est appelée *vitesse limite.*

Calcul de la vitesse limite. — Cherchons la vitesse limite d'une sphère homogène qui tombe verticalement dans l'air. En désignant par r le rayon de la sphère et par d sa masse spécifique, la vitesse limite est atteinte lorsque R = P ou :

$$k.\pi r^2.v^2 = \frac{4}{3}\pi r^3 dg,$$

d'où :

$$v = \sqrt{\frac{4}{3}\cdot\frac{rdg}{k}}.$$

Pour une sphère, cette vitesse limite dépend donc :

1° de la masse spécifique d; la vitesse limite est d'autant plus grande que la masse spécifique est plus grande;

2° du rayon de la sphère; la vitesse limite augmente avec la grosseur des sphères.

Application numérique. — S'il s'agit d'une sphère d'acier de 1 cm de diamètre :

$$r = 0{,}5 \text{ cm} \qquad d = 7{,}8 \text{ g/cm}^3$$

la formule précédente donne :

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{0{,}5 \times 7{,}8 \times 981}{0{,}000\,25}} = = 4{,}5.10^3 \text{ cm/s}$$

ou :

$$v = 45 \text{ m/s}.$$

Dans le cas d'une sphère d'aluminium (d = 2,7 g/cm³) de même diamètre 1 cm, la vitesse limite serait :

$$v' = v\sqrt{\frac{2{,}7}{7{,}8}} = 26 \text{ m/s}.$$

APPLICATION : PRINCIPE DES AÉROPLANES

67. — ***Un aéroplane ou avion est un appareil plus lourd que l'air, qui se maintient dans l'atmosphère grâce aux forces de résistance de l'air qui s'exercent sur l'appareil en mouvement.***

L'avion comprend des ***plans sustentateurs*** qui sont les *ailes* et une ***hélice propulsive*** qu'un *moteur* fait tourner.

Pour comprendre le rôle des plans sustentateurs, nous allons d'abord étudier la résistance de l'air sur une surface plane en mouvement.

68. Résistance de l'air sur une surface plane en mouvement.

Méthode expérimentale pour mesurer les forces de résistance de l'air. — La résistance de l'air sur un corps ne dépend que du mouvement relatif de l'air et du corps. Il revient donc au même que le corps se déplace, dans l'air immobile, avec la vitesse v, ou que le corps supposé immobile reçoive un courant d'air, de vitesse v, dirigé en sens contraire du mouvement précédent. Aussi, pour étudier la résistance de l'air, utilise-t-on souvent un courant d'air qui arrive, dans une chambre d'expériences de grandes dimensions, sur le corps suspendu au fléau d'une balance spéciale qui permettra de mesurer les forces exercées par le vent.

Spectre aérodynamique. — On appelle ainsi l'ensemble des trajectoires des particules entraînées par le courant d'air. Pour les observer, on peut produire, dans le voisinage du corps étudié, des fumées de chlorure d'ammonium qui rendent visible la direction des filets d'air.

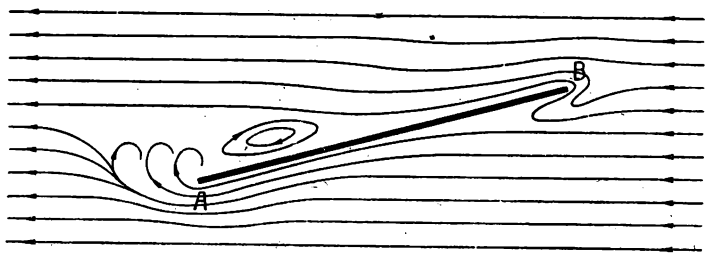


FIG. 42.

Spectre aérodynamique d'un plan mince, placé obliquement dans un courant d'air horizontal.

La figure 42 représente le spectre aérodynamique d'un plan mince incliné sur l'horizontale, et recevant un courant d'air dirigé de droite à gauche.

Valeur de la résistance de l'air. — Désignons par α l'inclinaison de la surface plane rectangulaire sur le plan horizontal, par S la surface du rectangle, et par v la vitesse relative de l'air et de la surface, cette vitesse étant supposée horizontale.

La résistance de l'air est une force sensiblement perpendiculaire au plan, mais son point d'application ne se confond pas avec le centre de gravité de ce plan; il se rapproche du bord B rencontré le premier par le fluide, appelé ***bord d'attaque,*** et cela d'autant plus que l'angle α est plus grand (fig. 43). La résistance de l'air peut se représenter par la formule :

$$R = K s v^2$$

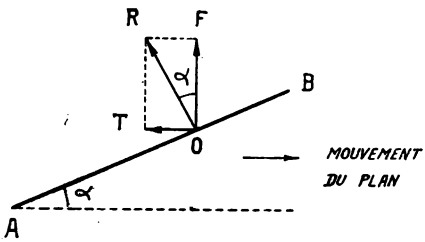


FIG. 43.

Résistance de l'air sur un plan mince incliné et animé d'un mouvement horizontal. (Le plan AB est vu de profil.)

s étant la surface apparente offerte au mouvement, et K un coefficient qui dépend de l'état de l'air et des unités employées. Comme $s = S \sin \alpha$, on peut encore écrire :

$$R = K S v^2 \sin \alpha. \qquad (1)$$

Poussée et traînée. — La résistance de l'air R peut se décomposer en deux forces rectangulaires, l'une verticale, l'autre horizontale.

1° La force verticale F a pour valeur :

$$F = R \cos \alpha = K S v^2 \sin \alpha \cos \alpha. \qquad (2)$$

Lorsque l'angle d'attaque α est positif (cas de la figure 43), la force F, appelée ***poussée,*** est dirigée vers le haut et, par suite, ***sustentatrice.***

2° La composante horizontale T, appelée ***traînée,*** a pour valeur :

$$T = R \sin \alpha = K S v^2 \sin^2 \alpha. \qquad (2)$$

69. Application aux avions.

Les formules précédentes s'appliquent en première approximation aux avions. Suivant que l'avion possède une ou deux paires d'ailes, on l'appelle ***monoplan*** ou ***biplan.*** Ces ailes ne sont pas planes; on leur donne une forme creuse, l'épaisseur diminuant de l'avant à l'arrière (fig. 44). Pour diminuer la résistance de l'air sur le corps de l'avion, on donne à celui-ci une forme fuselée. A l'arrière du fuselage se trouvent un ou deux plans horizontaux et verticaux fixes formant l'***empennage,*** destiné à assurer la stabilité, ainsi que des plans mobiles qui constituent les ***gouvernails de profondeur et de direction*** (fig. 45).

FIG. 44.

Profil d'une aile d'avion.

L'avion est tiré en avant par une ou plusieurs hélices mises en rotation par des moteurs. La rotation de ces hélices crée des forces propulsives; dans le mouvement horizontal, rectiligne et uniforme, la résultante des forces propulsives est égale et opposée à la traînée.

L'angle d'attaque d'un avion étant toujours inférieur à 10°, nous pouvons, dans les formules (2) et (3), faire les approximations suivantes :

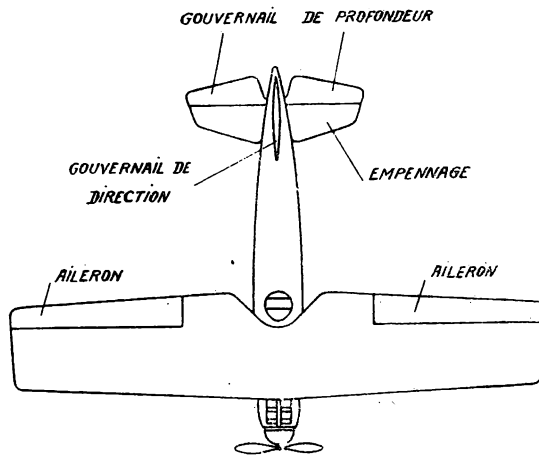


FIG. 45.

Projection horizontale d'un avion monoplan.

$$\sin \alpha \# \alpha \qquad \cos \alpha \# 1$$

d'où : $\boxed{F = KSv^2\alpha.}$ et $\boxed{T = KSv^2\alpha^2.}$

Démarrage et montée. — L'appareil étant au sol, on met le moteur en marche. Sous l'action de la force propulsive de l'hélice, l'avion avance en roulant. La résistance de l'air sur les ailes crée alors la poussée qui augmente avec la vitesse. Pour une vitesse suffisante, la poussée devient égale, puis supérieure au poids : l'avion quitte le sol et monte en avançant.

Vol horizontal. — Dans le vol horizontal, la poussée doit être égale au poids P de l'appareil, d'où :

$$P = KSv^2\alpha \qquad \text{et} \qquad T = P\alpha.$$

Pour une charge donnée P, on diminue donc la traînée en diminuant l'angle d'attaque α; cependant, α ne peut pas être nul, car la poussée s'annulerait également.

Descente. — Si la poussée F est inférieure au poids P, l'appareil descend. La descente normale est obtenue en diminuant la puissance du moteur; la force propulsive décroît, par suite la vitesse et la poussée diminuent également. Le poids devient alors supérieur à la poussée et l'avion descend en avançant.

On peut aussi, en agissant sur le gouvernail de profondeur, modifier dans une certaine limite l'inclinaison de l'appareil et provoquer la montée ou la descente.

PROBLÈMES

1. Un cycliste descend, en roue libre et par air calme, une route dont la pente est de 2 pour 100; il atteint la vitesse limite de 18 km à l'heure.

1° Expliquer l'existence de cette vitesse limite.

2° Quelle puissance doit-il développer pour remonter la même route avec la même vitesse ?

3° Avec cette même puissance, quelle vitesse atteindrait-il sur une route horizontale ?

On néglige toutes les résistances autres que celle de l'air, qu'on suppose proportionnelle au carré de la vitesse. Le poids du cycliste, machine comprise, est de 60 kg.

(*Bacc.*, Caen, 1937.)

2. Un parachute lesté, dont la projection horizontale a pour surface de base $S = 37{,}5\ m^2$, est abandonné sans vitesse initiale dans un air calme. Son poids total est de 75 kg. Calculer la vitesse limite qu'il atteint.

Données : $g = 9{,}8$ m/s/s.
S étant la surface de la projection horizontale du parachute mesurée en m^2, V sa vitesse mesurée en m/s, la résistance que l'air exerce sur lui a pour valeur, en kilogrammes : $R = 0.08\ SV^2$.

3. Une sphère d'aluminium creuse est abandonnée sans vitesse initiale d'un point très élevé dans un air calme. Elle prend une vitesse limite de 10 m par seconde.

1° Quelles seraient les vitesses limites de sphères de même diamètre, mais 4, 9, 16 fois plus lourdes ?

2° La sphère primitive est fixée à l'extrémité d'une mince tige d'aluminium rigide, mobile autour d'un axe horizontal, de poids négligeable. L'appareil ainsi formé reçoit un vent horizontal de vitesse V. La tige se place alors à 45° de la verticale. En déduire V.
Montrer que l'appareil peut être utilisé pour mesurer la composante horizontale de la vitesse du vent, et calculer cette composante horizontale quand la tige fait 30° et 60° avec la verticale.

3° Sachant que la boule pèse 4,673 g et que son diamètre est de 45,8 mm, calculer le coefficient k de la formule donnant la résistance de l'air sur une sphère : $R = k\ SV^2$:

a) dans le système mètre, kilogrammes-poids, seconde;

b) dans le système C. G. S.

4° Avec quelle précision est connu ce coefficient k, si la pesée a été faite à 1 cg près, la mesure du diamètre à un dixième de millimètre près, et la mesure de la vitesse limite V avec une erreur relative d'un centième ?

(*Bacc.*, Lausanne, 1945.)

CHAPITRE IX

ATTRACTION UNIVERSELLE * (1)

70. — Pour expliquer le mouvement des planètes, Newton fut conduit à admettre l'existence d'une force qui est l'attraction de la matière pour la matière et que nous appellerons **attraction universelle.**

Nous énoncerons d'abord la loi de l'attraction universelle connue sous le nom de *loi de Newton* et nous montrerons comment cette loi rend compte de certains faits d'expérience.

71. Loi de Newton.

Deux points matériels, de masses m et m, exercent l'un sur l'autre une force attractive dirigée suivant la droite qui joint les deux points; cette force attractive est proportionnelle aux masses m et m' et inversement proportionnelle au carré de leur distance.

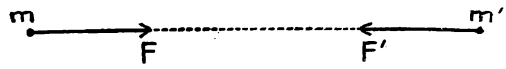


FIG. 46.
Attraction de deux points matériels.

La loi de Newton se traduit par la formule :

$$F = k \frac{mm'}{d^2}$$

d désignant la distance des deux points matériels, F la force attractive qui s'exerce entre eux, et k une constante qui dépend des unités employées.

(1) Les chapitres marqués d'un astérisque ne font pas partie expresse du programme, mais les idées essentielles doivent en être connues des élèves.

Par exemple, dans le système C. G. S., F étant évalué en dynes, m et m' en grammes et d en cm, la constante k, déterminée expérimentalement, a pour valeur :

$$\boxed{k = 6{,}7 \,.\, 10^{-8}.}$$

Le nombre k est la **constante de l'attraction universelle** ou constante de la gravitation.

72. Théorèmes. — Comme conséquence de la loi de Newton, on démontre les deux théorèmes suivants :

1° La force attractive exercée par une couche sphérique homogène sur un point extérieur est la même que si toute la masse de cette couche sphérique était concentrée au centre de la sphère.

2° L'action d'une couche sphérique homogène sur un point intérieur est nulle.

73. Masse et densité moyenne de la Terre.

Nous admettrons que la pesanteur n'est qu'un cas particulier de l'attraction universelle, c'est-à-dire que ***le poids d'un corps est l'attraction de la terre sur ce corps,*** conformément à la loi de Newton.

Supposons, en première approximation, que la Terre, de masse M, soit un sphère de rayon R et qu'elle soit formée de couches concentriques homogènes. Son action sur un corps de masse m situé à la surface du sol est :

$$p = k \frac{Mm}{R^2}.$$

Or, cette force attractive est le poids mg du corps; d'où :

$$g = k \frac{M}{R^2}.$$

Nous connaissons le rayon moyen de la Terre :

$$R \# 6\,370 \text{ km} = 6{,}37 \,.\, 10^8 \text{ cm}$$

et la valeur moyenne de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre :

$$g \# 980 \text{ C.G.S.}$$

Si donc nous avons réussi à mesurer la constante k de l'attraction universelle, la formule précédente nous permettra de calculer la

masse M de la Terre. Les expériences ayant fourni $k = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$, on obtient :

$$M = \frac{gR^2}{k} = \frac{980 \times 6{,}37 \times 10^{16}}{6{,}7 \times 10^{-8}} = 5{,}94 \cdot 10^{27} \text{ grammes;}$$

d'où, pour la densité moyenne de la Terre :

$$d = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{5{,}94 \cdot 10^{27}}{\frac{4}{3}\pi \times 6{,}37 \times 10^{24}} = 5{,}5.$$

Cette densité moyenne est très supérieure à la densité des couches superficielles, voisine de 2,5.

74. Mouvement des planètes.

La loi de l'attraction universelle explique le mouvement des planètes.

Nous allons, comme application, calculer de deux façons différentes l'accélération de la Lune dans son mouvement autour de la Terre.

1° Admettons que le mouvement de la Lune soit produit par l'attraction de la Terre. La Lune étant à une distance de la Terre égale à 60 fois le rayon terrestre et les actions étant en raison inverse du carré des distances, la force attractive exercée par la Terre sur 1 gramme sera 3 600 fois plus petite sur la Lune qu'à la surface du sol; donc :

$$\gamma = \frac{980}{3\,600} = 0{,}272 \text{ C.G.S.}$$

2° Supposons maintenant, en première approximation, que le mouvement de la Lune autour de la Terre soit un mouvement circulaire uniforme, de vitesse angulaire ω et de période T.

L'accélération de ce mouvement sera :

$$\gamma = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r.$$

Or :

$r = 60\,R = 60 \times 6{,}37 \times 10^8$ cm.

La Lune accomplit sa révolution autour de la Terre en :

27 j 7 h 43 mn = 39 343 × 60 secondes.

$T = 39\,343 \times 60$ s $\#$ $2{,}36.10^6$ secondes.

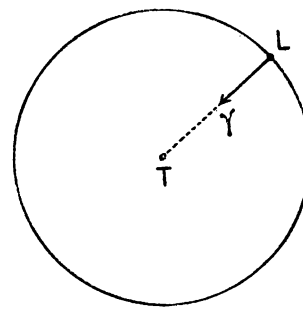


FIG. 47.

L'attraction de la Terre maintient la Lune sur sa trajectoire.

Donc :

$$\gamma = \frac{4 \times 9{,}87 \times 60 \times 6{,}37 \times 10^8}{\overline{2{,}36 \times 10^{12}}^{2}} = 0{,}271 \text{ C.G.S.}$$

Nous trouvons bien, à la précision des calculs, le même résultat que précédemment, ce qui justifie notre hypothèse que le mouvement de la Lune est produit par l'attraction de la Terre, conformément à la loi de Newton.

75. Variation du poids d'un corps avec l'altitude.

Le poids d'un corps diminue quand on s'élève. Désignons par p_0 le poids d'un corps à la surface du sol et par p_z sa valeur à l'altitude z. D'après la loi de l'attraction universelle :

$$\frac{p_z}{p_0} = \frac{R^2}{(R + z)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R}\right)^2}.$$

Comme $\frac{z}{R}$ est petit par rapport à l'unité, on peut écrire, en négligeant $\frac{z^2}{R^2}$:

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R}\right)^2} \# \frac{1}{1 + \frac{2z}{R}} \# 1 - \frac{2z}{R}.$$

Donc :

$$\boxed{p_z = p_0 \left(1 - \frac{2z}{R}\right).}$$

Application numérique. — *Calculer la variation de poids d'une masse de 5 kg pour une variation d'altitude de 20 m.*

Prenons pour rayon de la Terre :

$$R = 6\,370 \text{ km} = 6\,370 \times 1\,000 \text{ m}$$

$$\frac{2z}{R} = \frac{2 \times 20}{6\,370 \times 1\,000} = 6{,}28 \,.\, 10^{-6},$$

d'où :

$$p_z = p_0 \,(1 - 6{,}28 \,.\, 10^{-6})$$

$$p_z = p_0 - 6{,}28 \,.\, 10^{-6} \,.\, p_0.$$

Si $p_0 = 5\,000$ g :

$$p_z = 5\,000 \text{ g} - 0{,}0314 \text{ g}.$$

La diminution de poids d'un corps de 5 000 g élevé de 20 m est donc seulement de 31,4 mg. Cette faible variation a pu cependant être mesurée directement par von Jolly.

76. Expérience de von Jolly.

Quatre sphères de même volume extérieur sont suspendues au fléau d'une balance. Deux d'entre elles A et D sont pleines; les deux autres B et C sont creuses : elles servent à équilibrer la poussée de l'air. La différence de masse entre une sphère pleine et une sphère creuse est de 5 kg.

La sphère A étant d'abord à un niveau inférieur de 21 m au niveau de D, on réalisait l'équilibre (fig. 48, I); puis la sphère A était élevée et la sphère D abaissée de 21 m (fig. 48, II). Le poids de A diminuait alors que le poids de D augmentait : il fallait, pour rétablir l'équilibre, mettre dans le plateau de gauche une surcharge $p = 63{,}4$ mg.

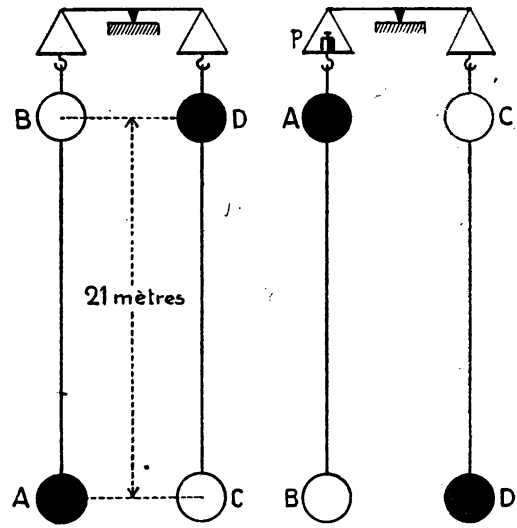


FIG. 48. — Expérience de von Jolly.

Ce poids p est sensiblement égal au double de la diminution de poids d'une masse de 5 000 g que l'on élève de 21 m (diminution de poids $\frac{p}{2}$ pour A et augmentation de poids $\frac{p}{2}$ pour D).

PROBLÈME

Un corps pesant donne à un ressort un allongement de 10 centimètres en un lieu placé à l'altitude zéro. Calculer en microns la variation d'allongement du ressort quand on le transporte avec sa charge à l'altitude de 2 000 mètres. On admettra que l'allongement du ressort est proportionnel à la charge, et on prendra 6 370 kilomètres comme rayon de la Terre.

CHAPITRE X

TRAVAIL DES FORCES

Rappelons, en les complétant, quelques notions déjà données dans le *Cours de Seconde*.

77. Travail d'une force.

Par définition, ***une force travaille lorsque son point d'application se déplace.***

1° Considérons d'abord le cas d'une force constante en grandeur et en direction, et d'un déplacement rectiligne de son point d'application.

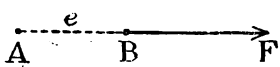


Fig. 49.

La force et le déplacement ont même direction.

a) *Lorsque le déplacement se fait dans la direction de la force, le travail a pour mesure le produit de la force par le déplacement.*

En désignant par F la force, par e = AB le déplacement (fig. 49), et par W le travail (W est l'initiale du mot anglais « work », travail), on a donc :

$$W = F.e.$$

b) Lorsque le point d'application se déplace de A à B suivant une droite Ax faisant l'angle α avec la direction de la force F (fig. 50), nous pouvons remplacer la force F par ses deux composantes rectangulaires F_1 et F_2. La force F_2 normale au déplacement n'a aucun effet utile et ne produit pas de travail.

Le travail de la force F dans le déplacement AB = e est donc le même que celui de la composante F_1, projection de la force sur le déplacement :

$$W = F_1.e.$$

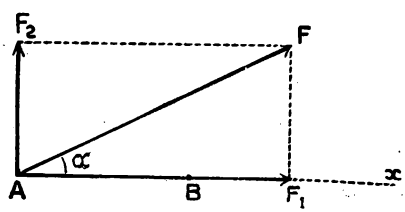


Fig. 50.

La force F fait l'angle α avec la direction Ax du déplacement.

Or : $F_1 = F \cos \alpha$. Donc :

$$W = F.e.\cos \alpha.$$

Lorsque l'angle α est aigu (W positif), la force aide au déplacement : on dit que *le travail est moteur*. Au contraire, dans le cas d'un angle α obtus (W négatif), la force s'oppose au déplacement : *le travail est résistant*.

2° Considérons maintenant le cas d'une force variable et dont le point d'application se déplace suivant une trajectoire curviligne (fig. 51). Imaginons cette trajectoire divisée en une infinité d'éléments assez petits pour que nous puissions confondre chacun d'eux avec une petite droite, et que la force F puisse être considérée comme constante en grandeur et en direction dans chacun de ces intervalles. La définition $W = Fe \cos \alpha$ s'applique alors à chacun de ces éléments, et *le travail effectué lorsque le point d'application se déplace de* A *à* B *est égal à la somme algébrique des travaux partiels.*

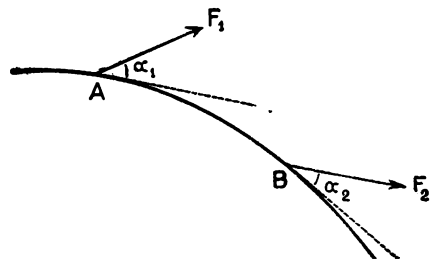


FIG. 51.

Force variable et déplacement curviligne.

78. Cas de la pesanteur.

Calculons le travail de la pesanteur lorsque le centre de gravité d'un corps se déplace de A à B (fig. 52). Comme le poids P peut être considéré comme constant dans un espace assez grand, le travail, qui est égal à la somme des travaux élémentaires, a pour expression :

$$W = \Sigma Pe \cos \alpha = P.\Sigma e \cos \alpha.$$

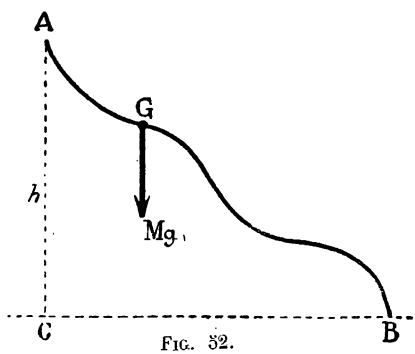


FIG. 52.

Le travail de la pesanteur de A à B est indépendant du chemin suivi.

Or, $e \cos \alpha$ représente la projection du petit déplacement e sur la verticale; la somme algébrique des projections $\Sigma e \cos \alpha$ a pour valeur $AC = h$. Donc :

$$W = P.h.$$

Il s'ensuit que le travail ne dépend pas du trajet suivi par le corps de A à B :

Dans le cas de la pesanteur, le travail dépend de la hauteur; il est indépendant du chemin suivi.

79. Théorème. — On démontre en Mécanique le théorème suivant :

Le travail de la résultante d'un système de forces est égal à la somme algébrique des travaux des composantes.

On dit que le travail est une *grandeur scalaire*, tandis que les forces, les vitesses et les accélérations, qui se représentent par des vecteurs et se composent géométriquement, sont des *grandeurs vectorielles*.

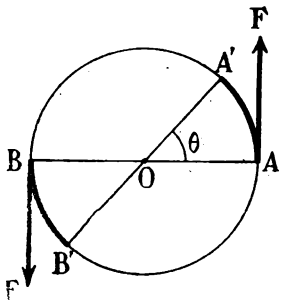


FIG. 53.
Le travail du couple est proportionnel à l'angle de rotation θ.

80. Travail d'un couple.

Soit un couple formé de deux forces égales F perpendiculaires en A et en B au bras de levier AB (fig. 53). Supposons que le solide sur lequel agit le couple puisse tourner autour de l'axe O perpendiculaire au plan de la figure; A et B décrivent ainsi une circonférence de centre O. Si, dans le déplacement, les forces F restent perpendiculaires aux rayons, le travail du couple, pour une rotation θ, a pour expression :

$$W = F.AA' + F.BB' = F.2\,AA' = F.2.OA.\theta$$

ou :

$$W = F.AB.\theta.$$

Or, F.AB est le moment C du couple.

Donc :

$$\boxed{W = C\theta.}$$

Le travail d'un couple est égal au produit $C\theta$ du moment du couple par l'angle de rotation exprimé en radians.

CHAPITRE XI

SYSTÈMES D'UNITÉS

81. Choix des unités de mesures.

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une autre grandeur de même espèce prise pour unité.

Il résulte de cette définition que le choix d'une unité est arbitraire; il suffit qu'elle soit de même nature que la grandeur à mesurer. Cependant, si les unités de mesures étaient prises au hasard, sans aucune règle, elles formeraient un système aussi incohérent que compliqué.

Comme exemple, considérons la mesure d'une longueur et la mesure d'une surface. De même qu'il existe des relations, établies en Géométrie, entre les surfaces et leurs dimensions linéaires, il y aura une relation entre l'unité de surface et l'unité de longueur. Cette relation entre les deux unités étant arbitraire, on pourra la choisir de telle sorte que les formules de Géométrie se trouvent simplifiées.

Ainsi, on démontre en Géométrie le théorème suivant :

Le nombre qui mesure l'aire d'un rectangle est proportionnel au produit des nombres qui mesurent les longueurs de ses côtés.

En désignant par S l'aire d'un rectangle dont les côtés ont pour mesure a et b, le théorème précédent se traduit par la formule :

$$S = K.a.b \qquad (1)$$

K étant une constante qui dépend des unités choisies.

Supposons que, l'unité de longueur étant déjà définie, l'unité de surface ne le soit pas encore. Nous pourrons choisir cette unité de surface de telle sorte que $K = 1$ dans la relation qui donne la surface d'un rectangle, laquelle prend alors la forme plus simple :

$$S = a.b.$$

Si $a = 1$ et $b = 1$, on obtient $S = 1$. Donc :

L'unité de surface est la surface d'un carré dont le côté est égal à l'unité de longueur.

Le choix de la constante de proportionnalité dans la formule (1) a fixé par le fait même l'unité de surface.

En établissant des relations simples entre les diverses unités, on réalise ce qu'on appelle un *système cohérent d'unités*. Dans un tel système, on fait choix d'*unités fondamentales* (au nombre de trois, en général), définies arbitrairement; les autres unités, appelées *unités dérivées*, peuvent s'en déduire au moyen de conventions simples.

Nous allons étudier successivement le système C. G. S., le système M. T. S. et le système M. Kp. S.

SYSTÈME C. G. S. (centimètre, gramme, seconde).

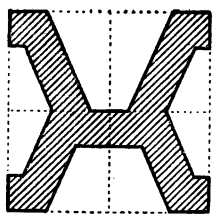


FIG. 54.
Profil du mètre international.

82. Unités fondamentales.

Unité de longueur : *centimètre* (cm). C'est la centième partie du mètre international.

Le mètre est la longueur à 0° comprise entre deux traits parallèles tracés sur une barre en platine iridié déposée au Bureau international des Poids et Mesures à Sèvres (fig. 54).

Cette longueur est sensiblement égale à la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

Unité de masse : *gramme* (g). *C'est la millième partie de la masse du kilogramme étalon*, en platine iridié, déposé au Bureau international des Poids et Mesures (fig. 55).

Le gramme est sensiblement la masse de 1 cm^3 d'eau pure à son maximum de densité, 4° C.

Unité de temps : *seconde* (s). *C'est la 1/86 400e partie du jour solaire moyen.*

Rappelons quelques notions fondamentales données dans le Cours de Cosmographie.

On appelle *jour sidéral* le temps qui sépare deux passages supérieurs consécutifs d'une même étoile au méridien du lieu. Tous les jours sidéraux sont égaux; on les divise en 86 400 secondes sidérales.

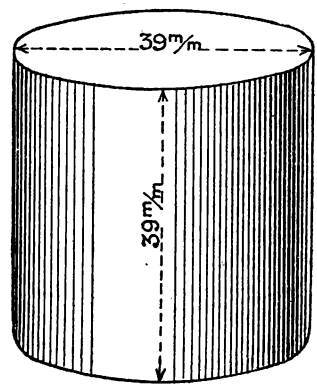


FIG. 55.
Kilogramme étalon (en vraie grandeur).

Le *jour solaire vrai* est le temps qui sépare deux passages supérieurs successifs du centre du Soleil au méridien du lieu. Le jour solaire est supérieur au jour sidéral, car, en même temps que la Terre a fait un tour sur elle-même (en un jour sidéral), elle s'est déplacée par rapport au Soleil dans le même sens. De plus, tous les jours solaires ne sont pas égaux, car la Terre décrit autour du Soleil, non pas une circonférence, mais une ellipse, et sa vitesse sur sa trajectoire, régie par la loi des aires, n'est pas uniforme. Aussi a-t-on été amené à considérer un *jour solaire moyen,* que l'on a divisé en 86 400 secondes de temps solaire moyen.

Le jour sidéral vaut 86 164 secondes de temps solaire moyen.

83. Unités dérivées.

Surface : *centimètre carré* (cm^2). Surface d'un carré ayant 1 centimètre de côté.

Volume : *centimètre cube* (cm^3). Volume d'un cube ayant 1 centimètre d'arête.

Vitesse : *centimètre par seconde* (cm/s). Vitesse d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne uniforme et qui parcourt 1 centimètre en 1 seconde.

Accélération : *centimètre/seconde/seconde* (cm/s/s ou cm/s^2). Accélération d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré et dont la vitesse augmente de 1 centimètre en 1 seconde.

Force : *dyne.* Cette unité est définie en donnant la valeur 1 à la constante k de proportionnalité dans l'équation fondamentale de la dynamique, qui devient ainsi :

$$F = m\gamma.$$

Donc : *La dyne est la force constante qui, agissant sur la masse de 1 gramme, lui imprime un mouvement uniformément accéléré, d'accélération 1 cm/s/s.*

Travail : *erg.* L'erg est le travail effectué par une force de 1 dyne dont le point d'application se déplace de 1 centimètre dans sa propre direction.

Puissance : *erg par seconde.* C'est la puissance d'une machine qui produirait un travail de 1 erg par seconde.

Pression : *barye.* La barye correspond à une dyne par centimètre carré.

84. Unités pratiques. — Les unités qui viennent d'être définies étant souvent trop petites dans la pratique, on a choisi des multiples qui ont reçu les noms suivants :

Unité de travail : ***joule*** (J). 1 joule $= 10^7$ ergs.

Unité de puissance : ***watt*** (W). 1 watt = 1 joule/s $= 10^7$ ergs/s. Ces deux unités sont utilisées en Electricité.

Industriellement, on emploie encore comme unité de travail le ***watt-heure*** (Wh) et ses multiples : ***hectowatt-heure*** et ***kilowatt-heure*** (kWh).

Le *watt-heure* est le travail fourni par une machine ayant une puissance de 1 watt et fonctionnant pendant 1 heure. Donc :

1 watt-heure = 3 600 joules.

Unité de pression : ***bar,*** qui vaut 10^6 baryes, c'est-à-dire une ***mégabarye.***

Le ***millibar.*** ou millième de bar, vaut donc 10^3 baryes.

SYSTÈME M. T. S. (mètre, tonne, seconde).

85. Unités fondamentales.

Unité de longueur : ***mètre*** (m).

Unité de masse : ***tonne*** (t). 1 tonne $= 10^6$ grammes.

Unité de temps : ***seconde*** (s). Comme dans le système C. G. S., l'unité de temps est la seconde sexagésimale de temps solaire moyen.

86. Unités dérivées.

Unité de surface : ***mètre carré*** (m^2).

$$1\ m^2 = 10^4\ cm^2.$$

Unité de volume : ***mètre cube*** (m^3).

$$1\ m^3 = 10^6\ cm^3.$$

Unité de vitesse : ***mètre par seconde*** (m/s).

1 m/s = 100 cm/s.

Unité d'accélération : ***mètre/seconde/seconde*** (m/s/s ou m/s^2).

1 m/s/s = 100 cm/s/s.

Unité de force : *sthène* (sn). Cette unité est définie en adoptant la formule $F = m\gamma$ pour exprimer le principe fondamental de la dynamique. Si, dans cette formule, nous faisons $m = 1$ tonne et $\gamma = 1$ m/s/s, nous obtenons $F = 1$ sthène.

Le sthène est la force constante qui, agissant sur une masse de 1 tonne, lui communique un mouvement rectiligne uniformément accéléré, d'accélération 1 m/s/s.

Comme 1 tonne $= 10^6$ grammes et 1 m/s/s $= 100$ cm/s/s, 1 sthène vaut :

$$10^6 \times 100 = 10^8 \text{ dynes.}$$

$$1 \text{ sn} = 10^8 \text{ dynes}$$

Unité de travail : *kilojoule* (kJ). Rendons-nous compte que *le kilojoule est le travail effectué par une force de 1 sthène dont le point d'application se déplace de 1 mètre dans sa propre direction.*

$$1 \text{ sn} = 10^8 \text{ dynes}$$

$$1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm.}$$

Donc :

$$1 \text{ sn} \times 1 \text{ m} = 10^8 \times 10^2 \text{ ergs} = 10^3 \text{ joules} = 1 \text{ kilojoule.}$$

Unité de puissance : *kilowatt* (kW). Le kilowatt est la puissance d'une machine qui produit un travail de 1 kilojoule par seconde.

Unité de pression : *pièze* (pz). La pièze est la pression uniforme exercée par une force de 1 sthène agissant sur une surface de 1 m^2.

Comme 1 sn $= 10^8$ dynes et 1 m^2 $= 10^4$ cm^2, la pièze a pour valeur :

$$1 \text{ pz} = \frac{10^8}{10^4} \text{ dynes/cm}^2 = 10^4 \text{ baryes.}$$

Remarquons que l'*hectopièze* (hpz), qui vaut 100 pièzes, est égale à 10^6 baryes ou 1 bar.

$$1 \text{ hpz} = 1 \text{ bar.}$$

Le système M. T. S. est le système légal depuis 1919.

SYSTÈME M. Kp. S. (mètre, kilogramme-poids, seconde).

Ce système d'unités n'est pas légal et la loi française ne l'admet qu'à titre transitoire. Il est cependant utilisé, de façon courante, par de nombreux techniciens.

87. Unités fondamentales.

Unité de longueur : ***mètre*** (m).

Unité de force : ***kilogramme-poids*** ou *kilogramme-force*. C'est la force avec laquelle une masse égale à 1 kilogramme est attirée par la terre.

Unité de temps : ***seconde*** (s).

L'inconvénient théorique d'un tel système tient à ce que, le poids de 1 kg variant d'un lieu à l'autre de la terre, l'unité de force est mal définie. On pourrait préciser le lieu où se trouve la masse, à Paris, par exemple; le kilogramme-poids vaudrait alors 981 000 dynes A vrai dire, l'inconvénient précédent est de peu d'importance, car g varie, à la surface de la terre, entre 978 et 983 C. G.S.; en adoptant $g = 981$ C. G. S., on commet une erreur relative inférieure à 1/300. C'est une précision que l'on atteint rarement dans les mesures industrielles.

88. Unité de masse : kilogramme-masse.

Dans ce système, le kilogramme est à la fois l'unité de masse et l'unité de force. Autrement dit, l'unité de masse est la masse du kilogramme étalon : on la désigne sous le nom de *kilogramme-masse;* l'unité de force est l'action de la terre sur le kilogramme : on l'appelle *kilogramme-poids.*

La constante k de la formule :

$$F = k m \gamma$$

n'est alors pas égale à l'unité. En effet, 1 kg-poids agissant sur 1 kg-masse lui communique à Paris une accélération :

$$g = 9{,}81 \text{ m/s/s.}$$

En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$1 = k \times 9{,}81 \qquad \text{ou} \qquad k = \frac{1}{9{,}81}$$

et la formule fondamentale de la dynamique devient, dans ce système :

$$\boxed{F = \frac{1}{9{,}81} m\gamma.}$$

Remarque. — Supposons que l'on veuille utiliser la formule $F = m\gamma$ en évaluant la force en kg-poids et l'accélération en m/s/s. L'unité de masse correspondante serait la masse qui, sous l'action d'une force de 1 kg-poids, prendrait une accélération de 1 m/s/s. Cette unité, qui vaudrait 9,81 kg-masse, n'est pas légale.

89. Unités dérivées. — Les unités dérivées de *surface*, de *volume*, de *vitesse* et d'*accélération* du système M. Kp. S. sont les mêmes que celles du système M. T. S.

Unité de travail : *kilogrammètre* (kgm). — Le kilogrammètre est le travail effectué par une force de 1 kilogramme-poids dont le point d'application se déplace de 1 mètre dans sa direction.

Unité de puissance : ***kilogrammètre par seconde*** (kgm/s).

Unité de pression : *kilogramme-poids par centimètre carré* (kgp/cm²). — L'unité rationnelle de pression du système M. Kp. S. serait le kg-poids par m², qui correspond à une force de 981 000 dynes agissant sur une surface de 10 000 cm², soit une pression de :

$$981\,000 : 10\,000 = 98{,}1 \text{ baryes.}$$

Cette unité serait beaucoup trop petite pour les pressions usuelles, aussi emploie-t-on pratiquement le kgp/cm².

90. Relations entre quelques unités.

1° Unités de force :

$$\boxed{1 \text{ kg-poids} = 981\,000 \text{ dynes.}}$$

$$1 \text{ sn} = 10^8 \text{ dynes} = \frac{10^8}{981\,000} \text{ kgp} = 102 \text{ kg-poids.}$$

$$\boxed{1 \text{ sthène} = 10^8 \text{ dynes} \# 102 \text{ kg-poids.}}$$

2° **Unités de travail.**

$$1 \text{ kgm} = 1 \text{ kgp} \times 1 \text{ m} = 981\,000 \times 100 \text{ ergs} = 9{,}81.10^7 \text{ ergs.}$$

$$\boxed{1 \text{ kgm} = 9{,}81.10^7 \text{ ergs} = 9{,}81 \text{ joules.}}$$

3° **Unités de puissance.**

Industriellement, on emploie couramment comme unité de puissance le ***cheval-vapeur*** (CV), qui vaut 75 kgm/s et, par suite :

$$9{,}81 \times 75 = 736 \text{ watts.}$$

$$\boxed{1 \text{ CV} = 75 \text{ kgm/s} = 736 \text{ watts.}}$$

$$1\ \text{kW} = 1\,000\ \text{watts} = \frac{1\,000}{9{,}81}\ \text{kgm/s} = 102\ \text{kgm/s},$$

et :
$$1\ \text{kW} = \frac{1\,000}{736}\ \text{CV} = 1{,}36\ \text{CV}.$$

$$\boxed{1\ kW = 102\ kgm/s = 1{,}36\ CV.}$$

4° **Unités de pression.**

$$1\ \text{bar} = 10^6\ \text{baryes} = \frac{10^6}{981\,000}\ \text{kgp/cm}^2 = 1{,}02\ \text{kgp/cm}^2.$$

$$\boxed{1\ bar = 10^6\ baryes = 1{,}02\ kgp/cm.}$$

$$1\ \text{pz} = \frac{1\ \text{sn}}{1\ \text{m}^2} = \frac{10^8\ \text{dynes}}{10^4\ \text{cm}^2} = 10^4\ \text{baryes},$$

1 hectopièze (hpz) $= 10^6$ baryes $= 1$ bar.

$$\boxed{1\ hpz = 1\ bar = 1{,}02\ kgp/cm^2.}$$

91. Equations de dimensions.

On appelle équation de dimensions d'une unité dérivée l'expression qui indique la loi de variation de cette unité en fonction des unités fondamentales dont elle dépend.

Supposons que les unités fondamentales soient l'unité de longueur, l'unité de masse et l'unité de temps, représentées respectivement par L, M et T. Pour obtenir l'unité de surface, nous devons, dans la formule de la surface du rectangle $S = ab$, faire $a = b = L$; d'où :

$$S = L^2.$$

Nous avons ainsi le tableau suivant :

Grandeurs.	Equations de définition.	Equations de dimensions.
Surface	$S = ab$	$S = L^2$
Volume	$V = abc$	$V = L^3$
Vitesse	$v = e : t$	$v = LT^{-1}$
Accélération	$\gamma = v : t$	$\gamma = LT^{-2}$
Force	$F = m\gamma$	$F = LMT^{-2}$
Travail	$W = Fe$	$W = L^2MT^{-2}$
Puissance	$P = W : t$	$P = L^2MT^{-3}$
Pression	$p = F : S$	$p = L^{-1}MT^{-2}$

REMARQUE. — Les équations de dimensions des unités dérivées sont évidemment arbitraires, car elles dépendent des équations qui nous ont servi à définir ces unités. Montrons-le sur un exemple.

Nous avons défini l'unité de force en partant de l'équation fondamentale de la dynamique $F = m\gamma$. L'unité de force est alors la force qui, agissant sur l'unité de masse, lui communique un mouvement d'accélération égale à l'unité. D'où l'équation de dimensions :

$$F = LMT^{-2}.$$

Mais nous aurions pu définir l'unité de force à l'aide de l'équation de Newton :

$$F = k\,\frac{mm'}{d^2}$$

qui régit l'attraction entre deux masses matérielles, et en faisant arbitrairement $k = 1$ dans cette formule qui deviendrait :

$$F = \frac{mm'}{d^2}.$$

La nouvelle unité de force serait la force attractive qui s'exercerait entre deux masses ponctuelles, égales à l'unité, placées à une distance l'une de l'autre égale à l'unité de longueur. D'où, pour équation de dimensions :

$$F = L^{-2}M^2.$$

92. Applications.

1° **Changement d'unités.** — Supposons une unité dérivée Z, dont l'équation de dimensions est :

$$Z = L^\alpha M^\beta T^\gamma.$$

Dans un nouveau système, dont les unités fondamentales sont L', M' et T', la nouvelle unité Z' sera donnée, en fonction de l'ancienne unité Z, par la relation :

$$\frac{Z'}{Z} = \left(\frac{L'}{L}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{M'}{M}\right)^\beta \cdot \left(\frac{T'}{T}\right)^\gamma.$$

EXEMPLE. — *Quel serait en ergs/s la valeur de l'unité de puissance dans un système ayant pour unités fondamentales le mètre, la masse de l'hectogramme et la minute ?*

$L = 1$ cm	$M = 1$ g	$T = 1$ s
$L' = 100$ cm	$M' = 100$ g	$T' = 60$ s

L'équation de dimensions de la puissance étant :

$$P = L^2 M T^{-3},$$

on a, entre les unités de puissance P et P′ du système C. G. S. et du nouveau système, la relation :

$$\frac{P'}{P} = \overline{\overline{100}}^{2} \times 100 \times 60^{-3} = \frac{10^6}{216 \times 10^3} = 4{,}63$$

$$P' = 4{,}63 \text{ ergs/s.}$$

2° **Vérification de l'homogénéité des formules.** — Les formules de Physique expriment des lois qui sont naturellement indépendantes des unités choisies; ces équations doivent donc subsister lorsqu'on change les grandeurs des unités. Pour cela, il est nécessaire que chaque formule soit *homogène*, c'est-à-dire que les deux membres dépendent également des unités fondamentales, ou encore qu'ils aient les mêmes équations de dimensions. Si l'on vient à changer les grandeurs des unités, les deux membres de la formule se trouvent alors multipliés par un même coefficient numérique, et l'égalité subsiste.

Exemple. — *Vérifier l'homogénéité de la formule du pendule simple :*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Equation de dimensions du premier membre : T.

Equation de dimensions du second membre :

$$\sqrt{\frac{\text{Longueur}}{\text{Accélération}}} = \sqrt{\frac{L}{LT^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T.$$

La formule du pendule simple est donc bien homogène.

PROBLÈMES

1. Evaluer en joules la valeur de l'unité de travail dans un système cohérent dont les unités fondamentales seraient :

Longueur : kilomètre.
Masse : tonne.
Temps : heure.

2. Evaluer en baryes la valeur de l'unité de pression dans un système cohérent d'unités dont les unités fondamentales sont les suivantes :

Unité de longueur : longueur du pendule simple qui bat la demi-seconde en un lieu où $g = 981{,}0$ C. G. S.

Unité de masse : masse de 1 dm³ de mercure à 0°.

Unité de temps : seconde.

Masse spécifique du mercure à 0° : 13,6 g/cm³.

CHAPITRE XII

THÉORÈME DES FORCES VIVES

93. Force vive ou énergie cinétique.

1° Soit un point matériel en mouvement, de masse m, et soit v sa vitesse à un instant donné.

On appelle force vive du point matériel, à l'instant considéré, le demi-produit de sa masse par le carré de sa vitesse.

Les physiciens appellent encore cette grandeur *énergie cinétique*; nous la désignerons par E_c :

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2.$$

La force vive, d'après sa définition même, est une grandeur essentiellement positive.

2° Un système matériel quelconque, un corps solide par exemple, peut être envisagé comme formé d'éléments de matière assez petits pour que chacun d'eux soit assimilé à un point matériel. Cette considération permet de donner la définition suivante :

La force vive ou énergie cinétique d'un système quelconque est égale à la somme, à l'instant donné, des forces vives de tous les éléments de matière qui constituent le système :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \Sigma mv^2.}$$

Remarques. — 1° La force vive ou énergie cinétique a même équation de dimensions qu'un travail : ML^2T^{-2}. On l'évaluera donc dans la même unité qu'un travail, c'est-à-dire respectivement en ergs et en kilojoules dans les systèmes C. G. S. et M. T. S.

2° Dans le système M. Kp. S., si l'on exprime m en kg-masse et v en m/s, on n'oubliera pas, pour avoir E_c en kgm, de diviser m par 9,81 (§ 88); l'expression de l'énergie cinétique devient alors, dans ce système :

$$E_c = \frac{1}{2} \sum \frac{m}{9{,}81} v^2.$$

94. Calcul de la force vive d'un corps solide.

Nous allons calculer la force vive d'un système dans deux cas particulièrement importants, puis nous indiquerons ce qu'elle deviendrait dans le cas général.

1° **Solide animé d'un mouvement de translation.** — Tous les éléments du corps ayant à chaque instant même vitesse, on peut, dans l'expression de la force vive, mettre v^2 en facteur :

$$E_c = \frac{1}{2} \Sigma m v^2 = \frac{v^2}{2} \Sigma m.$$

Σm est la masse totale M du corps. Donc :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} M v^2.}$$

2° **Solide tournant autour d'un axe.** — La vitesse linéaire de chaque élément, de masse m, est proportionnelle à sa distance r à l'axe :

$$v = \omega r$$

ω désignant la vitesse angulaire du solide à l'instant considéré (fig. 56).

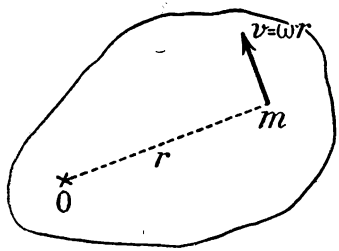


Fig. 56.

Dans un mouvement de rotation, la vitesse d'un élément m est proportionnelle à sa distance de l'axe.

Donc :

$$E_c = \frac{1}{2} \Sigma m v^2 = \frac{1}{2} \Sigma m \omega^2 r^2.$$

La vitesse angulaire ω étant la même, à chaque instant, pour tous les points du corps, on peut mettre ω^2 en facteur :

$$E_c = \frac{\omega^2}{2} \Sigma m r^2.$$

La quantité $\Sigma m r^2$, indépendante de la vitesse, dépend seulement du corps et de la position de l'axe de rotation; pour un solide indé-

formable, c'est une constante que l'on appelle ***moment d'inertie*** du corps par rapport à l'axe. En désignant par I ce moment d'inertie, l'expression de la force vive s'écrit :

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Remarque. — Dans le mouvement de rotation autour d'un axe fixe, le moment d'inertie et la vitesse angulaire jouent exactement le même rôle, au point de vue de l'énergie cinétique, que la masse totale et la vitesse linéaire dans le mouvement de translation.

Si le corps a la forme d'une roue dont toute la masse se trouve répartie sur une jante mince, tous les éléments se trouvent à peu près à la même distance de l'axe. Soit R le rayon moyen de la roue et M la masse totale :

$$I = M R^2.$$

3° **Cas général.** — Dans le cas général, le mouvement d'un corps solide peut être considéré comme la résultante d'un mouvement de translation, de vitesse égale à la vitesse du centre de gravité, et d'un mouvement de rotation autour d'un axe passant par le centre de gravité. L'énergie cinétique du corps est alors la somme de deux termes : son énergie cinétique de translation et son énergie cinétique de rotation.

$$E_c = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2.$$

95. Enoncé du théorème des forces vives.

La variation de force vive d'un système matériel pendant un temps donné est égale à la somme algébrique des travaux des forces appliquées au système pendant ce temps.

$$E_2 - E_1 = W$$

E_1 représente la force vive au début et E_2 la force vive à la fin du temps considéré; W est le travail de toutes les forces appliquées au système, y compris les forces de liaison.

Remarquons toutefois que, s'il s'agit d'un *solide indéformable* et sans frottement, les forces intérieures de liaison qui vont deux par deux et sont égales effectuent un travail nul. W représente alors le travail des forces extérieures au système.

96. Démonstration dans le cas d'un point matériel.

Considérons un déplacement assez court du point matériel, de M en M′, pour que la résultante F des forces agissantes puisse être considérée comme constante et la partie de trajectoire MM′ = Δe comme rectiligne (fig. 57).

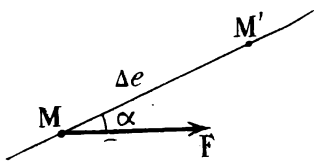


FIG. 57.

Désignons respectivement par v_1 et E_1 la vitesse et la force vive en M, par v_2 et E_2 la vitesse et la force vive en M′. La variation de force vive de M en M′ est :

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m(v_2 + v_1)(v_2 - v_1)$$

$$= m \frac{v_2 + v_1}{2} (v_2 - v_1).$$

Or, $\frac{v_2 + v_1}{2}$ est la vitesse moyenne v de M en M′ et $v_2 - v_1$ la variation de vitesse Δv. D'où, pour la variation de force vive :

$$E_2 - E_1 = mv.\Delta v. \qquad (1)$$

Le travail effectué par la force F de M en M′ a pour valeur :

$$W_1 = F.\Delta e.\cos \alpha.$$

F cos α est la composante de la force suivant la tangente, c'est-à-dire :

$$m\gamma_T = m \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Donc : $$W_1 = m \frac{\Delta v}{\Delta t}.\Delta e = m.\Delta v. \frac{\Delta e}{\Delta t}.$$

$\frac{\Delta e}{\Delta t}$ est la vitesse moyenne de M en M′; par suite :

$$W_1 = mv.\Delta v. \qquad (2)$$

En comparant les équations (1) et (2), on obtient :

$$E_2 - E_1 = W_1.$$

Pour de petits déplacements successifs, on aurait de même :

$$E_3 - E_2 = W_2$$

$$E_4 - E_3 = W_3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$E_n - E_{n-1} = W_{n-1}.$$

Ajoutons membres à membres toutes ces relations :

$$E_n - E_1 = W_1 + W_2 + \ldots + W_{n-1}$$

ou :

$$E_n - E_1 = \Sigma W,$$

ce qui démontre le théorème des forces vives dans ce cas simple.

APPLICATIONS DU THÉORÈME DES FORCES VIVES (1)

Le théorème des forces vives permet de résoudre facilement un grand nombre de problèmes dans lesquels intervient la vitesse. Nous allons en donner quelques exemples.

97. Point matériel en mouvement dans le champ de la pesanteur.

Soit un point matériel, de masse m, lancé d'un point O avec une vitesse initiale v_0 (fig. 58). Désignons par v sa vitesse en un point A de sa trajectoire, d'ordonnée y. En négligeant la résistance de l'air, la seule force agissante est le poids mg qui, de O en A, effectue le travail $-mgy$. Le théorème des forces vives permet alors d'écrire :

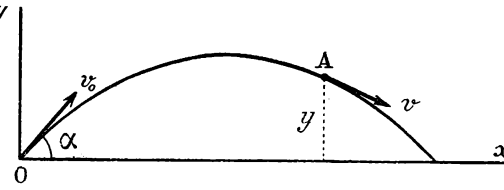


FIG. 58.

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = -mgy$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gy.$$

Nous retrouvons ainsi directement la formule déjà démontrée au paragraphe 47.

98. Plan incliné.

Supposons un solide se déplaçant le long d'une ligne de plus grande pente d'un plan incliné. Nous examinerons successivement le cas où le solide glisse sans frottement et le cas où le solide roule sans glisser.

---

(1) « Le volant figurera obligatoirement dans les applications qui illustreront le théorème des forces vives. » (Instructions officielles du 20 juin 1947.) Nous avons préféré traiter le « volant » comme exemple de transformation du travail en énergie cinétique, et inversement; l'élève le trouvera donc au paragraphe 118, mais il aura soin, à l'examen, d'ajouter le « volant » à une question de cours sur le théorème des forces vives.

1° **Mouvement de translation.** — Le corps solide, de masse m, glisse sans frottement le long du plan incliné. Son centre de gravité passe de G où la vitesse est v_0, en G′ où la vitesse est v, après avoir parcouru la distance $GG' = e$ (fig. 59).

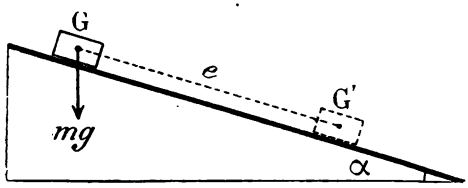


FIG. 59.
Glissement d'un solide le long d'un plan incliné.

Appliquons le théorème des forces vives au mouvement de G en G′ :

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = mge \sin \alpha$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ge \sin \alpha.$$

C'est l'équation d'un mouvement uniformément accéléré, d'accélération :

$$\boxed{\gamma = g \sin \alpha.}$$

REMARQUE. — Pour réaliser des conditions très voisines d'un glissement sans frottement, on peut utiliser un petit chariot lourd, monté sur des roues très légères et très mobiles, de façon que la masse des roues soit négligeable vis-à-vis de la masse du chariot.

2° **Roulement sans glissement.** — Soit maintenant une sphère pleine homogène qui roule sans glisser le long d'une ligne de plus grande pente. Elle part du repos en A (fig. 60) sans vitesse initiale; en B, après avoir parcouru le trajet $AB = e$, la vitesse du centre de gravité est v.

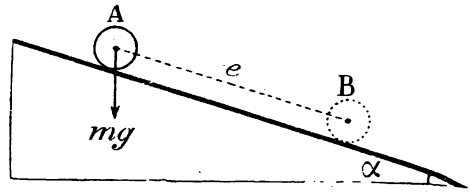


FIG. 60. — Mouvement d'une bille qui roule le long d'un plan incliné.

Le mouvement peut être considéré comme résultant d'une translation parallèle à la ligne de plus grande pente et d'une rotation autour d'un diamètre horizontal normal à cette ligne. Désignons par m la masse de la sphère, par I son moment d'inertie par rapport à un diamètre, par v et ω les vitesses de translation et de rotation dans la position B. Appliquons le théorème des forces vives au mouvement de A à B :

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = mge \sin \alpha.$$

Comme la sphère roule sans glisser, $\omega = \frac{v}{R}$, R désignant le rayon. D'autre part, le moment d'inertie d'une sphère homogène par rapport à un de ses diamètres est : $I = \frac{2}{5} m R^2$.

Donc :

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} m R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = m g e \sin \alpha,$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{5}{7} g e \sin \alpha.$$

C'est l'équation d'un mouvement uniformément accéléré, d'accélération :

$$\boxed{\gamma = \frac{5}{7} g \sin \alpha.}$$

Le mouvement est donc moins rapide que dans le cas du glissement.

99. Machine d'Atwood.

Dans l'étude de la machine d'Atwood (§ 40), nous avons négligé la masse de la poulie. Supposons maintenant que cette masse ne soit pas négligeable et soit I le moment d'inertie de la poulie par rapport à son axe.

Appliquons le théorème des forces vives au cas où les masses, partant du repos sans vitesse initiale, ont parcouru la distance verticale e, leur vitesse de translation étant alors v et la vitesse angulaire de rotation de la poulie ω :

$$\frac{1}{2} (2M + m) v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = mge.$$

Soit R le rayon de la gorge de la poulie. Si le fil qui soutient les masses ne glisse pas sur la poulie, on a $\omega = \frac{v}{R}$

Donc :

$$\frac{1}{2} (2M + m) v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{I}{R^2} v^2 = mge$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{mg}{2M + m + \frac{I}{R^2}} \cdot e.$$

C'est l'équation d'un mouvement uniformément accéléré dont l'accélération γ s'obtient en identifiant la relation précédente avec formule du mouvement uniformément accéléré $v^2 = 2\gamma e$:

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m + \frac{I}{R^2}}.$$

Dans le cas où la poulie, de masse totale μ, serait réduite à une jante mince de rayon R, son moment d'inertie aurait pour valeur $I = \mu R^2$, et l'accélération du mouvement serait :

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m + \mu}$$

100. Vitesse du pendule simple (1).

Soit un pendule simple, de longueur l, qui oscille avec une amplitude quelconque α. Le théorème des forces vives permet de calculer la vitesse v du pendule dans une position C de son mouvement, définie par l'élongation θ (fig. 61) :

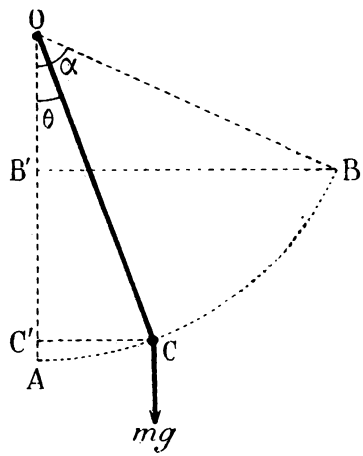


FIG. 61

$$\frac{1}{2} mv^2 = mg.B'C'$$

$$v^2 = 2g.B'C' =$$

$$2g(l \cos\theta - l \cos\alpha)$$

$$v = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\alpha)}.$$

Au passage par la position d'équilibre $\theta = 0$, la vitesse est maximum et elle a pour valeur :

$$V = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$$

ou, comme $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$:

$$V = \sqrt{4gl\sin^2\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}:$$

(1) A n'étudier qu'après le chapitre XIII : *Pendule pesant.*

Dans le cas de petits angles, on pourrait confondre sin $\frac{\alpha}{2}$ avec $\frac{\alpha}{2}$, exprimé en radians, et la relation précédente deviendrait :

$$V = \alpha\sqrt{gl}.$$

PROBLÈMES

1. Calculer, en chevaux-vapeur et en kilowatts, la puissance d'une chute d'eau, dont la hauteur de chute est 50 mètres et le débit 160 mètres cubes par minute.

2. Une balle de fusil pesant 12 grammes est lancée avec une vitesse de 700 mètres par seconde.

1° Calculer l'énergie cinétique de ce projectile en l'exprimant successivement en ergs, en joules et en kilogrammètres.

2° Le projectile est lancé verticalement de bas en haut. Si la résistance de l'air n'existait pas jusqu'à quelle hauteur s'élèverait-il ?

Accélération de la pesanteur : $g = 980$ cm/s/s.

3. Une poulie de 5 cm de rayon, pesant 60 grammes, a sa masse répartie sur sa circonférence. Sur cette poulie passe un fil très léger qui porte à ses extrémités des poids égaux de 210 grammes. La machine d'Atwood ainsi réalisée se trouvant en équilibre, on dispose sur l'un des poids une surcharge de 10 grammes.

1° Trouver l'accélération du mouvement.

2° Déterminer les tensions du fil de part et d'autre de la poulie.

3° Vérifier qu'à tout instant la force vive de la poulie est égale au travail effectué par la différence des tensions.

Accélération de la pesanteur = 980 cm/s². (*Bacc.*, Nancy, 1930.)

CHAPITRE XIII

PENDULE PESANT

101. Définitions.

On appelle *pendule grave ou pesant* le système formé par un corps solide mobile autour d'un axe ne passant pas par le centre de gravité du corps. Nous bornerons notre étude au cas d'un axe horizontal.

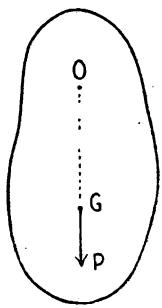


FIG. 62.
Equilibre stable

Nous savons que le corps est en équilibre lorsque le centre de gravité G est situé dans le plan vertical passant par l'axe : l'équilibre est stable si le centre de gravité G est situé en dessous de l'axe O (fig. 62).

Ecartons le corps de sa position d'équilibre stable, le centre de gravité venant en G′ par exemple (fig. 63). On peut décomposer le poids P en deux forces rectangulaires : l'une f', située dans le prolongement de OG′, tire sur l'axe; l'autre f, perpendiculaire à OG′, tend à ramener le corps à sa position d'équilibre stable.

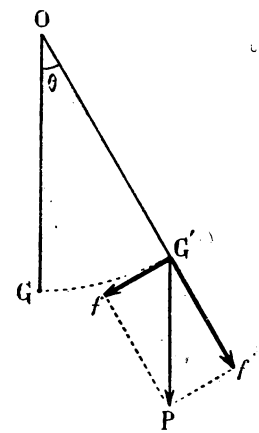


FIG. 63.
La force f ramène le corps vers sa position d'équilibre stable.

Supposons donc le corps écarté d'un angle α de sa position d'équilibre, le centre de gravité étant en A (fig. 64). Si le corps est abandonné à lui-même sans choc, le centre de gravité s'abaisse de A en G en même temps que le corps prend de la vitesse. Il dépasse sa position d'équilibre et, s'il n'y a pas de frottements, le centre de gravité atteint la position A′ symétrique de A par rapport à la verticale OG. En A′ la vitesse du pendule est nulle; il redescend alors vers G et on observe le même mouvement en sens contraire. Le pendule se déplace ainsi de part et d'autre de sa position d'équilibre : c'est le *mouvement pendulaire*.

L'angle d'écart $GOG' = \theta$ à un instant quelconque du mouvement mesure ce qu'on appelle l'**élongation.** Le plus grand angle d'écart α par rapport à la verticale, ou élongation maximum, s'appelle **amplitude.** On peut encore prendre, pour mesure de l'amplitude, l'arc GA. L'amplitude diminue peu à peu à cause des frottements et le pendule finit par s'arrêter.

La **demi-oscillation** du pendule correspond au trajet aller AGA'; l'**oscillation** correspond au trajet aller et retour AGA'GA.

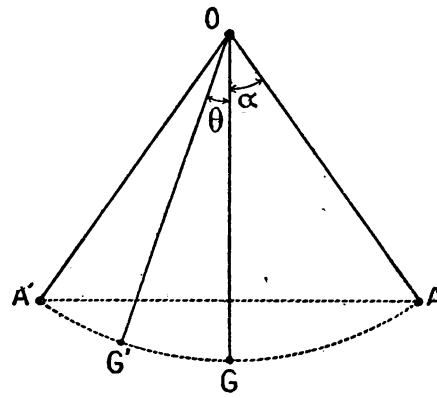


FIG. 64.
Mouvement pendulaire.

La durée d'une oscillation est la *période* que l'on peut encore définir :

La période est le temps qui sépare deux passages successifs du pendule par la position d'équilibre dans le même sens.

102. Pendule simple et pendule composé.

Les lois du mouvement pendulaire s'expriment facilement si l'on imagine un pendule idéal, appelé **pendule simple,** qui serait constitué par ***un point pesant suspendu à l'axe horizontal*** O ***par un fil inextensible et sans masse.***

Ce pendule simple n'existe pas réellement, mais nous verrons (§ 109) qu'on peut le réaliser d'une façon suffisamment approchée en suspendant à un fil fin un corps pesant de faibles dimensions.

Par opposition au pendule simple, les pendules réels sont appelés **pendules composés** : un balancier d'horloge, un métronome, un fléau de balance, etc., sont des pendules composés.

PENDULE SIMPLE

103. Lois du pendule simple.

1° ISOCHRONISME DES PETITES OSCILLATIONS. — ***Dans le cas des oscillations de faible amplitude, la période est pratiquement indépendante de l'amplitude.***

Cette loi s'applique à n'importe quel pendule. Faisons osciller, par exemple, le pendule constitué par une petite sphère métallique suspendue à un fil d'environ 1 m de longueur et mesurons, à l'aide d'un

chronomètre, la durée de 50 oscillations : que la boule soit écartée au départ de 1 ou 10 cm, on trouve toujours la même durée.

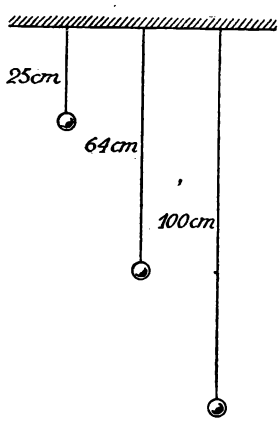


FIG. 65.

Les périodes des pendules sont entre elles comme les nombres 5, 8, 10.

2° LOI DES SUBSTANCES. — ***Pour une longueur donnée du pendule, la période est indépendante du corps qui constitue le pendule, de sa masse et de sa densité.***

On le vérifie en utilisant plusieurs pendules pratiquement simples constitués par de petites sphères de substances différentes (plomb, laiton, acier, ivoire, etc.) suspendues à des fils fins de même longueur. La durée de 50 oscillations de faible amplitude est la même pour chacun de ces pendules.

3° LOI DES LONGUEURS. — ***La période est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule.***

Prenons l'un des pendules pratiquement simples qui nous ont déjà servi, modifions sa longueur l et mesurons chaque fois sa période T en chronométrant la durée de 50 oscillations de faible amplitude. Nous constatons que le rapport $\frac{\sqrt{l}}{T}$ est constant.

Autrement dit, si les longueurs sont respectivement 25 cm, 36 cm, 49 cm, 64 cm, 81 cm, 100 cm, les périodes sont entre elles comme les nombres 5, 6, 7, 8, 9, 10. Pour doubler la période, il faudrait prendre un pendule 4 fois plus long.

4° LOI DES ACCÉLÉRATIONS. — ***La période du pendule est inversement proportionnelle à la racine carrée de l'accélération de la pesanteur au lieu de l'expérience.***

Nous démontrerons cette dernière loi en appliquant le principe de la dynamique. Les conséquences en sont vérifiées par l'expérience, mais elle n'est pas susceptible d'une vérification directe précise, car les variations de g à la surface de la Terre sont faibles, et on mesure l'accélération de la pesanteur en un lieu

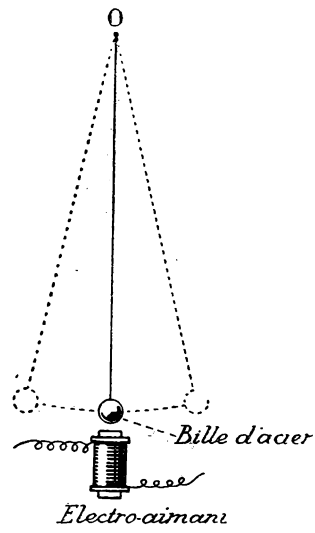


FIG. 66.

La période du pendule diminue quand on excite l'électro-aimant.

en appliquant justement la formule du pendule. On peut toutefois se rendre compte de l'influence de l'intensité de la pesanteur par l'expérience suivante :

Un pendule est constitué par une bille d'acier suspendue en O par un fil; on mesure sa période T. En dessous de la bille, sur la verticale du point O, on place un électro-aimant dont l'attraction s'ajoute au poids de la bille (fig. 66). On constate que la nouvelle période T′ du pendule est plus petite que T.

104. Formule du pendule simple.

Soit θ l'élongation du pendule simple à un instant donné de son mouvement. Le point matériel B, de masse m, est soumis à deux forces : son poids mg et la tension F du fil (fig. 67). Si nous projetons successivement sur la normale et sur la tangente à la trajectoire, le principe de la dynamique nous fournit les équations suivantes :

$$\begin{cases} F - mg\cos\theta = m\gamma_N & (1) \\ -mg\sin\theta = m\gamma_T & (2) \end{cases}$$

γ_N et γ_T désignant respectivement l'accélération normale et l'accélération tangentielle.

L'équation (1) nous donne la tension du fil :

$$F = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{l}.$$

L'équation (2) nous fournit la valeur de la force tangentielle $f = m\gamma_T$, qui tend à ramener le pendule à sa position verticale :

$$f = -mg\sin\theta.$$

Le signe — rappelle que la force f est toujours de signe contraire à θ, c'est-à-dire dirigée vers A.

Dans le cas des petits angles, on peut, en première approximation, confondre le sinus et l'arc :

$$\sin\theta \# \theta = \frac{x}{l}$$

x désignant l'arc AB. Donc :

$$\boxed{f = -m\frac{g}{l}x.} \qquad (3)$$

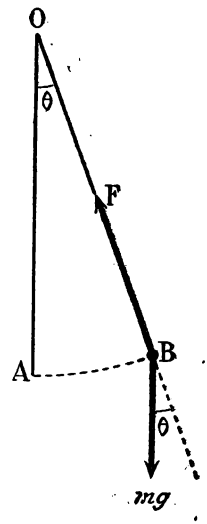


FIG. 67.

Le point matériel B est soumis à son poids et à la tension du fil.

La force qui produit le mouvement est dirigée vers la position d'équilibre et proportionnelle à l'élongation, ce qui caractérise le mouvement sinusoïdal (§ 61).

En prenant comme origine des temps l'instant où le pendule passe par la position d'équilibre A, l'abscisse du point B a pour valeur, en fonction du temps :

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

T désignant la période. D'où, pour valeurs de la vitesse et de l'accélération :

$$v = \frac{dx}{dt} = a.\frac{2\pi}{T}. \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = -a \frac{4\pi^2}{T^2}. \sin 2\pi \frac{t}{T} = -\frac{4\pi^2}{T^2} x.$$

La force qui produit le mouvement est donc :

$$f = m\gamma = -m. \frac{4\pi^2}{T^2} x.$$

En identifiant avec l'équation (3), on obtient :

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.} \qquad (4)$$

C'est la formule qui donne la période du pendule simple en fonction de sa longueur. On remarquera que n'interviennent ni l'amplitude, ni la masse, conformément aux deux premières lois; d'autre part, la période T est bien proportionnelle à $\sqrt{l}$ et inversement proportionnelle à $\sqrt{g}$.

105. Remarques. — 1° Rendons-nous bien compte que l'isochronisme des petites oscillations n'est qu'une loi approchée; en toute rigueur, *la période augmente avec l'amplitude.*

La formule (4) n'est donc qu'une première approximation; son emploi conduit à une erreur d'autant plus faible que l'amplitude est plus petite.

Pour fixer les idées, voici quelques valeurs de l'erreur relative ε et de l'amplitude α correspondante :

$$\varepsilon = 0{,}0001 \qquad \alpha = 2^\circ \frac{1}{3}$$

$$\varepsilon = 0{,}001 \qquad \alpha = 7^\circ \text{ environ}$$

$$\varepsilon = 0{,}01 \qquad \alpha = 23^\circ \text{ environ.}$$

2° A titre d'indication, voici la formule générale qui donne la période T du pendule dans le cas d'une amplitude α quelconque :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \sin^6\frac{\alpha}{2} + \ldots\right]$$

Pour les oscillations infiniment petites, on peut négliger les termes qui contiennent les puissances de $\sin\frac{\alpha}{2}$ et l'on retrouve ainsi la formule :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Pour les oscillations de faible amplitude, on pourra remplacer $\sin\frac{\alpha}{2}$ par $\frac{\alpha}{2}$ et ne conserver que les deux premiers termes du développement :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right) \qquad (5)$$

3° La période du pendule étant, pour une même longueur, indépendante de la masse et de la densité du corps, Newton en concluait que tous les corps tomberaient également vite en chute libre, c'est-à-dire que l'accélération g de la pesanteur serait la même pour tous les corps en un même lieu. Lorsque la masse change, le poids est modifié dans le même rapport et l'accélération du mouvement ne change pas. L'étude expérimentale du pendule fournit ainsi une vérification de la deuxième loi de la chute des corps beaucoup plus précise que l'expérience du tube de Newton.

106. Application numérique. — *Calculer la longueur du pendule qui bat la seconde à Paris, où $g = 981$ C. G. S.*

On dit qu'un pendule bat la seconde lorsque la durée d'une demi-oscillation de ce pendule est 1 seconde, et par suite la période $T = 2$ secondes.

La formule du pendule simple donne alors :

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{981 \times 4}{4 \times 9{,}87} = 99{,}4 \text{ cm.}$$

Un pendule de 1 m de longueur bat donc sensiblement la seconde.

PENDULE COMPOSÉ

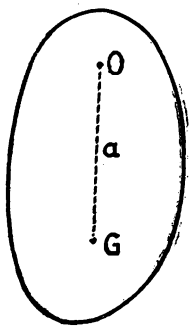


FIG. 68.
La longueur du pendule simple synchrone est plus grande que a.

107. — Le pendule simple est un pendule idéal, tous les pendules réels étant des pendules composés.

Nous avons déjà vu que la loi de l'isochronisme des petites oscillations est commune à tous les pendules. La considération du pendule simple synchrone, que nous allons définir, permettra d'appliquer aux pendules composés la formule du pendule simple.

PENDULE SIMPLE SYNCHRONE. — ***On appelle pendule simple synchrone d'un pendule composé le pendule simple qui aurait même période.***

La formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ s'applique alors au pendule composé, l désignant la longueur du pendule simple synchrone.

REMARQUE. — On démontre que la longueur l du pendule simple synchrone d'un pendule composé est toujours supérieure à la distance a de l'axe de suspension O au centre de gravité G (fig. 68) :

$$l > a.$$

108. Formule du pendule composé.

Appliquons le théorème des forces vives au pendule composé partant du repos (amplitude α) et passant par la position d'élongation θ avec la vitesse angulaire ω (fig. 69). Dans ce mouvement, le centre de gravité est passé

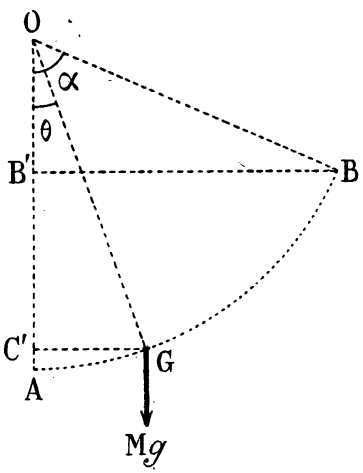


FIG. 69.

de B en G. Désignons par a la distance OG de l'axe au centre de gravité, par M la masse totale et par I le moment d'inertie relatif à l'axe O.

En négligeant les frottements et la résistance de l'air, le travail des forces appliquées au système se réduit au travail du poids Mg. Donc :

$$\frac{1}{2} I\omega^2 = Mg.B'C' = Mg(a \cos \theta - a \cos \alpha).$$

$$\omega^2 = 2 \frac{Mga}{I} (\cos \theta - \cos \alpha).$$

S'il s'agissait d'un pendule simple de longueur l, on aurait :

$$a = l \qquad \text{et} \qquad I = Ml^2$$

d'où :

$$\frac{Mga}{I} = \frac{Mgl}{Ml^2} = \frac{g}{l}.$$

L'équation du mouvement du pendule composé se ramène à celle du pendule simple si l'on pose :

$$\boxed{l = \frac{I}{Ma}}$$

l étant la ***longueur du pendule simple synchrone*** du pendule composé.

La période du pendule composé, dans le cas des oscillations de faible amplitude, est donnée par la formule :

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}}}.$$

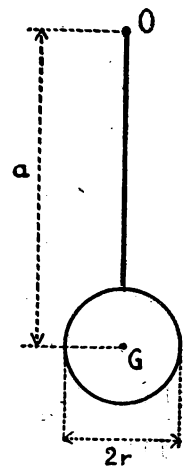


FIG. 70.
Pendule sphérique.

109. Cas particuliers.

La longueur l du pendule simple synchrone peut être déterminée par le calcul lorsque le pendule a une forme géométrique. En voici quelques exemples.

1° Sphère suspendue à un fil. — Soit une sphère homogène de rayon r, suspendue à un fil de masse négligeable (fig. 70). En désignant par a la distance de l'axe O au centre G de la sphère, on démontre la relation :

$$l = a + \frac{2}{5} \cdot \frac{r^2}{a}.$$

Supposons $a = 100$ cm et $r = 2$ cm, on obtient :

$$l = 100 + \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{100} = 100{,}016 \text{ cm}.$$

On voit sur cet exemple que, à la précision de nos expériences, nous pouvons assimiler un tel pendule à un pendule simple. Par contre, dans une expérience dont la précision atteindrait le $\frac{1}{10\,000}$ il faudrait tenir compte du terme correctif $\frac{2}{5} \cdot \frac{r^2}{a}$.

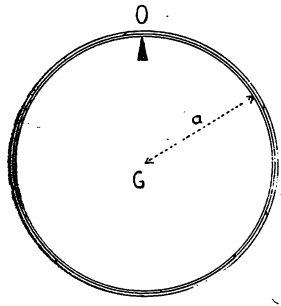


Fig. 71. — Cerceau.
$l = 2a$.

2° **Cerceau.** — Dans le cas d'un cerceau supposé réduit à une jante très mince et oscillant autour d'un couteau O comme l'indique la figure 71, la longueur du pendule simple synchrone est égale au diamètre du cerceau :

$$l = 2a.$$

On peut vérifier ce résultat approximativement en manipulation, en utilisant un cerceau d'enfant.

110. Pendule réversible.

Un pendule peut osciller successivement autour de deux axes parallèles O et O′ dont le plan contient le centre de gravité G, les deux axes étant inégalement distants du centre de gravité (fig. 72). *Lorsque la période est la même autour des deux axes, on dit que le pendule est réversible.* D'après un théorème dû à Huyghens :

Dans un pendule réversible, la distance OO′ des deux axes est égale à la longueur du pendule simple synchrone :

$$OO' = l.$$

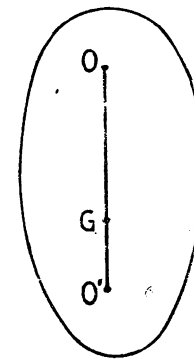


Fig. 72.
Le pendule est *réversible* lorsqu'il a même période autour des axes O et O′.

Le pendule réversible est utilisé dans la mesure de g.

111. Pendule de Kater.

Le pendule réversible se prête à d'excellentes manipulations. On peut utiliser, par exemple, le pendule suivant, qui est une modification de l'appareil connu sous le nom de *pendule de Kater* (fig. 73).

Description de l'appareil. — Un gros tube creux en laiton, d'environ 1 mètre de longueur, renferme une masse de plomb fixée à l'intérieur dans une position telle que le centre de gravité ne soit pas au milieu du tube.

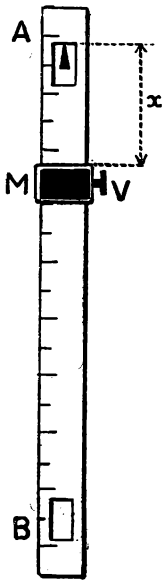


FIG. 73.
Pendule réversible.

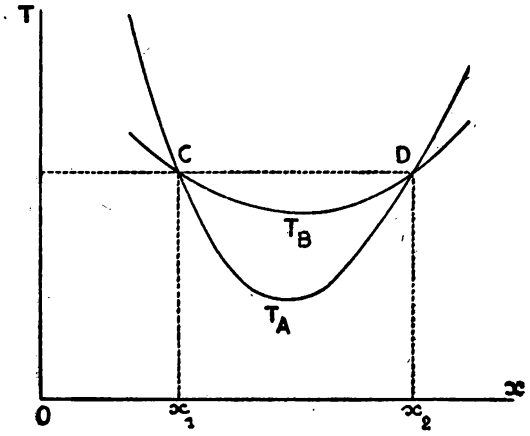


FIG. 74.
Détermination graphique de la position de M correspondant à la réversibilité du pendule.

Deux ouvertures A et B, ménagées vers les extrémités, permettent de suspendre le pendule sur un couteau triangulaire en acier : il peut osciller successivement autour de deux axes parallèles distants d'environ 80 cm. Une masse M en laiton peut glisser le long du tube entre A et B. Une vis de serrage V permet de fixer M dans une position quelconque que l'on repérera, le tube étant gradué en millimètres de A à B.

Manipulation. — Il s'agit de déterminer quelles positions doit avoir la masse M pour que pendule soit réversible.

Désignons par x la distance de la masse M à l'axe A. Pour diverses valeurs de x, variant de 10 cm en 10 cm, faisons osciller le pendule successivement autour des axes A et B et mesurons chaque fois les périodes correspondantes T_A et T_B, en chronométrant la durée de 50 oscillations. Nous pouvons construire les courbes de variation de T_A et T_B en fonction de x (fig. 74). Pour un pendule bien construit, ces courbes se rencontrent en deux points C et D, qui ont même ordonnée. Les abscisses x_1 et x_2 des points C et D nous indiquent quelles positions doit avoir la masse M pour que le pendule soit

réversible. Pour le vérifier, plaçons cette masse à la position x_1 : nous pourrons mesurer les périodes T_A et T_B et constater qu'elles sont bien égales.

APPLICATIONS DU PENDULE

112. Régulation des horloges.

C'est en 1673 que Huyghens publia son célèbre ouvrage sur l'emploi du pendule comme régulateur des horloges. Le principe en est le suivant :

Un pendule bat la seconde; un rouage compteur inscrit le nombre de ses oscillations. Comme la résistance de l'air et les frottements arrêteraient peu à peu le pendule, le mouvement est entretenu par un moteur.

Dans les *horloges proprement* dites, on utilise un pendule pesant et un poids moteur; dans les *pendules de cheminée*, un pendule pesant et un ressort moteur.

Influence de la température. — L'élévation de la température détermine un allongement du pendule, dont la période augmente : il s'ensuit un retard de l'horloge; l'abaissement de la température produirait, au contraire, une avance de l'horloge.

PROBLÈME. — *Une horloge est réglée par un pendule en laiton, battant rigoureusement la seconde à la température* 0° *C. De combien cette horloge avancera-t-elle ou retardera-t-elle par jour si la température devient* 20° *C ?*

Coefficient de dilatation linéaire du laiton : $\lambda = 1{,}85 \times 10^{-5}$.

On admettra que la longueur du pendule simple synchrone croît comme celle d'un fil de même matière.

Désignons par l_0 la longueur du pendule simple synchrone du balancier à la température 0° C. Cette longueur devient, à la température 20° C :

$$l = l_0(1 + 20\,\lambda).$$

Le pendule battant la seconde à 0°, sa demi-période est 1 seconde. Désignons par t la demi-période du pendule à la température 20°. Les périodes étant proportionnelles aux racines carrées des longueurs,

$$\frac{t}{1} = \sqrt{\frac{l_0(1 + 20\,\lambda)}{l_0}} \qquad \text{ou} \qquad t = \sqrt{1 + 20\,\lambda}$$

et, comme $20\,\lambda$ est petit par rapport à l'unité :

$$t \# 1 + 10\,\lambda.$$

En un jour de 86 400 secondes, le pendule effectue, à la température de 20° C, un nombre N de demi-oscillations :

$$N = \frac{86\,400}{t} = \frac{86\,400}{1 + 10\,\lambda} \# 86\,400\,(1 - 10\,\lambda)$$

$$N = 86\,400 - 864\,000\,\lambda.$$

L'horloge fait ainsi, à la température de 20°, un nombre de demi-oscillations moindre qu'à 0°; en un jour elle retarde de :

$$864\,000\,\lambda = 864\,000 \times 1{,}85 \times 10^{-5} = 15{,}98 \# 16 \text{ s.}$$

L'horloge retarde de 16 secondes par jour.

Un tel retard est inacceptable. Aussi réalise-t-on, par divers procédés, des *pendules compensés* (*Seconde*, § 202), pratiquement insensibles aux variations de température.

Les balanciers d'horloges astronomiques sont en *invar*, acier à 36 p. 100 de nickel, dont le coefficient de dilatation est presque nul. On atteint ainsi une grande précision. L'horloge astronomique de l'observatoire de Paris ne varie pas de 1 seconde par mois.

113. Mesure de *g*.

Définition. — On désigne par g l'***accélération de la pesanteur*** en un lieu; dans le système C. G. S., g s'exprime en cm/s^2.

Mais, d'après la relation $P = mg$, pour $m = 1$ gramme, on a $P = g$. Cela veut dire que, à Paris, par exemple, où $g = 981\ cm/s^2$, 1 gramme pèse 981 dynes; g représente alors en dynes le poids de 1 gramme, ce que l'on appelle ***intensité de la pesanteur.***

Principe de la mesure. — On mesure g d'une façon précise au moyen du pendule. Dans le cas des oscillations de faible amplitude, la période T est donnée par la formule :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l désignant la longueur du pendule simple synchrone du pendule utilisé. De cette formule, on tire :

$$\boxed{g = \frac{4\,\pi^2 l}{T^2}}$$

La mesure de g revient donc aux mesures de l et de T.

Mesure de la longueur *l* du pendule simple synchrone. — On utilise un pendule réversible, dont la période est la même lorsqu'on

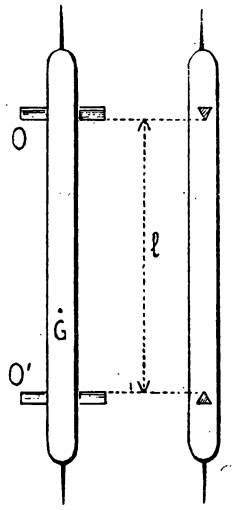


FIG. 75.
Pendule réversible pour la mesure de g.

le fait osciller successivement autour des deux couteaux O et O′ (fig. 75); la longueur l du pendule simple synchrone est alors égale à la distance OO′ des arêtes des couteaux : on mesure cette distance avec précision à l'aide d'un *comparateur* (*Seconde*, § 195).

Mesure de la période T : méthode des coïncidences. — Le pendule employé pour la mesure de g bat sensiblement la seconde (T # 2 secondes). On compare ses oscillations à celles du balancier d'une horloge astronomique, dont la période est 2 secondes.

On observe, à l'aide d'une petite lunette astronomique, deux repères verticaux tracés sur le balancier et sur le pendule (fig. 76); dans la position d'équilibre, les images des deux repères coïncident avec le trait vertical du réticule de la lunette.

On dit que les deux pendules sont *en coïncidence* lorsqu'ils passent ensemble par la position d'équilibre dans le même sens. Supposons donc les deux pendules en coïncidence à un instant donné. Comme le pendule à étudier ne bat pas rigoureusement la seconde, la coïncidence ne subsiste pas; toutefois, la coïncidence se produit à nouveau lorsque le pendule a effectué une oscillation complète de plus ou de moins que le balancier, suivant qu'il oscille plus ou moins vite que ce dernier. Soit θ secondes le temps qui sépare deux coïncidences successives, temps que l'on a mesuré en regardant l'heure des coïncidences à l'horloge astronomique. Pendant ce temps θ secondes, le balancier a effectué $\frac{\theta}{2}$ oscillations, et le pendule en a effectué $\frac{\theta}{2} \pm 1$.

La période T du pendule s'obtient en faisant le quotient de la durée θ par le nombre d'oscillations :

$$T = \frac{\theta}{\frac{\theta}{2} \pm 1} = \frac{2\theta}{\theta \pm 2}.$$

Cette méthode évite le comptage fastidieux du nombre d'oscillations et nous allons montrer que sa précision est excellente.

PRÉCISION DE LA MESURE. — Supposons que le pendule batte plus vite que le balancier; sa période est alors :

$$T = \frac{2\theta}{\theta + 2}.$$

Les erreurs absolues commises sur le numérateur θ et sur le dénominateur $\theta + 2$ sont les mêmes; comme ces erreurs sont de même sens, dans le quotient des deux termes, les erreurs relatives se retranchent. On peut donc écrire :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta\theta}{\theta} - \frac{\Delta\theta}{\theta + 2} = \frac{2\,\Delta\theta}{\theta(\theta + 2)} \# \frac{2.\Delta\theta}{\theta^2}.$$

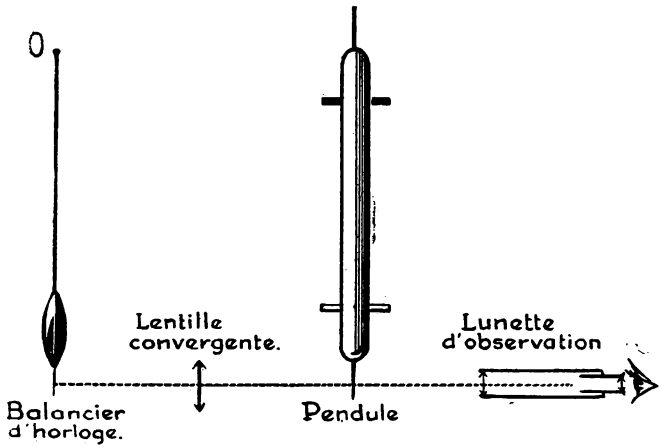


FIG. 76.

Mesure de la période d'un pendule par la méthode des coïncidences.

Les pendules ayant des périodes très voisines, la coïncidence se maintient pendant plusieurs passages successifs; l'erreur principale provient de l'incertitude sur le choix de la véritable coïncidence. Supposons que la coïncidence arrive au bout d'une heure ($\theta = 3\,600$ s) et qu'elle se maintienne pendant 20 secondes; en choisissant la coïncidence moyenne, on aura $\Delta\theta = 10$.

D'où :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2 \times 10}{3\,600)^2} = \frac{1}{648\,000}.$$

Résultats. — On a trouvé que l'accélération de la pesanteur n'est pas la même aux divers lieux de la Terre. En dehors des variations dues à la non-homogénéité du sol, g varie surtout avec l'altitude et avec la latitude.

VARIATION AVEC L'ALTITUDE. — La pesanteur étant un cas particulier de l'attraction universelle, l'intensité de la pesanteur diminue quand on s'élève.

VARIATION AVEC LA LATITUDE. — L'expérience donne les résultats suivants :

à l'Equateur : $g = 978$ C.G.S.
à Paris : $g = 981$ C.G.S.
au Pôle : $g = 983$ C.G.S.

L'intensité de la pesanteur diminue donc, quand on passe du Pôle à l'Equateur, et ceci pour deux raisons :

a) La Terre n'est pas une sphère, elle est aplatie aux pôles; il en résulte que l'attraction de la Terre est plus grande au pôle qu'à l'équateur.

b) La Terre tournant sur elle-même autour d'un axe passant par les pôles, tout se passe comme si les corps étaient soumis à une force centrifuge proportionnelle à la distance à l'axe; cette force, qui vient en diminution de l'attraction terrestre, est maximum à l'équateur et nulle au pôle.

PROBLÈMES

1. Calculer la période d'un pendule simple de 50 mètres de longueur, en un lieu où $g = 981$ cm/s/s.

2. Calculer la longueur du pendule simple qui bat la seconde à l'Equateur, où $g = 9{,}80$ m/s².

3. Calculer la période d'un pendule simple de 300 m de longueur en un lieu où $g = 9.80$ m/s².

4. Une horloge réglée au Pôle bat exactement la seconde. On la transporte à l'Equateur : quelle variation subit-elle en une journée ?
Au Pôle, l'accélération de la pesanteur est $g_0 = 983$ cm/s². A l'Equateur, elle n'est que $g_e = 978$ cm/s².

(*Bacc., Philosophie*, Grenoble, 1942.)

5. Le pendule d'une horloge bat normalement la seconde. Si l'horloge avance de 1 minute par jour (de 24 heures), comment et de combien faut-il modifier la longueur du pendule pour la régler ?
On donne $g = 981$ cm/s².

(*Bacc. Philosophie*, Rome, 1942.)

6. Un métronome est constitué par deux masses M et m qu'on supposera concentrées en deux points respectifs A et a situés sur une tige de masse négligeable, de part et d'autre d'un axe de suspension O perpendiculaire à la tige. Calculer, en fonction des masses M et m et des distances $OA = A$ et $Oa = a$:

1° la distance du centre de gravité du système au point O;

2° son moment d'inertie par rapport à O;

3° la période de ses petites oscillations;

4° sa vitesse angulaire et son énergie cinétique lors du passage par la verticale, l'élongation angulaire initiale du système abandonné sans vitesse initiale étant α;

5° la variation relative de période du métronome pour une élévation de température égale à t, le coefficient de dilatation linéaire du métal qui le constitue étant λ.

Application numérique :

$$M = 180 \text{ g}, \qquad m = 20 \text{ g}, \qquad A = 20 \text{ cm}, \qquad a = 20 \text{ cm},$$

$$\alpha = \frac{1}{10} \text{ radian}, \qquad g = 981 \text{ C.G.S.}, \qquad t = 50°, \qquad \lambda = 10^{-5}.$$

(*Bacc.*, Lille, 1934.)

7. Un pendule est constitué par une petite sphère de plomb pesant 200 g suspendue à l'extrémité libre d'un fil inextensible et sans poids de 2 m de long. On néglige les dimensions de la sphère.

1° Calculer la période de ce pendule pour des oscillations de faible amplitude. On posera $g = 100\,\pi^2$ en C.G.S.

2° A son élongation maximum, la sphère se trouve soulevée à 20 cm au-dessus du plan horizontal passant par sa position d'équilibre.

Calculer la vitesse de la sphère et son énergie cinétique au passage par la verticale.

3° On suppose maintenant qu'au passage par la verticale, le fil heurte un clou situé à 1 m au-dessous du point de suspension et perpendiculaire au plan d'oscillation. Décrire le mouvement ultérieur de la sphère de plomb.

Quelle est la période de ce mouvement pour de faibles amplitudes ?

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Bordeaux, 1946.)

8. Une horloge est régularisée par un pendule battant la seconde à Paris, qu'on pourra considérer comme un pendule simple. Quelle est la longueur de ce pendule ? Accélération de la pesanteur à Paris : 981 C.G.S.

On transporte l'horloge en un lieu où l'accélération de la pesanteur est égale à 978 C.G.S. De combien avancera-t-elle ou retardera-t-elle par jour ? De combien faudrait-il allonger ou raccourcir le pendule pour que la marche de l'horloge redevienne exacte ?

(*Bacc.*, Caen, 1920.)

9. Un pendule simple de 2 mètres de long oscille en un lieu où le pendule simple qui bat la seconde a juste 1 mètre de long. On demande :

1° la durée d'oscillation au 1/1 000 près;

2° l'intervalle des coïncidences de ce pendule de 2 mètres avec un autre pendule de 1,96 m, placé près du premier.

(*Bacc.*, Athènes, 1931.)

10. 1° On fait osciller, dans une chambre à 0°, un pendule simple dont le fil, inextensible et sans masse, a une longueur de 399 cm. La durée de 50 oscillations complètes est de 3 minutes 20 secondes. Déduire de cette expérience la valeur de l'accélération g de la pesanteur au lieu considéré.

2° On admet que les mesures de longueur sont faites avec une approximation médiocre (erreur absolue inférieure à 1 cm). L'intervalle de temps qui sépare l'instant où l'observateur repère le passage du pendule en un point et celui où il actionne le chronomètre peut atteindre 1/10 de seconde. A quelle approximation g est-il donné par l'expérience précédente ?

3° La température de la salle devient égale à 20° C. Quelle est la nouvelle période d'oscillation du pendule ? Le fil de suspension de la masse pesante a un coefficient de dilatation linéaire de 18.10^{-6}.

(*Bacc.*, Besançon, 1938.)

11. On compare par la méthode des coïncidences un pendule astronomique A, de période $T_0 = 2$ secondes, à un pendule P qui oscille plus lentement et pour lequel la longueur du pendule simple synchrone est de 1 m.

1° Le temps qui sépare deux coïncidences successives est de 9 minutes 50 secondes. Calculer la période T de P et l'accélération g de la pesanteur au lieu d'observation. Faire les calculs à 1/10 000 près.

2° L'extrémité inférieure M du pendule P oscille de part et d'autre de la position d'équilibre en décrivant un petit arc de cercle que l'on peut confondre avec la corde. L'amplitude a de ces oscillations est de 6 cm. Calculer la vitesse maximum de M, ainsi que sa vitesse au moment où l'élongation de M est égale à 2 cm.

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Toulouse, 1946.)

12. Une horloge est réglée en sorte que son pendule A exécute une oscillation complète par seconde. Une seconde horloge a un pendule B un peu plus long. On constate qu'à 1 h 02 mn, les deux horloges marquent la même heure et que leurs pendules passent ensemble par la verticale en se déplaçant dans le même sens. Cette coïncidence se reproduit à des intervalles de temps égaux à 2 mn 30 s.

On demande :

a) de combien il faudrait diminuer la longueur du pendule simple synchrone de B pour que sa marche soit identique à celle de A en un lieu où l'accélération de la pesanteur g vaut 981 cm/s^2;

b) quel sera le retard de la seconde horloge à 21 h.

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Dijon, 1943.)

13. Un pendule est constitué par une petite sphère de plomb pesant 200 g suspendue à l'extrémité libre d'un fil inextensible et sans masse de 2 m de long. On néglige les dimensions de la sphère.

1° Calculer la période de ce pendule pour les oscillations de faible amplitude. On posera : $g = 100\,\pi^2$ C.G.S.

2° A son élongation maximum, la sphère se trouve soulevée à 20 cm au-dessus du plan horizontal passant par sa position d'équilibre. Calculer la vitesse de la sphère et son énergie cinétique au passage par la verticale.

3° On suppose maintenant qu'au passage par la verticale le fil heurte un clou O′ situé à 1 m au-dessous du point de suspension O et perpendiculaire au plan d'oscillation. Décrire le mouvement ultérieur de la sphère de plomb. Calculer le rapport des tensions du fil quand le pendule aura atteint sa limite d'élongation de part et d'autre de la verticale.

4° Calculer la période de ce dernier mouvement pour les faibles amplitudes.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Nancy, 1949.)

ENERGIE

CHAPITRE XIV

ENERGIE MÉCANIQUE

114. Energie potentielle.

D'une manière générale, on dit qu'***un système possède de l'énergie lorsqu'il est capable de produire du travail.***

Par exemple, une masse d'eau à une certaine hauteur peut, en tombant, faire tourner une roue de moulin ou actionner une turbine, lesquelles peuvent être utilisées à effectuer un travail comme de soulever des poids. De même, un ressort tendu peut, en se détendant, remonter ou lancer un poids. Nous dirons que ces systèmes possèdent de *l'énergie potentielle.*

L'énergie potentielle est le travail que peut effectuer un corps ou un système de corps en vertu de son état actuel.

Le mot *état* peut signifier : situation dans l'espace (cas de la chute d'eau), forme du système (ressort tendu) ou même état physique ou chimique particulier. Dans ce qui va suivre, nous prendrons le mot état dans le sens restreint de *situation dans l'espace.*

Lorsqu'un corps de poids P tombe d'une hauteur h, la diminution de son énergie potentielle est égale au travail produit :

$$W = P\,h.$$

Nous avons vu (§ 78) que le travail de la pesanteur sur un corps est indépendant du chemin suivi et ne dépend pour un même corps que de la distance verticale des points de départ et d'arrivée; lorsqu'il en est ainsi, on dit que *les forces admettent un potentiel.*

Remarque. — L'énergie potentielle d'un corps, dans une position A, n'est connue qu'à une constante près. Si, par exemple, le point A

est à l'altitude z, par rapport au niveau du sol, le travail effectué par le poids P en tombant jusqu'au sol est $W = P z$. Nous pouvons prendre $P z$ comme expression de l'énergie potentielle, en choisissant arbitrairement le niveau du sol comme plan de potentiel égal à zéro.

Pour nous rendre compte de ce qu'il y a d'arbitraire dans ce choix, imaginons un puits plus ou moins profond, dans lequel nous pourrions faire descendre le corps : le poids du corps produirait encore du travail en tombant du niveau du sol jusqu'au fond du puits. Nous voyons ainsi que l'énergie potentielle d'un corps, dans une position A, dépend du plan de potentiel nul que nous avons choisi.

Par contre, la *variation d'énergie potentielle* du corps du point A à un autre point B est parfaitement déterminée, puisqu'elle est égale au travail de la pesanteur de A à B.

115. Energie cinétique.

Soit une bille d'acier R, lancée sur un plan horizontal raccordé à un plan incliné (fig. 77). Elle est capable, en vertu de sa vitesse,

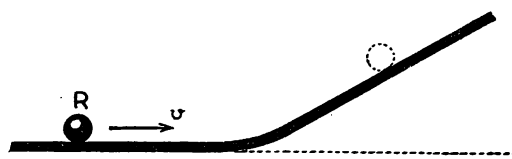


FIG. 77.
A cause de sa vitesse, la bille R peut remonter le plan incliné.

de remonter le plan incliné jusqu'à une certaine hauteur, effectuant ainsi un travail contre son propre poids. L'énergie qu'elle possédait à cause de sa vitesse est appelée *énergie cinétique*.

Expression de l'énergie cinétique. — Supposons un système en mouvement, dont la vitesse diminue jusqu'à s'annuler. D'après le théorème des forces vives, les forces agissantes ont effectué un travail négatif que nous désignons par $-W$:

$$0 - \frac{1}{2} \Sigma m v^2 = - W.$$

Autrement dit, c'est le système en mouvement qui a fourni le travail :

$$W = \frac{1}{2} \Sigma m v^2.$$

L'expression $\frac{1}{2}\Sigma mv^2$ mesure donc le travail que le système peut effectuer en vertu de sa vitesse; on l'appelle ***énergie cinétique :***

$$E_c = \frac{1}{2}\Sigma mv^2.$$

Cette énergie cinétique n'est pas autre chose que ce que nous avons déjà appelé *force vive* du système.

116. Transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique et transformation inverse. Energie mécanique.

1° Considérons un *pendule* formé d'une sphère métallique suspendue par un fil à l'axe O (fig. 78). Il oscille de B en C avec une amplitude α. En B, l'énergie cinétique est nulle; de B en A, l'énergie cinétique augmente en même temps que l'énergie potentielle diminue; de A en C, au contraire, l'énergie potentielle augmente pour reprendre en C la même valeur que précédemment, tandis que l'énergie cinétique diminue pour s'annuler à nouveau en C.

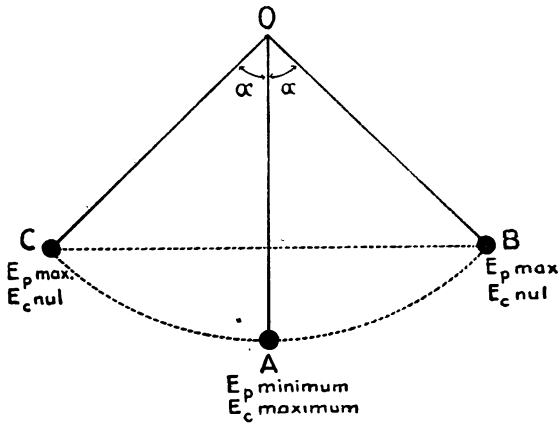


FIG. 78.
Variations de l'énergie potentielle E_p et de l'énergie cinétique E_c dans un pendule.

En chaque point, à condition que les frottements soient négligeables, ***la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique reste constante,*** puisque, d'après le théorème des forces vives, l'augmentation de l'énergie cinétique est égale au travail de la pesanteur, c'est-à-dire à la diminution de l'énergie potentielle. A la somme des deux énergies, cinétique et potentielle, on a donné le nom d'*énergie mécanique :*

L'énergie mécanique totale d'un système est la somme de son énergie potentielle et de son énergie cinétique.

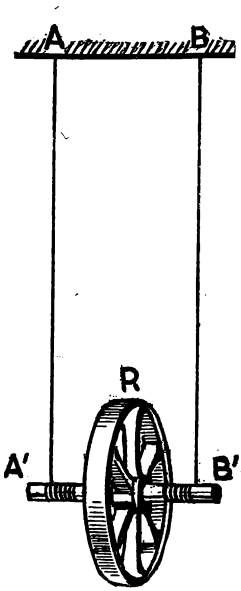


FIG. 79.
Transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique de translation et de rotation.

2° Une roue métallique R, mobile autour d'un arbre horizontal, est suspendue en A et B par deux cordes AA′ et BB′, de même longueur, qui s'enroulent autour de l'arbre (fig. 79). On libère l'appareil sans vitesse initiale : la roue descend en tournant; l'énergie potentielle est ainsi transformée en énergie cinétique de translation et en énergie cinétique de rotation, l'accélération du mouvement étant d'ailleurs beaucoup plus faible qu'en chute libre. Lorsque les cordes sont entièrement déroulées, la roue continue à tourner, ce qui enroule à nouveau les cordes et la roue remonte : l'énergie cinétique se transforme en énergie potentielle. Le mouvement de descente et de montée se continue ainsi quelque temps, en s'amortissant peu à peu à cause des frottements.

117. Conservation de l'énergie mécanique.

L'énergie potentielle et l'énergie cinétique se transforment facilement l'une dans l'autre; le pendule nous en a fourni un exemple remarquable. Lorsque l'énergie potentielle diminue, l'énergie cinétique augmente, et inversement, de telle sorte que leur somme, ou énergie mécanique totale reste constante. C'est le *principe de la conservation de l'énergie mécanique*, que l'on peut énoncer :

L'énergie mécanique totale d'un système isolé reste constante.

Ce principe n'est valable que si l'énergie mécanique *seule* entre en jeu; en particulier, il ne doit pas intervenir de frottements, qui dégagent de la chaleur.

118. Rôle du volant dans une machine.

Le volant est une roue très lourde, fixée sur l'arbre d'une machine, dans le but de régulariser le mouvement de rotation.

Lorsque le travail moteur est égal au travail résistant, la vitesse du système est constante. Mais supposons que, pendant un certain temps, le travail moteur surpasse le travail résistant; la vitesse du système augmente, et cette augmentation de vitesse est d'autant plus faible que la masse et le rayon du volant sont plus grands, le volant emmagasinant l'excès d'énergie sous forme d'énergie cinétique. Si,

maintenant le travail résistant surpasse le travail moteur, la vitesse tend à diminuer : le volant diminue ainsi les à-coups dans la marche de la machine.

Calcul. — Supposons que, pendant un certain temps, le travail moteur surpasse la somme des travaux résistants d'une quantité ΔW. La vitesse angulaire de la machine passe alors de la valeur ω_1 à la valeur ω_2. En désignant par I le moment d'inertie du volant et en négligeant la force vive de toutes les autres pièces en mouvement, on obtient :

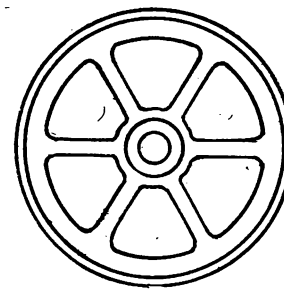


Fig. 80.
Volant de machine.

$$\frac{1}{2} I\omega_2^2 - \frac{1}{2} I\omega_1^2 = \Delta W$$

ou :
$$I \cdot \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} (\omega_2 - \omega_1) = \Delta W.$$

Or : $\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$ est la vitesse angulaire moyenne ω pendant l'intervalle de temps considéré et $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$ la variation de vitesse angulaire. Donc :

$$\Delta\omega = \frac{\Delta W}{I\omega}.$$

Conclusion. — 1° $\Delta\omega$ est proportionnel à ΔW et inversement proportionnel à I. Le moment d'inertie du volant doit donc être d'autant plus grand que les travaux moteurs ou résistants sont plus variables. Ainsi, les moteurs à explosion, qui n'ont qu'un temps moteur sur quatre (§ 134), ne peuvent fonctionner sans volant.

Le rôle du volant est particulièrement important dans les machines qui actionnent les laminoirs. Lorsque le métal n'est pas engagé entre les cylindres, le mouvement de la machine s'accélère et le volant, très lourd, emmagasine de l'énergie cinétique. Mais, aussitôt qu'une barre métallique passe entre les cylindres, le travail résistant devient considérable; la vitesse diminue et le volant restitue, en quelques secondes, l'énergie qu'il avait mis plusieurs minutes à absorber. Le volant permet ainsi à la machine un coup de collier dont elle serait incapable sans lui.

Les volants sont inutiles sur les locomotives, car les masses en mouvements sont énormes et régularisent d'elles-mêmes la vitesse.

2° $\Delta\omega$ est inversement proportionnel à ω. Autrement dit, les variations de vitesse sont d'autant plus faibles que la machine tourne plus vite.

Inversement, dans les machines lentes, des masses même considérables n'emmagasinent que peu d'énergie car, dans l'expression de l'énergie cinétique, la vitesse intervient par son carré. Un volant est donc nécessaire. C'est le cas des machines qui servent à écraser les pierres sur les routes.

3° Admettons que la masse M du volant soit répartie sur une circonférence de rayon R. Le moment d'inertie a pour valeur $I = MR^2$. On augmentera donc l'efficacité du volant en augmentant sa masse et son rayon.

Il serait plus avantageux d'augmenter le rayon que la masse, car le rayon intervient au carré dans l'expression du moment d'inertie. Mais une augmentation du rayon entraîne une augmentation de la force centrifuge, qui peut devenir dangereuse pour de grandes vitesses de rotation. Aussi les volants qui doivent tourner très vite ont-ils toujours un faible diamètre.

119. Marteau.

Pour enfoncer un clou, on emploie un marteau auquel on donne une certaine vitesse.

Supposons que le marteau pèse 1 kilogramme et que, au moment où il rencontre la tête du clou, sa vitesse soit de 10 m/s. Son énergie cinétique a pour valeur :

$$E_c = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9{,}81} \times 10^2 \# 5 \text{ kgm.}$$

Au moment du choc, une force considérable agit sur le clou. Cette force dépend, non seulement du poids du marteau et de sa vitesse, mais encore des propriétés élastiques de la matière qui forme le marteau, le clou, et le milieu dans lequel il s'enfonce. Supposons, en première approximation, que toute l'énergie cinétique du marteau soit employée à effectuer le travail d'enfoncement du clou. Si le clou s'est enfoncé de 1 cm, la valeur moyenne R kg de la résistance opposée par le milieu est telle que :

$$R \times 0{,}01 = 5$$

d'où :

$$R = 500 \text{ kg.}$$

Pour déterminer sur le clou le même effet, il aurait fallu lui appliquer une force d'au moins 500 kg. On se rend ainsi compte de l'avantage que présente l'emploi du marteau.

PROBLÈMES

1. Un ressort d'arbalète tendu lance une flèche de 500 grammes verticalement à 12 mètres de hauteur. Calculer l'énergie potentielle du ressort et la vitesse initiale de la flèche.

On prendra $g = 981$ cm/s^2.

(*Bacc., Philosophie*, Rome, 1938.)

2. Calculer :

1° l'énergie cinétique d'une pierre pesant 200 g et lancée à la vitesse de 20 m/s;

2° celle d'une locomotive, pesant 100 tonnes, et animée d'une vitesse de 72 km/heure.

3. Une sphère de masse M = 1 000 g, de dimensions négligeables, est fixée à l'extrémité d'une tige T, de masse négligeable, articulée à sa partie supérieure sur un axe vertical A, auquel on imprime un mouvement de rotation uniforme.

1° Calculer la vitesse de rotation du système autour de l'axe A, quand la tige fait avec A un angle de 30°.

2° Calculer l'énergie cinétique de la masse M.

3° Calculer l'énergie totale qu'il a fallu fournir au système partant du repos pour lui communiquer son mouvement.

Longueur de la tige T : $l = 100$ cm.

Accélération de la pesanteur : $g = 1\,000$ C.G.S.

(*Bacc. Math.*, Caen, 1945.)

4. Un camion automobile roule à une vitesse constante de 36 km à l'heure en palier (route horizontale). Il pèse à vide 2 tonnes et son chargement est de 5 tonnes.

1° Calculer son énergie cinétique en kilojoules et en kilogrammètres.

2° Le démarrage a duré 20 secondes. Calculer la puissance moyenne fournie par le moteur pendant la durée du démarrage. (On suppose les frottements négligeables.)

3° En supposant le mouvement uniformément accéléré pendant toute la durée du démarrage, calculer la force équivalant à la traction exercée par le moteur. Exprimer les résultats en sthènes ou en dynes et en kilogrammes-force.

4° On attelle au camion une remorque de 3 tonnes (poids total de la remorque chargée). Le moteur conservant les mêmes caractéristiques moyennes, calculer la nouvelle durée du démarrage pour atteindre la même vitesse.

5° Le camion et sa remorque abordent une rampe qui s'élève de 5 m par 100 m de chemin parcouru. Quelle puissance supplémentaire devra-t-on demander au moteur pendant la montée pour que la vitesse reste ce qu'elle était en palier ? Exprimer le résultat en kilowatts et en chevaux-vapeur. (On prendra $g = 9{,}8$ m/s^2.)

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Grenoble, 1949.)

CHAPITRE XV

PRINCIPE DE L'ÉQUIVALENCE EQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CALORIE

120. Transformation du travail en chaleur.

On peut obtenir de la chaleur en produisant du travail; en particulier, *les frottements dégagent de la chaleur*. En voici quelques exemples :

Frottements entre solides. — Sur l'axe d'un moteur en rotation, installons un frein qui serre fortement; grâce au travail dépensé, l'axe continue à tourner, mais le frein et l'axe s'échauffent et deviennent brûlants.

L'essieu mal graissé d'une roue de wagon peut s'échauffer jusqu'à rougir.

Dans toutes les machines, le travail moteur dépensé pour actionner la machine est supérieur au travail utile recueilli : la différence est absorbée par les pièces qui frottent et qui s'échauffent.

Frottements entre liquides. — Si l'on agite vivement un flacon à moitié plein de mercure, on constate, à l'aide d'un thermomètre, que le mercure s'est échauffé par frottement sur lui-même et sur les parois du vase.

Compression des gaz. — Quand on gonfle un pneumatique, la pompe s'échauffe et peut devenir brûlante, par suite de la compression de l'air.

Les cylindres des compresseurs industriels qui servent à la production des gaz comprimés s'échauffent très rapidement; on doit les refroidir par une abondante circulation d'eau froide.

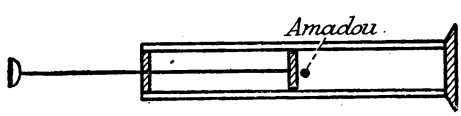


Fig. 81. — Briquet à air.

Expérience. — On montre l'échauffement de l'air comprimé à l'aide d'un appareil appelé *briquet à air* (fig. 81).

C'est un tube de verre très résistant, dans lequel on enfonce très rapidement un piston, de manière à produire une compression brusque; l'échauffement de l'air enflamme un morceau d'amadou placé à la base du piston.

121. Transformation d'énergie cinétique en chaleur.

Une balle de plomb animée d'une grande vitesse arrive sur une plaque d'acier. La balle est brusquement arrêtée; son énergie cinétique devient nulle sans qu'il apparaisse de travail. On constate alors que la balle s'est échauffée et qu'elle a même pu subir un commencement de fusion : l'énergie cinétique s'est transformée en chaleur.

122. Transformation de la chaleur en travail.

Tous les *moteurs thermiques* dépensent du combustible et produisent du travail; c'est, par exemple, le cas des machines à vapeur et des moteurs à explosion que nous étudierons plus tard.

Dans ces machines, en même temps qu'il y a production de travail, il y a dégagement de chaleur; mais la quantité de chaleur dégagée est moindre que si la machine ne travaillait pas. Ainsi, dans une machine à vapeur, la chaleur cédée par la vapeur qui se condense après avoir travaillé dans le cylindre est moindre que la chaleur fournie par la chaudière : le travail a été créé aux dépens de la chaleur disparue.

123. Equivalence de la chaleur et du travail.

Au début du XIX^{e} siècle, l'idée se fit jour peu à peu que la chaleur qui apparaît dans les transformations précédentes est l'équivalent du travail perdu; inversement, dans les moteurs thermiques, le travail est l'équivalent de la chaleur dépensée. Autrement dit :

La chaleur est une des formes de l'énergie; il y a équivalence entre une certaine quantité de chaleur et un travail bien déterminé.

Des expériences très diverses ont montré que, pour faire apparaître une calorie, il faut dépenser un travail de 4,18 joules.

Cependant, pour qu'il en soit ainsi, il faut que le système qui évolue soit *revenu à son état initial;* on dit encore qu'il a décrit un ***cycle fermé de transformation.***

Précisons sur des exemples :

1° Considérons un kilogramme d'eau liquide à 15°, sous la pression atmosphérique. Si nous lui fournissons 5 kilocalories, la température de l'eau s'élève à 20°. Or, la variation de volume étant très faible, le travail effectué contre les forces de pression extérieures est négli-

geable. Nous avons donc fourni de la chaleur au système, sans recueillir de travail. Mais nous pouvons remarquer que nous avions, au début, de l'eau à 15° et, à la fin de la transformation, de l'eau à 20° : l'état final n'est pas identique à l'état initial.

2° Pour tendre un ressort, nous devons effectuer un certain travail dont l'équivalent n'apparaît pas en chaleur. Remarquons encore que l'état final (ressort tendu) n'est pas identique à l'état inital.

3° Au contraire, dans une machine à vapeur, supposons que ce soit toujours la même eau qui évolue et que l'on puisse négliger les pertes de chaleur par rayonnement et conductibilité. L'eau prise au condenseur et amenée dans la chaudière a reçu, pour se vaporiser, la quantité de chaleur Q_1; la vapeur travaille dans le cylindre et retourne au condenseur, auquel elle cède la quantité de chaleur Q_2 inférieure à Q_1. Le système est bien revenu à son état inital et il a reçu du milieu extérieur la quantité de chaleur $Q_1 - Q_2$; le travail recueilli au piston est l'équivalent de cette quantité de chaleur.

124. Enoncé du principe de l'équivalence dans le cas d'un cycle fermé.

Quand un système matériel échange avec le milieu extérieur du travail et de la chaleur, puis revient à son état inital :

1° *s'il a reçu de la chaleur, il a fourni du travail;*

2° *s'il a reçu du travail, il a fourni de la chaleur;*

3° *il existe un rapport constant* J *entre le travail et la chaleur échangés.*

$$\frac{W}{Q} = J$$

J est une constante dont la valeur, indépendante du système qui évolue, ne dépend que des unités employées.

Si l'on évalue Q en calories, J représente le travail qui équivaut à une calorie; on l'appelle *équivalent mécanique de la calorie.*

125. Mesure de J. Expérience de Joule.

Un grand nombre d'expériences ont été faites pour mesurer l'équivalent mécanique de la calorie.

« Au début, ces expériences avaient surtout pour but de s'assurer de la constance de J. Par exemple, dans les expériences de frottement, il n'était pas certain d'avance que la nature des surfaces

frottantes n'influerait pas sur la quantité de chaleur produite pour une même dépense de travail. Cette préoccupation nous paraît un peu puérile; mais il est trop facile, quand une vérité a été bien établie, de dire que « c'était évident ». C'est évident pour nous, cela ne l'était pas vers 1850. » (1). Toutes les expériences ainsi réalisées ont conduit pour J à des valeurs constantes dans les limites de précision de chaque mesure.

Dans les mesures modernes, on a cherché à obtenir pour J une valeur aussi exacte que possible.

Les premières expériences précises furent réalisées par Joule, qui s'ingénia à modifier les dispositifs. Nous allons décrire seulement l'expérience de 1845, dans laquelle le travail produit par la chute de deux poids était transformé en chaleur par frottement de palettes sur l'eau, à l'intérieur d'un calorimètre.

Description de l'appareil (fig. 82). — Dans un calorimètre C contenant de l'eau peuvent tourner des palettes. Pour empêcher l'eau d'être

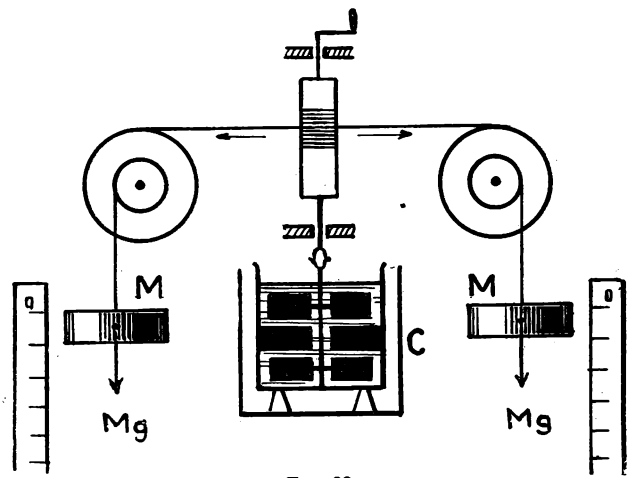


FIG. 82.
Schéma de l'expérience de Joule.

entraînée et, par suite, augmenter les frottements, d'autres palettes sont fixées à l'intérieur du calorimètre. Le travail est produit par la chute de deux masses égales de plomb M, qui entraînent les palettes par l'intermédiaire de deux poulies et d'un treuil. Les masses M peuvent être remontées au moyen d'une manivelle, la communication étant alors supprimée entre le treuil et les palettes.

(1) Ch. FABRY, *Eléments de Thermodynamique.*

Calcul du travail W transformé en chaleur. — Les deux poids Mg, en tombant d'une hauteur h, produisent le travail $2\,Mgh$, qui est transformé, d'une part en énergie cinétique $2 \times \frac{1}{2} Mv^2$, v étant la vitesse des poids au bas de leur course, d'autre part en frottements à l'intérieur et à l'extérieur du calorimètre (poulies et treuil). On peut donc écrire :

$$2\,Mgh = Mv^2 + w + w' \qquad (1)$$

Travail produit par la chute des deux poids Mg.	Energie cinétique des masses à la fin de la chute.	Energie dépensée en frottements à l'intérieur du calorimètre.	Energie dépensée en frottements à l'extérieur du calorimètre.

Pour déterminer w', Joule enroule en sens contraire les deux cordons qui font mouvoir le treuil, de façon que l'une des masses M remonte lorsque l'autre descend, et il supprime la communication entre le treuil et les palettes. Le système se maintient ainsi en équilibre. Il cherche alors par tâtonnements quelle surcharge m il convient d'ajouter sur la masse M placée en haut pour que l'ensemble se mette en mouvement et atteigne en fin de course la même vitesse que précédemment. En admettant que les frottements sur le treuil et les poulies aient absorbé la même énergie w' que dans la première expérience, on a :

$$mgh = Mv^2 + 1/2\,mv^2 + w' \qquad (2)$$

Travail produit par la surcharge.	Energie cinétique des deux masses M.	Energie cinétique de la surcharge.	Energie dépensée en frottements sur le treuil et les poulies.

En soustrayant, membre à membre, les équations (1) et (2), on élimine w' :

$$(2\,M - m)gh = w - \frac{1}{2} m v^2.$$

La vitesse étant faible, le terme $\frac{1}{2} m v^2$ est négligeable. Donc

$$w = (2\,M - m)\,gh.$$

Pour avoir une élévation de température suffisante, Joule recommençait plusieurs fois l'expérience, en ayant soin de supprimer la communication entre le treuil et les palettes, lorsqu'il remontait les masses M. En désignant par n le nombre de chutes des deux poids, l'énergie mécanique transformée en chaleur par les frottements à l'intérieur du calorimètre a pour expression :

$$\boxed{W = n(2\,M - m)gh.}$$

Calcul de la quantité de chaleur Q. — Désignons par μ la valeur en eau totale du calorimètre (*Seconde*, § 160), par t_1 sa température

initiale, et par t_2 sa température à la fin des expériences. La quantité de chaleur dégagée dans le calorimètre a pour valeur :

$$\boxed{Q = \mu(t_2 - t_1).}$$

Comme l'expérience durait assez longtemps, il fallait d'ailleurs tenir compte de la déperdition de chaleur du calorimètre.

Calcul de J. — Dans l'expérience de Joule, le système n'est pas revenu à son état initial, puisque la température du calorimètre est passée de t_1 à t_2. Mais nous pouvons imaginer que le cycle de transformation se ferme de la façon suivante : laissons refroidir le calorimètre de t_2 à t_1; il cède au milieu extérieur la quantité de chaleur Q qui vient d'être calculée. Le calorimètre est bien revenu à son état initial; il a reçu du milieu extérieur le travail W, et il a fourni la quantité de chaleur Q. D'après le principe de l'équivalence, on peut écrire :

$$J = \frac{W}{Q} = \frac{n\,(2\,M - m)\,gh}{\mu\,(t_2 - t_1)}.$$

Dans cette expérience, le travail mis en jeu est petit et, par suite, l'élévation de température du calorimètre est très faible; il en résulte de grandes erreurs relatives dans les mesures de W et de Q.

126. Principe des méthodes modernes de mesure de J.

Dans les expériences modernes, le travail est produit par un moteur, qui entretient un mouvement de rotation uniforme; on mesure le couple moteur.

On obtient ainsi en peu de temps une élévation de température notable.

Expériences de Rowland (1879). — Le calorimètre est un vase cylindrique C (fig. 83). A l'intérieur peuvent tourner des palettes fixées sur un arbre qui, traversant d'une manière étanche le fond du

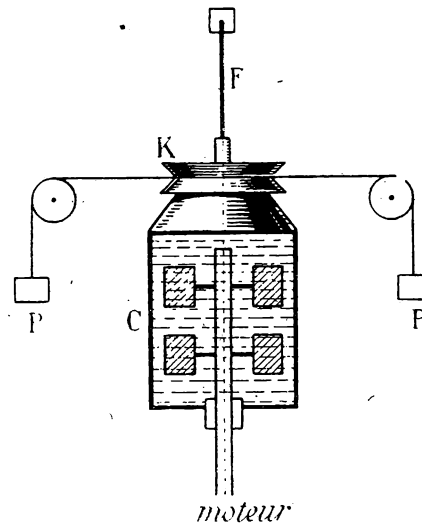


FIG. 83.
Schéma de l'expérience de Rowland.

calorimètre, est relié à un petit moteur. Le calorimètre suspendu par un fil métallique F, tend à tourner avec les palettes. On le maintient au repos en exerçant un couple en sens contraire; pour cela, deux poids égaux P agissent tangentiellement, par l'intermédiaire de cordons, sur la poulie K solidaire du calorimètre.

Le moment du couple moteur, égal au couple créé par les deux poids P, est :

$$\mathcal{C} = 2\,Pr$$

r désignant le rayon de la jante de la poulie K. Lorsque les palettes ont fait n tours, c'est-à-dire tourné de $2\,\pi n$ radians, le travail transformé en chaleur est :

$$W = \mathcal{C} \times 2\,\pi n = 4\,\pi n Pr.$$

Dans les expériences de Rowland, la vitesse de rotation était d'environ 200 tours par minute, et l'élévation de température du calorimètre de 0°,6 environ par minute.

Expériences de Miculescu (1892). — Le principe est analogue au précédent, mais on fait circuler dans le calorimètre un courant d'eau à débit constant, dont on détermine la différence $t_2 - t_1$ des températures à la sortie et à l'entrée; on utilise pour cela un couple thermoélectrique, dont les soudures S_1 et S_2 sont plongées dans l'eau à son entrée et à sa sortie (fig. 84).

Pour un débit de 5 litres environ par minute, Miculescu obtenait une élévation de température de 2°.

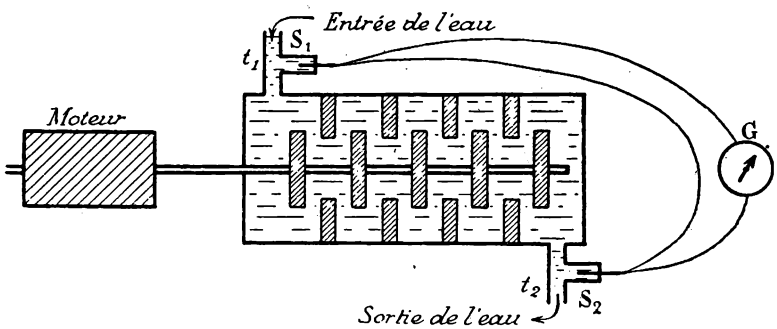


FIG. 84. — Appareil de Miculescu.

Expériences de frottement entre solides. — La méthode consiste à transformer totalement en chaleur, au moyen d'un frein, la puissance mécanique d'une machine. Le dispositif est analogue à celui du *frein de Prony* (§ 144). On donne au frein une forme lui permettant d'être placé dans un calorimètre parcouru par un courant d'eau régulier, dont on détermine les températures à l'entrée et à la sortie.

127. Valeur de J dans les différents systèmes d'unités.

Les expériences les plus récentes ont conduit aux résultats suivants :

1° **Système C. G. S. :**

$$\boxed{1 \text{ calorie} = 4{,}185 \times 10^7 \text{ ergs} = 4{,}185 \text{ joules.}}$$

2° **Système M. Kp. S.**

Comme 1 kgm vaut 9,81 joules, on a :

$$1 \text{ kilocalorie} = \frac{4\,185}{9{,}81} \text{ kgm} = 426{,}6 \text{ kgm.}$$

$$\boxed{1 \text{ kilocalorie} = 426{,}6 \text{ kgm.}}$$

3° **Système M. T. S. :**

$$1 \text{ thermie (1 000 kilocalories)} = 4{,}185 \times 10^6 \text{ joules}$$
$$= 4\,185 \text{ kilojoules.}$$

$$\boxed{1 \text{ thermie} = 4\,185 \text{ kilojoules.}}$$

PROBLÈMES

1. Un projectile de 100 grammes est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse initiale de 98 m/s; à quelle hauteur s'élèvera-t-il et en combien de temps ?

On suppose qu'à une distance du point de départ égale à la moitié de cette hauteur, le mobile est arrêté par un obstacle indéformable; calculer le nombre de calories dégagées, en supposant que toute l'énergie cinétique soit transformée en chaleur.

Accélération de la pesanteur : 9,8 m/s/s.
Equivalent mécanique de la calorie : $4{,}18 \times 10^7$ C. G. S.

(*Bacc.*, Poitiers, 1920.)

2. Calculer en kilogrammètres l'énergie cinétique d'un mobile pesant 10 000 kilogrammes, et faisant 40 kilomètres à l'heure.

On suppose ce mobile brusquement arrêté et toute son énergie cinétique transformée en chaleur; combien représente-t-elle de calories ?

On prendra : $g = 9{,}8$ m/s/s.

3. On reprend l'expérience de Joule pour la détermination de l'équivalent mécanique de la calorie, avec les données numériques suivantes : chacun des poids pèse 10 kilogrammes, la hauteur de chute est de 3 mètres, la vitesse en arrivant au sol est de 3 centimètres par seconde. Cette même vitesse serait atteinte si, enroulant en sens inverse sur le tambour les cordes qui soutiennent

les deux poids et supprimant les liaisons avec l'axe porteur des palettes, on plaçait sur l'un des poids une surcharge de 200 grammes.

On recommence l'expérience 10 fois. L'élévation de la température du calorimètre, en supposant faites les corrections de rayonnement, a été trouvée égale à 1°,395 (en degrés centésimaux). Cette élévation de température est connue avec une approximation de $\frac{1}{500}$. La masse en eau du calorimètre est de 1 kilogramme. On demande l'équivalent calorifique du Joule.

On prendra $g = 981$ C. G. S.

4. La quantité de chaleur reçue normalement du Soleil par une surface de 1 centimètre carré est de 3 calories par minute. Calculer la puissance d'un moteur solaire, ayant 10 mètres carrés de surface, en admettant qu'il transforme en travail 1/20 de la chaleur reçue.

5. On exécute l'expérience de Joule au moyen d'un calorimètre dont la capacité calorifique totale équivaut à celle de 10 l d'eau. La chute de 10 m de deux poids de 100 kg chacun produit une élévation de température du calorimètre de 0°,424.

1° Calculer, d'après ces uniques données, une valeur approchée de l'équivalent mécanique de la calorie.

2° Pour plus de précision, on évalue le travail dépensé sous forme de frottements en dehors du calorimètre en disposant l'expérience de façon que la chute de l'un des poids muni d'une surcharge corresponde à l'ascension de l'autre. On supprime les palettes du calorimètre et on cherche le poids de la surcharge permettant d'atteindre la même vitesse limite de chute que dans l'expérience précédente. On trouve que ce poids doit être de 19 kg. En déduire la valeur corrigée de l'équivalent mécanique de la grande calorie et celle, exprimée en joules, de la petite calorie en prenant g égal à 980 cm/s^2.

3° La vitesse limite atteinte par les poids est de 0,4 m par seconde. Montrer qu'il n'y a pas à en tenir compte, la correction correspondante étant en effet négligeable.

4° Un moteur électrique, alimenté en courant continu sous 115 volts, 2 ampères, remplace le treuil à poids et produit une élévation de la température du calorimètre de 0°,264 par minute. L'énergie mécanique produite étant intégralement transformée en chaleur dans le calorimètre, calculer le rendement du moteur.

(*Bacc.*, Bordeaux, 1938.)

6. 1° On demande d'évaluer en kilogrammètres et en joules l'énergie cinétique d'un projectile de 10 000 kilogrammes, animé d'une vitesse de 50 km à l'heure.

2° Si le projectile est arrêté de manière que son énergie cinétique soit intégralement transformée en énergie calorifique, quelle sera la quantité de chaleur dégagée au moment du choc ?

3° Si cette chaleur était utilisée à fondre de la glace à 0°, combien de grammes en transformerait-elle à l'état liquide à la température de 0°, sachant que la chaleur de fusion de 1 gramme de glace est de 80 calories ?

4° Combien de grammes de glace pourraient être transformés en vapeur à 100°, sachant que la vaporisation d'un gramme d'eau liquide prise à 100° nécessite 537 calories ?

Equivalent mécanique de la kilocalorie : 426 kilogrammètres.

(*Bacc., Sciences expérimentales*, Clermont, 1943.)

7. 1° En un lieu où $g = 980$ C. G. S., un pendule est constitué par une très petite sphère, dont le poids est 10 g, suspendue au bout d'un fil de 2 m de long. On écarte la sphère de sa position d'équilibre, de façon que le fil fasse

un angle de 60° avec la verticale. De combien a-t-on augmenté l'énergie potentielle de la sphère ?

2° Le pendule est alors abandonné à lui-même. Quelles seront son énergie cinétique et sa vitesse au passage par la verticale ?

3° A la longue, le mouvement du pendule s'arrête par suite des frottements. Quelle est, en calories, la quantité de chaleur apparue ?

4° Quelle est la période des petites oscillations de ce pendule ?

5° On fait osciller ce pendule devant un autre pendule formé d'une sphère identique suspendue au bout d'un fil de longueur 2,02 m, et on observe les coïncidences comme dans la mesure de g. Les amplitudes des oscillations des deux pendules sont faibles.

Quel intervalle de temps va séparer deux coïncidences consécutives ?

Equivalent mécanique de la calorie : 4,18 joules.

(*Bacc., Sciences expérimentales*, Poitiers, 1943.)

8. Pour mesurer l'équivalent mécanique de la calorie, on fait passer un courant électrique dans un fil métallique, de résistance constante, immergé dans l'eau d'un vase en verre. L'intensité du courant, invariable, est $i = 1{,}10$ ampères. La différence de potentiel aux bornes du fil immergé est $V = 120$ volts.

Le courant électrique passe pendant 300 secondes. Le vase contient 400 grammes d'eau. Durant le passage du courant, la température de l'eau croît de 22,5 degrés.

1° Calculer, d'après ces données, la valeur de l'équivalent mécanique de la calorie.

2° Dans l'expérience, on a négligé la quantité de chaleur cédée à l'extérieur par l'eau et le vase. Si l'on évalue cette quantité de chaleur à 5/100 de celle qui a été mesurée, quelle sera la correction à apporter au résultat précédent ?

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Espagne, 1943.)

9. Un volant dont toute la masse peut être considérée comme distribuée sur la périphérie a un diamètre de 50 cm et un poids de 50 kg. Il tourne à la vitesse de 120 tours par minute. On demande de calculer :

1° l'accélération de son mouvement;

2° son énergie cinétique (en kilogrammètres et en kilojoules);

3° la quantité de chaleur développée au cours de l'arrêt du volant sous l'action d'un frein agissant par frottement.

Equivalent mécanique de la calorie : 4,18 joules.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Lyon, 1945.)

10. 1° Un morceau de plomb, initialement à 15° C, repose sur le sol. On laisse tomber sur lui, sans vitesse initiale, d'une hauteur de 2 m, une masse de fer pesant 50 kg. Un dispositif permet de plonger ensuite le morceau de plomb dans un calorimètre. Le calorimètre et le liquide qu'il contient ont un équivalent en eau de 100 g. La température initiale est de 15°. L'équivalent en eau du plomb est de 5 g. On demande la température du liquide calorimétrique lorsque l'équilibre thermique est réalisé. On suppose que toute l'énergie de la masse de fer en mouvement s'est convertie en chaleur dans le morceau de plomb.

2° La masse de fer est remontée à sa position initiale à l'aide d'une force supérieure de 10 kg à son poids. Quel est le temps mis par la masse de fer pour atteindre sa position initiale et quelle vitesse a-t-elle alors ? Quel est le travail effectué par la force motrice ?

3° Cette force motrice est fournie par un moteur à courant continu qui fonctionne sous 120 V. Quelle est l'intensité du courant dans le moteur, en

supposant que 1/10 de l'énergie électrique communiquée au moteur est perdue dans le moteur et la transmission ?

On donne : équivalent mécanique de la kilocalorie : 426 kgm; accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m/s/s.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Nancy, 1946.)

11. 1° Une automobile pesant 1 500 kg roule en palier à la vitesse de 90 km à l'heure. On veut l'arrêter en freinant sur un parcours de 25 m, l'effort moteur étant supprimé. Les freins agissent comme une force constante F dirigée en sens inverse du mouvement.

En négligeant toutes les autres résistances, on calculera :

a) la force F;

b) le temps mis par la voiture pour s'arrêter;

c) la quantité de chaleur qui s'est dégagée dans les freins.

2° Quand la voiture est en marche, les frottements sur le sol et la résistance de l'air sont équivalents à une force R dirigée en sens inverse du mouvement et donnée par la relation R (en kg) $= 30 + 0{,}1\ V^2$ (V étant la vitesse de la voiture en mètres par seconde). On demande :

a) quelle est en chevaux-vapeur la puissance que développe le moteur quand la voiture monte à la vitesse constante de 36 km à l'heure une côte telle qu'on s'élève de 5 cm par mètre de route; on admettra que les organes qui transmettent l'énergie du moteur aux roues ont un rendement égal à 0,75;

b) quelle est en km à l'heure la vitesse limite de la voiture descendant, moteur arrêté, la même côte.

Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}8$ m/s^2.

Equivalent mécanique de la kilocalorie : 425 kilogrammètres.

(*Bacc. Math.*, Alger, 1945.)

12. La balle d'un fusil, dont le canon est long de 80 cm, a une masse de 12 g et elle sort de l'arme avec une vitesse de 720 m par seconde.

1° Quel est le temps mis par le projectile pour parcourir l'intérieur de l'arme, en supposant que son mouvement y est uniformément accéléré.

2° Exprimer en kilogrammes-poids la valeur de la force constante totale qui, dans cette hypothèse, s'exerce sur la balle. Calculer en joules le travail de cette force.

3° Le projectile, lancé vers le haut verticalement, est arrêté, à mi-hauteur de son trajet, par un obstacle indéformable. Calculer l'élévation de température de la balle, dont la chaleur spécifique est 0,1. On néglige la résistance de l'air et l'on admet que toute l'énergie cinétique est transformée en chaleur absorbée par la balle.

(*Bacc. Math.*, Caen, 1945.)

CHAPITRE XVI

MOTEURS THERMIQUES

Les moteurs thermiques transforment de la chaleur en travail. Nous allons étudier successivement la **machine à vapeur** et les **moteurs à combustion interne.**

I. — MACHINE A VAPEUR

Les machines à vapeur utilisent la vapeur d'eau comme agent intermédiaire pour transformer l'énergie calorifique en énergie mécanique. On les divise en *machines à piston* et en *turbines à vapeur.*

128. Principe de la machine à vapeur à piston.

La machine à vapeur comprend trois organes essentiels :

1° la **chaudière,** chauffée par un foyer, dans laquelle l'eau est transformée en vapeur sous pression;

2° le **cylindre,** dans lequel se meut un piston, sur lequel agit la vapeur;

3° un système **bielle-manivelle** qui transforme, le cas échéant, le mouvement rectiligne de va-et-vient du piston en un mouvement circulaire.

129. 1° Chaudière. — La chaudière est un récipient fermé contenant de l'eau surmontée de sa vapeur. Le liquide et la vapeur sont donc en équilibre à la température t de la chaudière, et la pression de la vapeur est égale à la pression maximum p_m correspondant à la température t. Cette pression est indépendante des masses d'eau et de vapeur en présence; ainsi, à 180°, la pression maximum de la vapeur d'eau est de 10 kg/cm^2; cette pression est de 16 kg/cm^2 à 200°. Quand on prélève de la vapeur, la pression dans la chaudière tend à diminuer; une nouvelle vaporisation se produit alors pour rétablir l'équilibre.

Pour avoir une plus grande quantité de chaleur dans un temps donné et mieux utiliser la chaleur venant du foyer, la chaudière doit présenter une grande surface de chauffe.

Dans les **chaudières à bouilleurs** (fig. 85), le corps cylindrique A de la chaudière communique avec les bouilleurs B, placés directement au-dessus du foyer. La surface de chauffe ne dépasse guère 5 à 6 m^2

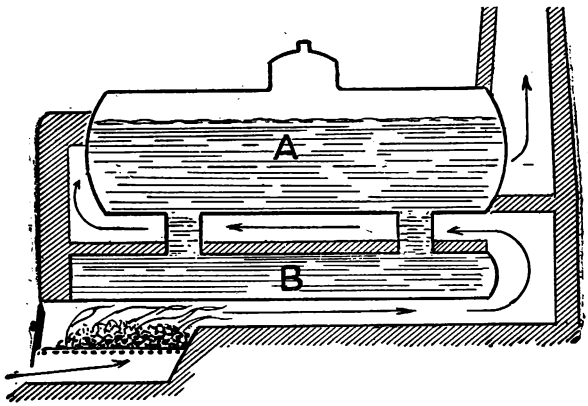


FIG. 85. — Chaudière à bouilleurs.

par mètre cube d'eau et cette chaudière, réservée aux machines fixes, n'est presque plus employée.

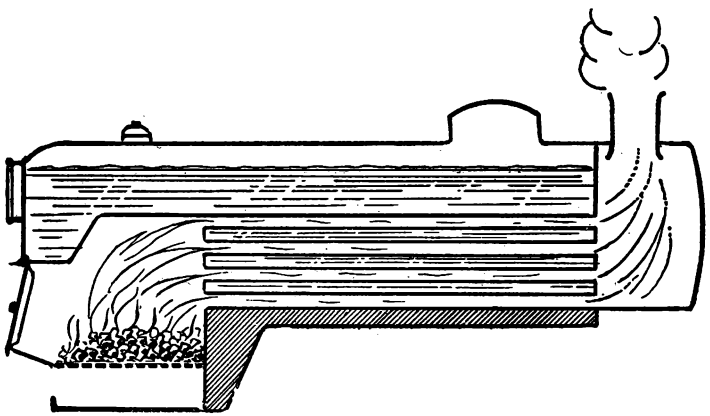


FIG. 86. — Chaudière à tubes de fumée.

Dans les **chaudières tubulaires à tubes de fumée** (fig. 86), utilisées dans les locomotives, les gaz chauds venant du foyer passent dans un grand nombre de tubes qui traversent le corps cylindrique de la chaudière et que l'eau entoure. Ces tubes qui partent du foyer aboutissent dans un espace en communication avec la cheminée (boîte à fumée). La surface de chauffe atteint ainsi 25 m^2 par mètre cube d'eau.

Dans les machines fixes, on emploie le plus souvent des ***chaudières aquatubulaires;*** le corps principal de la chaudière communique avec un faisceau de tubes, chauffés directement par le foyer, et dans lesquels circule l'eau. La surface de chauffe dépasse 50 m^2 par mètre cube d'eau.

En général, avant d'être envoyée au cylindre, la vapeur qui vient de la chaudière passe dans des tubes chauffés également par le foyer. Elle est alors *surchauffée;* sa température s'élève sans augmentation de pression; elle n'est plus saturante. On évite ainsi qu'une certaine quantité de vapeur se condense en arrivant dans le cylindre.

Les parois d'une chaudière ont une épaisseur qui dépend de la pression maximum qu'elle doit supporter; dans certains cas, l'épaisseur de la tôle dépasse 15 mm.

Enfin, la chaudière est munie des organes accessoires suivants : une ou plusieurs ***soupapes de sûreté*** destinées à laisser échapper la vapeur si la pression effective de cette vapeur dépasse de plus d'un dixième la limite indiquée par le timbre réglementaire; — un ***manomètre*** qui indique à chaque instant la valeur de la pression dans la chaudière; — des ***appareils indicateurs du niveau de l'eau*** dont l'un au moins est un tube à paroi transparente, complétés par des appareils sonores entrant en action lorsque l'eau est descendue au-dessous d'un certain niveau.

130. 2° Cylindre et piston. — La chaudière est mise en communication avec un cylindre dans lequel peut glisser un piston. Supposons, pour fixer les idées, que le piston ait 30 cm de diamètre, c'est-à-dire 707 cm^2 de surface, et que la pression de la vapeur dans la chaudière soit de 10 kg/cm^2. La vapeur exerce ainsi sur le piston une force de 7 070 kg. Mais si l'autre face du piston est en communication avec l'atmosphère, de pression 1 kg/cm^2, il s'exerce sur cette seconde face une force de 707 kg et la force F qui produit le mouvement est égale à la différence des forces appliquées sur les deux faces :

$$F = 7\,070 - 707 \# 6\,360 \text{ kg.}$$

Lorsque la vapeur n'agit que sur l'une des faces du piston, la machine est *à simple effet.*

Le plus souvent, la vapeur agit alternativement sur les deux faces du piston : la machine est dite *à double effet.* Dans ce cas, un distributeur met successivement chaque face du piston en communication avec la chaudière, puis avec l'atmosphère (ou le condenseur) où est rejetée la vapeur qui a travaillé.

Dans le *distributeur à tiroir,* représenté par la figure 87, la vapeur arrive dans un espace clos, appelé boîte à vapeur, en communication avec la chaudière. A l'intérieur de la boîte à vapeur, une sorte de boîte

creuse, appelée *tiroir*, plane sur l'une de ses deux faces, et dont le mouvement est commandé par la machine elle-même, glisse le long du cylindre et peut ainsi mettre l'une des faces du piston en communication avec la chaudière, tandis que l'autre face est reliée à l'orifice d'échappement. — Le tiroir est fortement appuyé contre la paroi plane du cylindre par la pression de la vapeur, ce qui assure l'étanchéité. L'inconvénient d'un tel système est de forcer la vapeur, pendant un temps assez long, à passer par des orifices étroits, d'où un « laminage » qui nuit au rendement.

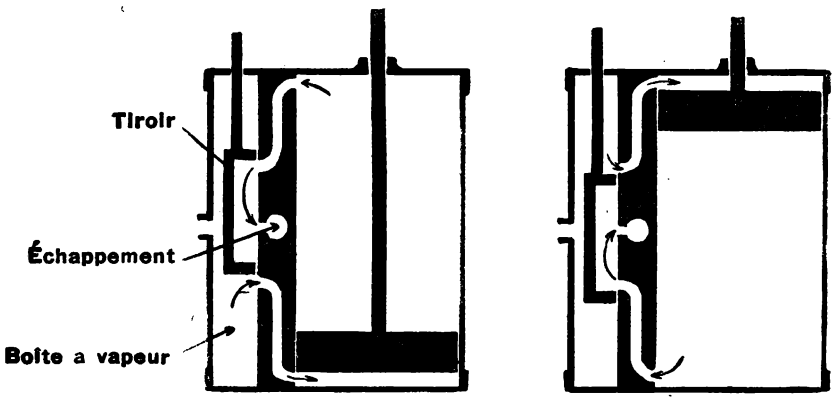


FIG. 87. — Distribution à tiroir.

Les *distributeurs à soupapes* n'ont pas cet inconvénient. Mais leurs ressorts de rappel ne fonctionnent pas très bien aux grandes vitesses; c'est pourquoi les tiroirs sont toujours employés sur les locomotives.

Condenseur. — Supposons que, par l'orifice d'échappement, le cylindre soit en communication, non plus avec l'atmosphère, mais avec un espace clos, à peu près vide d'air, et maintenu à une température peu élevée, 40° par exemple. Ce récipient est le *condenseur*. Si l'on maintient constante la température de ce récipient au moyen d'eau froide, la vapeur d'eau s'y condense immédiatement et la pression sur cette face du piston est seulement la pression maximum de la vapeur d'eau à 40°, c'est-à-dire 75 g/cm². La force qui s'exerce sur la face correspondante du piston, et qui s'oppose à la force exercée par la vapeur sur l'autre face, est alors (en supposant la surface du piston égale à 707 cm² comme précédemment) :

$$0{,}075 \times 707 = 53 \text{ kg}$$

au lieu de 707 kg lorsque l'orifice d'échappement communiquait direc-

tement avec l'atmosphère. On gagne ainsi en force et par conséquent en puissance.

Toutefois, le condenseur est lourd et encombrant et il exige beaucoup d'eau pour son refroidissement. C'est pourquoi on ne l'utilise pas dans les locomotives : la vapeur s'échappe par la cheminée, et sa condensation à l'air produit les nuages blancs que nous voyons sortir par à-coups des cheminées de locomotives. Tout se passe alors comme s'il existait un condenseur dont la pression serait 1 kg/cm² et la température 100° C.

Emploi de la détente. — Nous avons supposé jusqu'à présent que la vapeur était admise à pleine pression, dans le cylindre, pendant toute la course du piston. Or, pour avoir un meilleur rendement, la communication entre la chaudière et le cylindre n'a lieu que pendant une certaine fraction de la course du piston, un dixième par

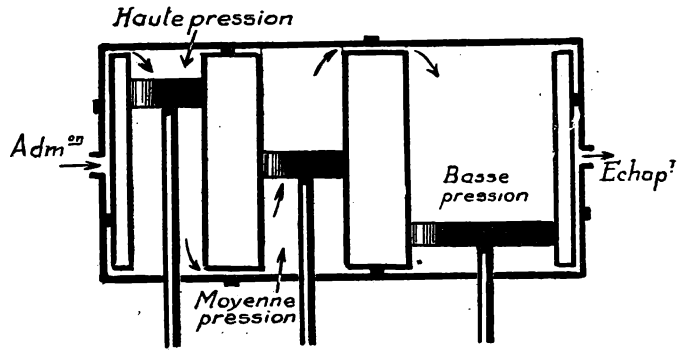


FIG. 88.
Schéma d'une machine compound.

exemple. La vapeur continue ensuite à agir sur le piston, mais sa pression diminue pour deux raisons : d'abord parce que le volume augmente, ensuite parce que la température s'abaisse à cause du travail produit. On dit que la vapeur *se détend* et, dans l'exemple choisi, la détente est *au dixième*.

Pour une même dépense de vapeur, on gagne ainsi tout le travail effectué pendant la détente.

Théoriquement, il y aurait même intérêt à laisser la vapeur se détendre jusqu'à la pression qui règne dans le condenseur; mais il faudrait pour cela employer un cylindre beaucoup trop long. Aussi préfère-t-on utiliser des machines à plusieurs cylindres : ce sont les machines *compounds* (ou composées). La détente complète se fait dans deux ou trois cylindres successifs, séparés ou non par des réservoirs intermédiaires (fig. 88). On répartit ainsi sur deux ou trois pistons l'effort total moyen.

131. 3° Transmission du mouvement. — Le plus souvent, on désire transformer le mouvement alternatif du piston en mouvement circulaire.

Dans le **système bielle-manivelle**, représenté par la figure 89, la tige du piston se termine par une *crosse* à laquelle des *glissières*

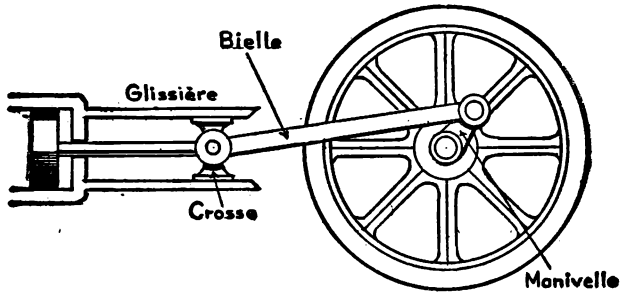


FIG. 89.
Transformation du mouvement alternatif du piston en mouvement circulaire de l'arbre.

assurent un mouvement rectiligne. Sur l'axe de la crosse vient s'articuler la *bielle*, qui transmet l'effort moteur à la *manivelle*, fixée elle-même sur l'arbre principal de la machine.

132. Turbines à vapeur.

Dans les turbines à vapeur, la vapeur agit comme l'eau dans les turbines hydrauliques.

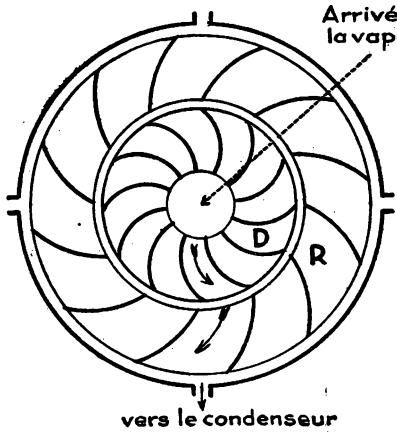


FIG. 90.
Schéma d'une turbine à vapeur.

La vapeur sous pression arrive, de la chaudière, dans un distributeur D portant des aubes fixes, où elle se détend en prenant une grande vitesse (fig. 90); elle frappe ainsi les aubes inclinées d'une couronne mobile qui constitue le récepteur R, auquel elle communique son énergie cinétique; la vapeur, dont la pression a considérablement diminué, se rend ensuite au condenseur.

Les turbines à vapeur donnent directement un mouvement de rotation et, si leur vitesse n'est pas trop grande, on peut caler l'arbre de la

machine entraînée sur l'axe de la turbine : on fait ainsi tourner les dynamos et les alternateurs. De plus, leur encombrement est bien moindre que les machines à piston et leur marche plus régulière, avec moins de vibrations. Enfin, elles permettent une détente très poussée de la vapeur : le rapport du volume final de la vapeur à son volume primitif peut atteindre 100 dans une turbine, alors qu'il ne dépasse pas 15 dans une machine à piston ordinaire.

Leur inconvénient est de ne pas permettre la « marche arrière »; leur grande vitesse de rotation doit, dans certains cas, être réduite par des engrenages.

II. — MOTEURS A COMBUSTION INTERNE

133. — Dans ces appareils, le fluide qui travaille n'est plus la vapeur d'eau, mais un mélange de gaz porté à haute température à la suite d'une combustion, et cette combustion s'effectue à l'intérieur même du cylindre de la machine : d'où le nom de *moteurs à combustion interne*. On utilise ainsi toute la chaleur produite par la combustion, et à la température même à laquelle elle s'est effectuée.

On distingue : les *moteurs à explosion*, dans lesquels la combustion est rapide et présente les caractères d'une explosion, — et les *moteurs à combustion* dans lesquels la combustion, qui se fait progressivement, n'a plus lieu à volume constant, de telle sorte que la pression demeure à peu près invariable.

Les moteurs à combustion interne utilisent comme combustibles : des gaz (gaz d'éclairage, gaz pauvres à l'air ou à l'eau, gaz des hauts fourneaux) ou des liquides (essence de pétrole, alcool, pétroles lourds, benzols et goudrons des fours à coke).

134. Moteur à explosion à quatre temps.

Dans les moteurs à explosion, on emploie les combustibles gazeux et les combustibles liquides les plus volatils; ces derniers sont alors mélangés à l'air, sous forme de brouillard, par un appareil spécial appelé *carburateur*.

Nous allons décrire le moteur à explosion à quatre temps, ainsi appelé parce que le cycle du moteur comporte quatre temps (fig. 91).

PREMIER TEMPS : ***Admission.*** La soupape *a* qui relie le carburateur au cylindre est ouverte et la soupape d'échappement *e* fermée. Le piston, en s'éloignant du fond du cylindre, aspire le mélange gazeux combustible. L'admission a lieu sous pression pratiquement constante et égale à la pression atmosphérique.

Deuxième temps : ***Compression.*** Les deux soupapes *a* et *e* sont fermées; le piston revenant en arrière comprime le mélange gazeux.

Troisième temps : ***Allumage et détente.*** Vers la fin du deuxième temps, lorsque le piston arrive au bout de sa course, une étincelle jaillit dans la chambre à combustion et fait exploser le mélange gazeux qui se trouve porté à haute température, d'où résulte une brusque augmentation de pression. Les gaz provenant de la combustion se détendent en poussant le piston et en effectuant du travail.

Quatrième temps : ***Echappement.*** La soupape *e* s'ouvre et, le piston revenant à nouveau en arrière, refoule dans l'atmosphère les produits de la combustion; on peut admettre que les gaz brûlés sont évacués sous la pression atmosphérique.

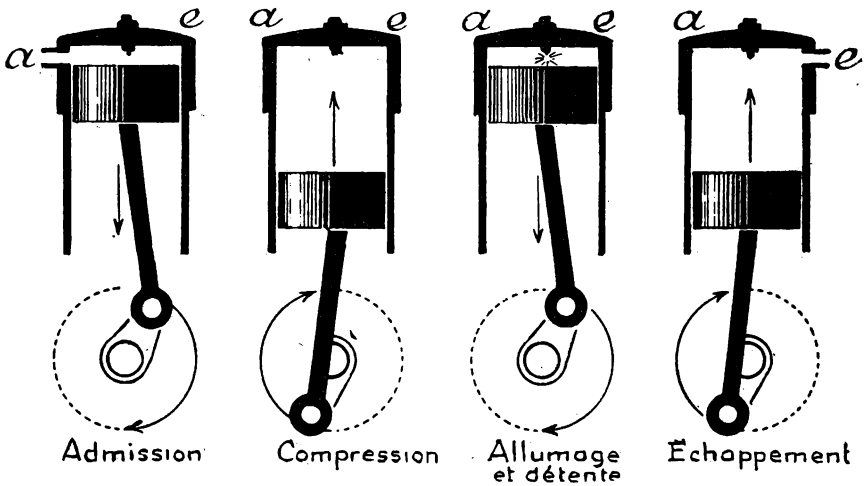


Fig. 91. — Principe du moteur à quatre temps.

135. Remarque. — ***Le moteur à quatre temps ne possède qu'un temps moteur sur quatre.***

Ce temps moteur est le troisième temps, les trois autres temps sont résistants, surtout le deuxième temps, pendant lequel a lieu la compression. D'où la nécessité d'utiliser un volant, dont l'énergie cinétique assure le mouvement pendant les temps résistants. En général, on cale sur le même axe plusieurs cylindres dont les temps moteurs se succèdent : on obtient ainsi une marche plus régulière.

136. Mécanisme. — Le moteur doit réaliser automatiquement, pour des positions particulières du piston, les trois opérations suivantes :

a) ouverture et fermeture de la soupape d'admission;

b) ouverture et fermeture de la soupape d'échappement;

c) allumage du mélange explosif.

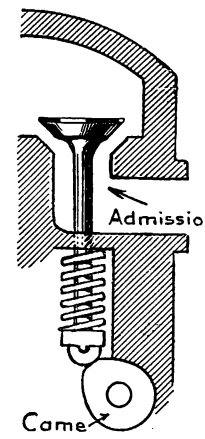


FIG. 92. — Mécanisme d'ouverture d'une soupape.

En général, ces opérations sont effectuées par des *cames*, sortes de protubérances disposées sur la circonférence d'un disque monté sur l'arbre. Lorsque, dans la rotation du disque, une came passe dans une certaine position (fig. 92), elle repousse une tige qui appuie contre elle à l'aide d'un ressort. Cette tige peut ainsi ouvrir une soupape. Suivant la forme et les dimensions de la came, la soupape s'ouvre plus ou moins brusquement et elle reste ouverte plus ou moins longtemps. Une came peut également faire jaillir l'étincelle électrique entre les deux fils métalliques de la *bougie d'allumage*. Il faut autant de disques et de cames qu'il y a d'opérations à effectuer.

Dans les moteurs à explosion à quatre temps, la période des phénomènes correspond à deux tours de l'arbre. Aussi chaque came est-elle placée sur un disque qui ne fait qu'un tour lorsque l'arbre principal en fait deux; il suffit pour cela que les arbres soient réunis par des roues d'engrenage dont le rapport du nombre de dents est deux.

PROBLÈMES

1. Le piston d'une machine à vapeur à double effet et sans condenseur mesure 20 centimètres de diamètre; sa course est 40 centimètres. La pression de la vapeur est 5 kg/cm², et l'arbre moteur de la machine fait 200 tours par minute.

Quelle est, en chevaux-vapeur, la puissance de cette machine, quand l'admission de la vapeur a lieu pendant toute la course du piston ?

On supposera la pression atmosphérique égale à 1 kg/cm².

2. Le cylindre d'un moteur à vapeur a un diamètre de 0,30 m, le piston une course de 0,40 m. La pression d'admission est de 10 kg/cm² et la pression dans le condenseur 0,1 kg/cm².

Quel est le travail fourni par la vapeur pendant une course du piston à pleine admission ?

Le moteur étant à double effet, quelle sera, en chevaux-vapeur, la puissance développée quand le volant fait 180 tours par minute ?

La pression de 10 kg/cm² est celle de la vapeur saturante à 179° C; le poids spécifique de cette vapeur est 5,11 kg/m³. Quel est le poids de vapeur dépensé par cheval-heure ?

3. Un moteur à explosion de 4 cylindres a pour section de chacun des cylindres 28 centimètres carrés; la course du piston est de 12 centimètres. Il tourne à 1 500 tours par minute. La pression moyenne des gaz à chaque explosion est 6,5 kg/cm², la pression atmosphérique étant de 1 kg/cm². Calculer, en chevaux-vapeur, la puissance de ce moteur.

4. Une machine à vapeur à double effet fonctionne sans détente.

La pression dans la chaudière est 6,1 kg-poids par cm²; celle du condenseur est 0,1 kg-poids par cm². La course du piston est 75 cm, sa section 20 dm² et la machine fait 50 tours par minute. On demande :

1° la force qui s'exerce sur le piston, le travail par tour (en kgm) et la puissance (en CV); recueillera-t-on une puissance égale sur l'arbre ? Justifier très sommairement;

2° le volume et le poids de vapeur saturante dépensée par heure, puis par cheval-heure, sachant que 1 m³ de vapeur saturante sous la pression qui règne dans la chaudière pèse 3,3 kg;

3° la surface de chauffe de la chaudière, si elle est installée pour vaporiser 20 kg d'eau par heure et par mètre carré de surface de chauffe.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Nancy, 1944.)

5. Un moteur à gaz pauvre, à un cylindre et à quatre temps, entraîne une dynamo produisant un courant continu de 75 ampères sous une tension de 550 volts.

1° Le rendement de la dynamo étant de 90 p. 100, quelle puissance absorbe-t-elle ?

2° Le moteur tourne à 180 tours par minute. Quel est le travail fourni par un temps moteur, en supposant égal à l'unité le rendement de la transmission ? (On négligera le travail absorbé par le moteur pendant les trois temps non moteurs.)

3° Le mouvement du moteur est régularisé par un volant dont la masse M peut être considérée comme uniformément répartie sur une circonférence de 1 m de rayon. Quelle doit être la valeur de M pour que la vitesse angulaire du volant ne varie que de 5 p. 100 pendant la durée du temps moteur ?

4° Le moteur est alimenté par un mélange de gaz à l'eau et d'air dont la composition en volume est la suivante : $H_2 = 10$ p. 100; $CO = 10$ p. 100; $CO_2 = 5$ p. 100; $N_2 = 20$ p. 100; air $\simeq$ 55 p. 100.

La section du cylindre est de 10 dm² et la course du piston est de 50 cm. Le rendement du moteur est de 24 p. 100. La combustion d'une molécule-gramme de CO dégage 68 kilocalories. Une kilocalorie équivaut à 426 kgm. Quelle est la quantité de chaleur dégagée par la combustion d'une molécule-gramme d'hydrogène ?

(*Bacc.*, Clermont, 1949.)

CHAPITRE XVII

DIAGRAMME D'UN MOTEUR THERMIQUE
INDICATEUR DE WATT

137. — On peut représenter graphiquement ce qui se passe dans le cylindre d'une machine thermique en portant en abscisses le volume laissé libre par le piston et en ordonnées la pression qui existe dans ce volume. On obtient ainsi une courbe fermée qui est le *diagramme* de la machine.

DIAGRAMME D'UNE MACHINE A VAPEUR

138. Diagramme théorique sans détente.

Supposons d'abord que *la vapeur est admise à pleine pression pendant toute la course du piston*, et que les pressions s'établissent *instantanément* quand on met le cylindre en communication soit avec la chaudière, soit avec le condenseur.

Considérons le moment où le piston étant à bout de course, la vapeur vient d'être évacuée; la pression dans le cylindre est égale à la pression p_1 du condenseur; si le piston applique contre le fond du cylindre, le volume peut être considéré comme nul et le point figuratif est en A (fig. 93).

La communication est alors brusquement établie avec la chaudière, où règne la pression p_2; le

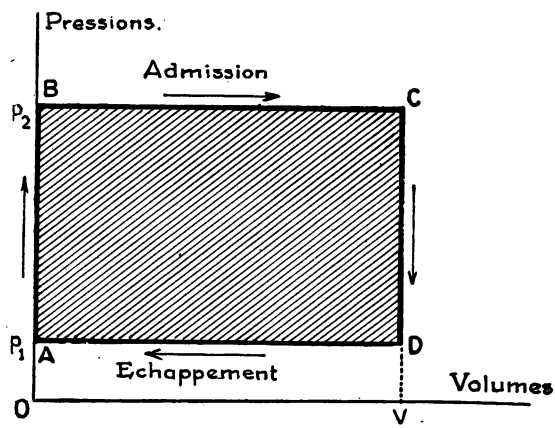


FIG. 93.

Diagramme théorique d'une machine à vapeur sans détente.

point figuratif passe de A à B. Puis le volume compris entre le fond du cylindre et le piston augmente jusqu'au volume total V du cylindre; le point figuratif décrit la parallèle BC à l'axe des abscisses. La communication étant ensuite établie avec le condenseur, la pression tombe brusquement à p_1 : c'est la partie CD du graphique. Enfin, le piston revient en arrière, le volume diminue de V à zéro et la vapeur est évacuée à la pression constante p_1 qui règne au condenseur : d'où la parallèle DA à l'axe des volumes. Ensuite le cycle recommence.

Evaluons le travail pendant ce cycle :

La force qui agit sur le piston est égale à la différence des forces sur les deux faces :

$$F = Sp_2 - Sp_1 = S(p_2 - p_1).$$

En désignant par l la course du piston, le travail effectué par la vapeur pendant le déplacement l est :

$$W = F.l = S\,l\,(p_2 - p_1).$$

Or, S l est le volume V du cylindre. Donc :

$$W = V(p_2 - p_1).$$

Le volume V est représenté par le segment AD, et $(p_2 - p_1)$ par la longueur AB. Le travail est donc proportionnel au produit AD $\times$ AB, c'est-à-dire à la surface du rectangle ABCD. Ce résultat tout à fait général peut s'exprimer :

Le travail fourni par la vapeur est proportionnel à la surface du diagramme.

139. Diagramme théorique avec détente.

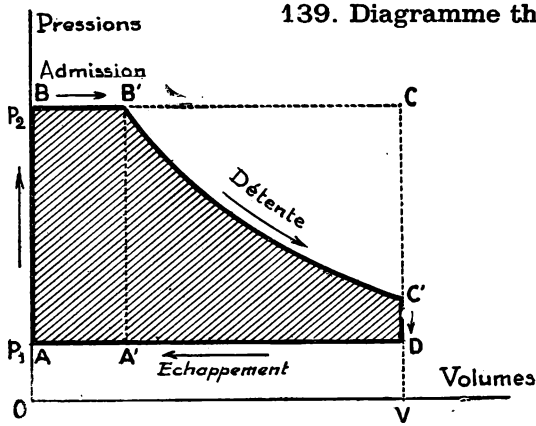


FIG. 94. — Diagramme théorique d'une machine à vapeur avec détente.

Lorsque *l'admission de la vapeur n'a lieu que pendant une fraction de la course du piston*, le diagramme théorique est représenté par la figure 94. la droite BB' correspond à l'admission et la courbe B'C' à la détente. Le travail de la vapeur est encore proportionnel à la surface du diagramme, hachurée sur la figure.

L'aire du rectangle ABB'A' représente le travail de la masse de vapeur introduite alors qu'elle agit à pleine pression; pour la même masse de vapeur utilisée, le gain de travail correspondant à la détente est alors représenté par la surface B'C'DA'.

Par contre, le travail total est moins grand que si la vapeur était admise pendant toute la course du piston, ce dernier travail étant représenté par l'aire du rectangle ABCD. La puissance est donc réduite.

140. Diagramme réel.

En réalité, le piston n'applique pas exactement sur le fond du cylindre et il en résulte un espace nuisible v. D'autre part, les pressions à l'admission et à l'échappement ne s'établissent pas brusquement; aussi le diagramme réel ne présente-t-il aucun point anguleux (fig. 95).

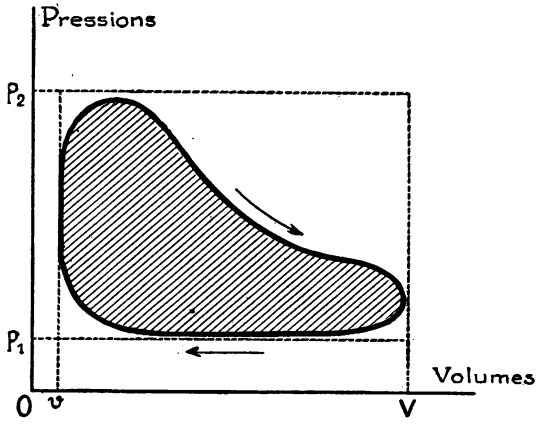


FIG. 95.
Diagramme réel d'une machine à vapeur.

Le tracé du diagramme réel se fait à l'aide d'un appareil, appelé *indicateur de Watt*, que nous décrirons plus loin. L'étude de ce diagramme permet de contrôler la marche de la machine et de régler son fonctionnement; de plus, comme le travail de la vapeur est proportionnel à l'aire du diagramme, on a ainsi un moyen de mesurer la puissance de la machine.

DIAGRAMME D'UN MOTEUR A EXPLOSION

141. — Le diagramme théorique d'un moteur à explosion à quatre temps est représenté par la figure 96. L'admission et l'échappement ont lieu sous la pression atmosphérique. On remarquera que, au début de l'admission, le volume n'est pas nul (point figuratif A); ce volume v compris entre le piston et le fond du cylindre correspond au volume de la chambre d'explosion.

142. — Le **diagramme réel** est un peu différent du diagramme théorique. En particulier, par suite du laminage, la pression est

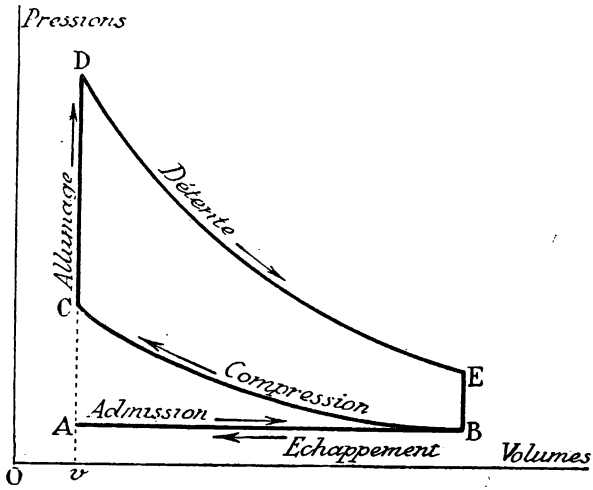


FIG. 96. — Diagramme théorique d'un moteur à explosion à quatre temps.

diminuée pendant l'admission et augmentée pendant l'échappement; de plus, l'explosion n'est pas instantanée. Aussi le diagramme a-t-il la forme indiquée sur la figure 97.

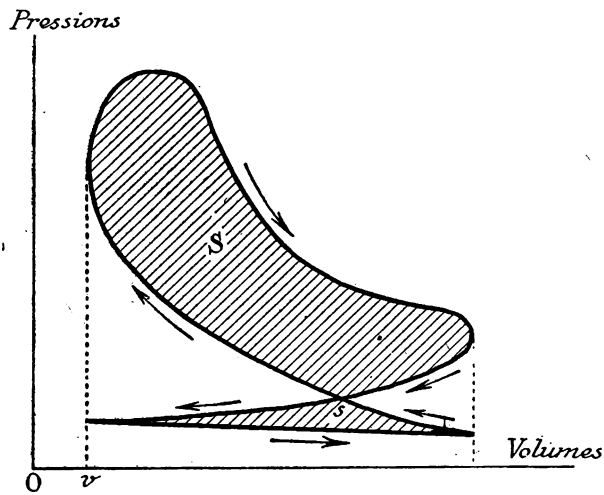


FIG. 97. — Diagramme réel d'un moteur à quatre temps.

Ce diagramme comprend deux boucles fermées. La boucle supérieure est parcourue dans le sens des aiguilles d'une montre; elle correspond donc à un travail positif. La boucle inférieure est parcourue en sens inverse des aiguilles d'une montre et correspond à un travail négatif. Donc :

Le travail moteur pour un cycle complet est proportionnel à la différence S — *s* ***des aires des deux boucles.***

INDICATEUR DE WATT

143. — Le diagramme d'une machine thermique à cylindre peut être inscrit directement à l'aide d'un appareil appelé *indicateur de Watt* (fig. 98).

Cet appareil se compose d'un manomètre à piston et à ressort. Le cylindre C du manomètre communique avec l'un des cylindres de la

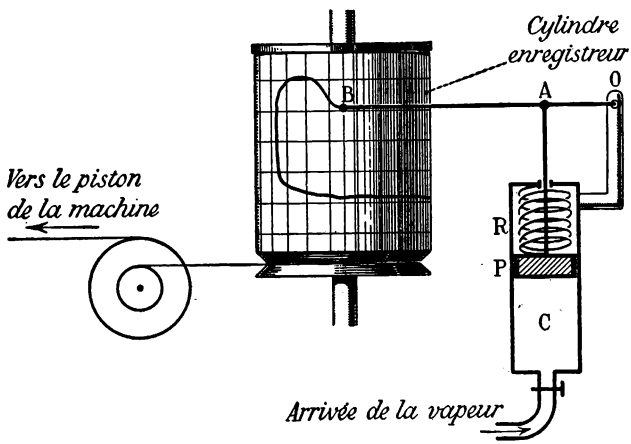


FIG. 98. — Indicateur de Watt.

machine thermique. La pression de la vapeur, agissant sur le piston P, est équilibrée par un ressort R dont la déformation, à chaque instant, est proportionnelle à cette pression. Les déplacements de l'extrémité A de la tige du piston sont transmis, par un système de leviers, à un crayon qui appuie sur un cylindre enregistreur. Les déplacements du crayon, qui se font parallèlement à l'axe du cylindre enregistreur sont ainsi proportionnels à la pression de la vapeur.

D'autre part, on donne au cylindre enregistreur un mouvement de rotation alternatif proportionnel aux déplacements du piston de la machine et par conséquent aux volumes occupés par la vapeur. Pour cela, le cylindre enregistreur est relié au piston de la machine thermique par l'intermédiaire de poulies démultiplicatrices de telle façon

que le cylindre enregistreur fasse environ trois quarts de tour pour une course complète du piston.

L'indicateur de Watt fonctionne mal aux grandes vitesses; on utilise actuellement des *manographes*, qui peuvent inscrire le diagramme de moteurs très rapides.

PROBLÈMES

1. Le volant d'une machine à vapeur fait 180 tours à la minute. Il pèse 500 kg et l'on supposera sa masse répartie sur un cercle de 1 m de rayon.

1° Calculer la force centrifuge (en g-poids) à laquelle est soumis un élément de 100 g de la roue.

2° Quel est, en kgm, l'énergie cinétique du volant ?

3° La pression dans la chaudière est 10,2 kg/cm², celle du condenseur 0,2 kg/cm². La section du piston est 400 cm², sa course 60 cm. On demande quelle est la puissance en chevaux-vapeur, si la machine fonctionne à double effet et sans détente.

4° La machine fonctionne avec détente. Le cycle de l'indicateur de Watt a une surface de 40 cm² et il est inscrit dans un rectangle de 8 cm de haut et 7 cm de long. Quelle est alors la nouvelle puissance ? (La vitesse n'a pas été modifiée.)

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Lausanne, 1946.)

2. Une locomotive a les caractéristiques suivantes :
Deux cylindres à double effet;
Course des pistons : 60 cm;
Surface des pistons : 25 dm²;
Diamètre des roues motrices : 150 cm;
Pression de la vapeur à l'admission : 11 kg par cm²;
Pression de la vapeur à l'échappement : 1 kg par cm².

1° Quel serait le travail de la vapeur dans un cylindre pour un aller et retour du piston si la vapeur était admise à pleine pression pendant toute la course du piston ?

2° En réalité, la vapeur n'est admise que pendant 20 pour 100 de la course du piston. L'aire des diagrammes obtenus à l'indicateur de Watt, qui était de 6 000 mm² dans la marche à pleine admission, est réduite à 2 700 mm² dans la marche réelle, avec détente. En déduire le travail de la vapeur dans l'ensemble des deux cylindres, pour un aller et retour du piston. Quelle est la puissance, mesurée à l'indicateur de Watt, si la locomotive a une vitesse de 72 km à l'heure ?

3° Quelle est alors la dépense en eau par heure, sachant que, dans les conditions d'emploi, un mètre cube de vapeur pèse 5,6 kg ?

4° La pression de la vapeur dans la chaudière, exprimée en kg par cm², est liée à la température centésimale t par la relation $p = \left(\frac{t}{100}\right)^4$. Quelle est la température de la chaudière ? En déduire la chaleur de vaporisation de l'eau L en calories, à cette température, d'après la formule $L = 606{,}5 - 0{,}695\,t$.

Combien faut-il de calories pour vaporiser toute l'eau consommée dans une heure ? Sachant que 1 g de charbon en brûlant dégage 8 000 calories, que 40 % de la chaleur est perdue dans le foyer et qu'on alimente la chaudière par de l'eau prise à 15° dans le tender, quelle est la dépense en combustible par heure ?

(*Bacc. Math.*, Bordeaux, 1943.)

CHAPITRE XVIII

RENDEMENT D'UNE MACHINE THERMIQUE PRINCIPE ET THÉORÈME DE CARNOT

144. Puissance effective d'une machine thermique. Frein de Prony.

On appelle *puissance effective* d'une machine thermique la puissance recueillie sur l'axe principal. On la mesure par la méthode du *frein de Prony*.

Frein de Prony. — Sur l'arbre de la machine dont on veut déterminer la puissance est montée une poulie A dont la jante est serrée entre deux mâchoires de bois M et M′ (fig. 99). La mâchoire M se

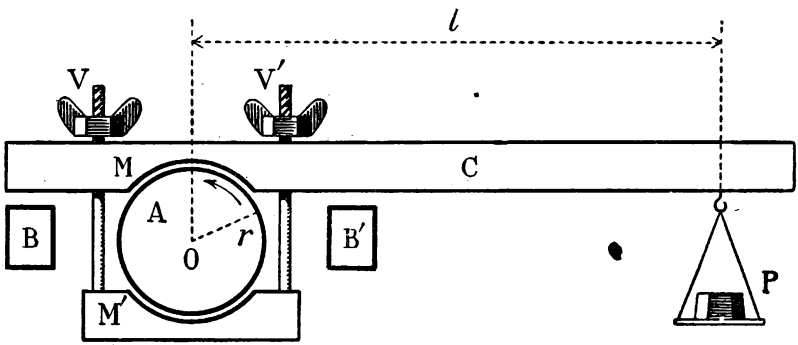


FIG. 99. — Frein de Prony.

prolonge par un levier C qui supporte à son extrémité un plateau destiné à recevoir des poids P. Enfin, deux butoirs massifs B et B′ limitent les déplacements du système.

L'expérience consiste à serrer les mâchoires M et M′ sur la poulie A, à l'aide des boulons V et V′, de manière que les frottements ainsi développés maintiennent la machine à son régime normal, c'est-à-dire lui permettent de conserver la vitesse moyenne pour laquelle elle est construite: les frottements absorbent alors toute la puissance disponible sur l'arbre.

Supposons que le mouvement se fasse dans le sens de la flèche : la barre bute sur la pièce B. En plaçant des poids P dans le plateau, on maintient la barre C en équilibre, de façon qu'elle ne bute ni sur B ni sur B'. Connaissant le nombre n de tours par seconde de la poulie A, on peut alors calculer la puissance.

Désignons par r le rayon de la poulie. Les frottements équivalent à une force F qui serait appliquée tangentiellement sur la jante de la poulie, et dirigée dans le sens du mouvement. Par seconde, le déplacement est $2\,\pi\,n\,r$, et le travail des frottements :

$$W = 2\,\pi\,n\,r\,F.$$

Or, pendant le mouvement, les poids P équilibrent les forces de frottements F; le poids du levier n'intervient pas si l'on a équilibré les freins autour de l'axe O avant de serrer les mâchoires. La relation d'équilibre des forces P et F autour de l'axe O s'écrit, en désignant par l la distance du plateau à l'axe :

$$P\,l = F\,r.$$

Donc :

$$\boxed{W = 2\,\pi\,n\,P\,l.}$$

L'appareil chauffe considérablement, puisque toute la puissance est transformée en chaleur; il est nécessaire de le refroidir par un courant d'eau. Connaissant le débit du courant d'eau, les températures à l'arrivée et au départ, on peut en déduire la quantité de chaleur ainsi produite et déterminer l'équivalent mécanique de la calorie.

145. Puissance indiquée.

On appelle puissance indiquée d'une machine thermique la puissance fournie en moyenne au piston; elle se détermine au moyen du diagramme fourni par l'*indicateur de Watt* (§ 143), d'où son nom de puissance indiquée.

146. Rendement industriel et rendement théorique d'une machine thermique.

Soit une machine à vapeur, qui consomme par heure P kg de charbon. La combustion complète de ce charbon fournirait la quantité de chaleur Q. Or, par suite d'une mauvaise combustion et aussi de la chaleur entraînée vers la cheminée par les gaz du foyer, la chaudière reçoit seulement la quantité de chaleur Q'. De cette chaleur Q', une partie est perdue par conductibilité, rayonnement ou convexion; désignons par Q_1 la quantité de chaleur employée pour produire la vapeur qui évolue dans le cylindre, où elle effectue du travail. A la sortie du cylindre, la vapeur se rend au condenseur auquel elle cède la quantité de chaleur Q_2. On recueille ainsi sur le piston le travail W'

et sur l'arbre de la machine le travail W. Toutes ces données se trouvent résumées dans le tableau suivant :

Chaleur résultant de la combustion complète du charbon.	Q
Chaleur cédée à la chaudière	Q′
Chaleur cédée au cylindre	Q_1
Chaleur cédée au condenseur	Q_2
Travail fourni par le piston.....	W′
Travail recueilli sur l'arbre de la machine.....	W

1° Le ***rendement industriel ou effectif*** est le rapport entre le travail effectif W et l'équivalent mécanique JQ de la quantité de chaleur que fournirait la combustion complète du combustible utilisé :

$$R_e = \frac{W}{JQ}.$$

EXEMPLE NUMÉRIQUE. — *Une machine à vapeur consomme 1,5 kg de houille par cheval-vapeur-heure. Sachant que le pouvoir calorifique de la houille est de 8 000 kilocalories par kilogramme, calculer le rendement effectif de cette machine.*

Travail effectif recueilli en 1 heure :

$$W = 75 \times 3\,600 \text{ kgm} = 270\,000 \text{ kgm}.$$

Energie calorifique dépensée :

$$Q = 1{,}5 \times 8\,000 = 12\,000 \text{ kilocalories}$$

ou :

$$JQ = 426 \times 12\,000 = 5\,100\,000 \text{ kgm}.$$

Le rendement effectif est par suite égal à :

$$R_e = \frac{W}{JQ} = \frac{270\,000}{5\,100\,000} = 0{,}053.$$

2° Le ***rendement thermique ou théorique*** est le rapport du travail indiqué W′ à l'équivalent mécanique JQ_1 de la quantité de chaleur réellement utilisée pour l'obtenir :

$$R_t = \frac{W'}{JQ_1}.$$

REMARQUE. — Les définitions que nous venons de donner pour une machine à vapeur sont évidemment valables pour un moteur thermique quelconque, Q désignant la quantité de chaleur que pourrait fournir la combustion complète du combustible utilisé.

147. Amélioration du rendement industriel.

On a réussi, par une bonne construction du foyer et de la chaudière, à diminuer les pertes de chaleur par la flamme. Le rapport $\frac{Q'}{Q}$, qui représente le rendement de la chaudière, peut ainsi atteindre 0,8.

Le rapport entre la puissance indiquée et la puissance industrielle, appelé rendement organique, qui mesure la perte de puissance dans les organes mécaniques de transformation, est souvent voisin de 0,9. Il est cependant beaucoup plus petit dans les locomotives à cause de la manœuvre des tiroirs.

Quant au rendement thermique, qui est toujours beaucoup plus faible, nous allons chercher s'il est possible de l'augmenter.

148. Amélioration du rendement thermique.

Nous avons vu que, pour une même dépense de vapeur, on augmente le travail produit par la machine en employant un *condenseur* et en utilisant la *détente*, laquelle peut être presque complète avec les machines compounds. De plus, l'emploi de la *surchauffe* empêche la vapeur de se condenser à l'intérieur du cylindre. Malgré cela, le rendement thermique ne dépasse guère 0,20 dans les machines à vapeur alternatives, à cause de la fraction de l'énergie cédée au condenseur.

Peut-on augmenter ce rendement thermique ? Le principe et le théorème de Carnot vont répondre à la question.

PRINCIPE ET THÉORÈME DE CARNOT

149. Principe de Carnot.

En raisonnant sur les conditions de fonctionnement des machines thermiques, Carnot a été amené à poser le principe suivant :

Il est impossible de réaliser un moteur qui n'emprunte de la chaleur qu'à une seule source.

Un moteur thermique se trouve donc en relation avec deux sources à des températures différentes, que nous appellerons la source chaude et la source froide. Pendant la transformation, la source chaude cède de la chaleur et la source froide en reçoit. D'où l'énoncé suivant :

Si une transformation fermée, comportant des échanges de chaleur avec deux sources, produit un travail positif, le système a reçu de la chaleur de la source chaude et en a cédé à la source froide.

150. Expression du rendement théorique.

Désignons par Q_1 la quantité de chaleur empruntée à la source chaude et par Q_2 la quantité de chaleur cédée à la source froide; en admettant qu'il n'y ait aucune perte de chaleur par conductibilité et rayonnement, la quantité de chaleur $Q_1 - Q_2$ est transformée en travail et le ***rendement théorique*** d'une telle machine a pour valeur :

$$R_t = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

151. Conditions du rendement maximum.

Le rendement théorique dépend du cycle décrit par la vapeur. On démontre que ce rendement théorique est maximum lorsque la machine est *réversible.*

La ***réversibilité mécanique*** consiste en ce que la machine doit fonctionner très lentement, la pression de la vapeur étant équilibrée à chaque instant de telle sorte qu'aucune partie du système ne puisse prendre de vitesse sensible; il suffirait alors d'une légère modification dans la pression de la vapeur pour que le jeu de la machine fût renversé.

La ***réversibilité thermique*** demande que l'eau de la chaudière, empruntant de la chaleur au foyer, soit à une température à peine inférieure à celle du foyer. De même, à la fin de la détente, la température de la vapeur doit être à peine supérieure à celle du condenseur.

Une telle machine est évidemment irréalisable. Une machine lente se rapproche des conditions de réversibilité mécanique. Mais nous sommes toujours obligés de donner au foyer une température très supérieure à celle de la chaudière pour qu'une quantité suffisante de chaleur traverse par seconde les parois de celle-ci. Le principe de Carnot nous indique alors que les machines réelles ont un rendement théorique d'autant meilleur qu'elles s'éloignent moins des conditions de réversibilité.

Ce *rendement théorique maximum* qu'aucune machine réelle ne saurait atteindre, ni à plus forte raison dépasser, nous est donné par le théorème de Carnot, qui n'est qu'une conséquence du principe précédent.

152. Valeur du rendement théorique maximum. Théorème de Carnot.

1° ***Le rendement théorique d'une machine thermique est maximum lorsque la machine est réversible.***

2° *La valeur du rendement est indépendante de la substance qui travaille.*

3° *Le rendement théorique maximum* R_m *ne dépend que des températures des deux sources entre lesquelles le fluide évolue; en désignant par* T_1 *et* T_2 *les températures absolues des sources chaude et froide,* R_m *a pour expression :*

$$\boxed{R_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Calculer le rendement maximum d'une machine thermique fonctionnant entre les températures* 180° *C et* 30° *C.*

Désignons par t_1 et t_2 les températures centésimales des sources chaude et froide, et par T_1 et T_2 les températures absolues de ces sources :

$$T_1 = t_1 + 273, \qquad T_2 = t_2 + 273.$$

Le rendement maximum de la machine thermique a pour valeur

$$R_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + 273} = \frac{150}{453} \# \frac{1}{3}.$$

Seul le tiers de la chaleur peut être théoriquement transformé en travail; le rendement pratique n'atteint guère plus de la moitié du rendement théorique maximum, tant à cause des pertes de chaleur que de la non-réversibilité de la machine.

153. Course aux hautes températures.

Dans l'expression du rendement maximum :

$$R_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

on voit que l'on peut améliorer le rendement en diminuant T_2 ou en augmentant T_1.

Or, pratiquement, la source froide est à une température voisine de la température ambiante. On augmentera donc le rendement en augmentant la température de la source chaude. Nous trouvons ainsi un nouvel avantage à la surchauffe, dont nous avons déjà parlé. Alors que la température de la chaudière dépasse rarement 250° C, ce qui correspond à une pression maximum d'environ 25 kg/cm², on porte, par la surchauffe, la température de la vapeur à plus de 400° C dépassant ainsi la température critique de l'eau (374° C).

L'un des avantages des moteurs à combustion interne tient justement à la température élevée de la source chaude, qui est la température du mélange gazeux dans le cylindre au moment de la combustion.

154. Caractères du principe de Carnot. Rôle de la température.

Le principe de l'équivalence ne fait aucune distinction entre l'*énergie mécanique* et l'*énergie calorifique*. Il existe cependant, entre ces deux énergies, des différences profondes. Par exemple, il ne revient pas au même de tendre un ressort ou de le chauffer, bien que dans les deux cas on ait cédé de l'énergie au système.

Non seulement l'énergie travail et l'énergie chaleur n'ont pas même qualité, mais encore il y a lieu de distinguer entre les quantités de chaleur produites par des sources à *températures différentes*. Le principe de l'équivalence ne fait aucune allusion à la température de la source qui produit la chaleur; or cette température intervient dans la qualité des calories produites. « Une source d'eau tiède peut fournir, à des corps pris à la température ambiante, un nombre énorme de calories; toutes ces calories ne peuvent faire cuire un œuf, ce que l'on fait avec un nombre bien moindre de calories fournies à température plus élevée. » (Ch. Fabry.)

Le principe de Carnot, qui constitue le second principe de la Thermodynamique, complète donc le principe de l'équivalence et nous renseigne sur les possibilités de transformation de la chaleur en travail. Il met en évidence le rôle prépondérant de la température dans cette transformation.

PROBLÈMES

1. Une machine à vapeur à double effet, faisant quatre tours par seconde, est pourvue d'un indicateur de Watt, qui trace une courbe dont la surface est de 150 cm², et qui est inscrite dans un rectangle de 12 cm sur 20 cm.

La pression de la vapeur à l'admission est de 15,1 kg/cm²; la pression dans le condenseur est 0,1 kg/cm²; la course du piston est de 50 cm; la surface de base du piston est de 400 cm². Quelle est la puissance développée par la vapeur ?

Les frottements absorbent 10 pour 100 de cette puissance; la machine consomme 160 kilogrammes de houille par heure. Sachant qu'un kilogramme de houille dégage en brûlant 8 000 kilocalories, trouver le rendement industriel de cette machine à partir de la combustion de la houille.

Calculer le rendement théorique de Carnot pour une machine parfaite, fonctionnant entre les mêmes limites de température, qui sont 200° C et 45° C.

(*Bacc.*, Aix-Marseille, 1920.)

2. Dans une machine à vapeur d'une puissance de 15 CV, la chaudière est à une température de 180° et le condenseur à une température de 50°.

En admettant qu'elle fonctionne avec le rendement théorique maximum, quelle serait la masse de vapeur nécessaire pour faire marcher la machine pendant une heure ? Quelle serait la quantité de chaleur cédée au condenseur pendant une heure ?

En réalité, on constate que la machine consomme 12 kilogrammes de vapeur par cheval-heure; quel est le rendement et quelle est la quantité de chaleur perdue par heure ?

On sait que 1 kilogramme de vapeur à 180° passant à l'état d'eau liquide à 50° perd une quantité totale de chaleur égale à 610 kilocalories et que l'équivalent mécanique de la kilocalorie est de 425 kgm.

(*Bacc.*, Lille.)

3. Une surface plane noircie, exposée au rayonnement solaire, absorbe une calorie par centimètre carré et par minute; cette chaleur absorbée sert à chauffer l'eau d'une chaudière maintenue à 100°; la vapeur alimente une machine parfaite, dont le condenseur est à 30°; la puissance de cette machine est 1 kW.

1° Calculer le rendement de la machine, la quantité totale de chaleur empruntée à la chaudière par seconde et la surface du plan noirci.

2° La chaudière est alimentée par de l'eau prise à 15°; combien consomme-t-elle de litres d'eau par heure ?

Equivalent mécanique de la calorie : 4,2 joules.
Chaleur de vaporisation de l'eau à 100° : 537 calories.
La chaleur spécifique de l'eau peut être prise égale à 1, quelle que soit la température.

(*Bacc.*, Caen, 1928.)

4. Le piston d'une machine à vapeur à double effet a une section égale à 500 cm^2; la course du piston dans le cylindre est de 60 cm. La vapeur est admise pendant toute la durée de la course à la pression de 10,2 kg par centimètre carré. A la fin de la course, le cylindre est mis en relation avec un condenseur : on négligera la pression dans le condenseur.

1° On demande la puissance développée par la machine, sachant qu'il y a 150 aller-retours du piston par minute.

2° La vapeur admise dans le cylindre a une masse de 5,2 kg par mètre cube. Quel est le poids de vapeur consommée par heure et par kilowatt ?

3° Pour une consommation de 1 kg de vapeur, la quantité totale de chaleur qu'il a fallu fournir à la chaudière est égale à 620 000 calories. Quel est le rendement thermique de la machine ?

4° Quel est son rendement théorique, sachant que la chaudière et le condenseur sont respectivement aux températures de 180 et 40 degrés centésimaux ?

Equivalent mécanique de la calorie : $J = 4{,}2$ joules.

(*Bacc.*, Caen, 1926.)

5. Le cylindre d'une machine à vapeur a un diamètre de 0,20 m et le piston a une course de 0,30 m.

La pression d'admission est de 10 kg/cm^2 pendant toute la course du piston et la pression dans le condenseur de 0,1 kg/cm^2.

On demande :

1° le travail fourni par la vapeur pendant une course du piston;

2° la puissance développée, évaluée en chevaux-vapeur, sachant que le moteur est à double effet et que l'arbre fait 180 tours par minute;

3° quel est le poids de vapeur consommée par heure, sachant que sous la pression de 10 kg/cm^2, le poids spécifique de la vapeur est de 5,1 kg/m^3;

4° quelle a été la quantité de chaleur nécessaire pour vaporiser l'eau consommée par heure, sachant qu'elle est prise à 15°, que sa vaporisation dans la chaudière se fait à 179° C et que la chaleur de vaporisation de l'eau à $t°$ est donnée par la formule :

$$L = 606{,}5 - 0{,}695\ t.$$

On admettra que la chaleur spécifique de l'eau entre 15° et 179° est de une calorie.

(*Bacc.*, Varsovie, 1937.)

6. 1° On mesure au frein de Prony la puissance effective d'une machine à vapeur, pour une vitesse de l'arbre principal de 3 tours par seconde. Quand le frein est équilibré, il supporte un poids de 300 kg dont le point de suspension est à 4 m du plan vertical contenant l'axe de l'arbre sur lequel le frein est disposé. Calculer la puissance effective en chevaux-vapeur et en kilowatts.

2° Pour éviter un échauffement excessif du frein, on fait passer sur lui un courant d'eau. La température de cette eau, avant son passage sur le frein, est de 10°. Calculer, en litres, le volume de l'eau qui doit passer par minute sur le frein pour que la température de l'eau à la sortie soit de 50°, sachant que 1 calorie équivaut à 4,18 joules.

3° Un indicateur de Watt, relié au cylindre de la machine, a fourni un diagramme de surface 180 cm² et susceptible d'être inscrit dans un rectangle dont la hauteur, parallèle à l'axe des pressions, est de 15 cm, et dont la longueur est de 20 cm. Les pressions régnant dans la chaudière et le condenseur sont respectivement 10,3 et 0,15 kg/cm². La course du piston est de 0,80 m; sa section est de 900 cm². La machine est à double effet. Calculer sa puissance indiquée en chevaux-vapeur et en kilowatts. Calculer le rendement organique, c'est-à-dire le rapport de sa puissance effective à la puissance fournie par la vapeur dans le cylindre.

(*Bacc.*, Grenoble, 1931.)

7. Le piston d'une machine à vapeur à double effet a une surface de 12 dm². Sa course est de 80 cm, la pression de la vapeur dans la chaudière est de 10,2 kg/cm², la pression de la vapeur dans le condenseur est 0,2 kg/cm². Le volant fait 120 tours par minute.

L'admission de la vapeur à pleine pression se fait pendant 1/8 de la course totale du piston, puis la détente a lieu; pendant cette détente, le travail de la vapeur est 1/3 du travail total effectué pendant la course entière du piston.

Calculer :

1° la puissance de la machine en kilogrammètres/seconde, en chevaux-vapeur et en kilowatts;

2° la consommation de vapeur par cheval-vapeur-heure, sachant que le poids de 1 m³ de vapeur à la température de la chaudière est 5 kg;

3° le rendement de la machine étant 0,1, calculer la consommation de charbon par heure, sachant que le pouvoir calorifique de 1 kg de charbon est de 8 000 kilocalories.

On néglige les pertes de chaleur par rayonnement et conductibilité.

(*Bacc., Sc. expérimentales*, Nancy, 1946.)

CHAPITRE XIX

DIVERSES FORMES DE L'ÉNERGIE LEURS TRANSFORMATIONS

155. — D'une façon générale, ***un système possède de l'énergie lorsqu'il peut produire du travail.***

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié l'énergie mécanique (potentielle et cinétique) et l'énergie calorifique, et nous avons montré qu'il y avait équivalence entre elles.

Or, l'énergie peut encore se rencontrer sous d'autres formes : énergie chimique, énergie électrique, énergie rayonnante. Au fur et à mesure que la science progresse, elle découvre des formes nouvelles d'énergie plus ou moins utilisables.

L'énergie et le travail étant des grandeurs de même nature, nous les évaluerons dans les mêmes unités (erg, joule, kilogrammètre).

Les diverses formes d'énergie peuvent se transformer les unes dans les autres. Nous allons passer en revue ces transformations, qui font l'objet de toute la Physique, et nous serons amenés à énoncer le principe très général de la *conservation de l'énergie*.

156. Energie mécanique.

Nous avons rencontré l'énergie mécanique sous deux formes : *énergie potentielle* et *énergie cinétique*.

L'énergie potentielle est le travail que peut fournir un corps ou un système de corps en vertu de son état actuel.

En prenant le mot état dans son sens restreint de *situation dans l'espace*, l'énergie potentielle a pour mesure le produit du poids P par la distance z au sol, choisi arbitrairement comme plan de potentiel égal à zéro :

$$E_p = P.z.$$

Un corps en mouvement est capable de produire du travail; nous disons qu'il possède de l'*énergie cinétique*. Cette énergie se mesure en considérant, pour chacun des points du système, le demi-produit

de la masse par le carré de la vitesse, et en faisant la somme de tous ces termes :

$$E_c = \frac{1}{2} \Sigma m v^2.$$

Dans un système mécaniquement isolé, sans frottements, l'énergie potentielle se transforme en énergie cinétique, et inversement : la somme de ces deux énergies, appelée ***énergie mécanique,*** reste constante.

L'énergie mécanique est transformable :

1° **En énergie calorifique** toutes les fois qu'il y a frottements; par exemple le frottement d'un frein sur une roue en mouvement.

2° **En énergie électrique**; cette transformation est réalisée dans une dynamo qui, entraînée par un moteur, produit du courant électrique.

157. Energie calorifique.

Cette énergie est transformable :

1° **En énergie mécanique.** Dans les machines à vapeur, une partie de la chaleur cédée par le foyer est transformée en énergie mécanique, l'agent intermédiaire étant la vapeur d'eau.

2° **En énergie électrique,** dans les *piles thermo-électriques*, dont l'expérience suivante indique le principe.

Expérience. — Enroulons sur les bouts d'un gros fil de fer les extrémités de deux fils de cuivre, dont les autres extrémités sont reliées à un galvanomètre G (fig. 100). Chauffons avec la flamme d'un bec Bunsen l'un des contacts fer-cuivre : le galvanomètre dévie, indiquant le passage d'un courant, qui, à travers la soudure chaude, va du cuivre au fer.

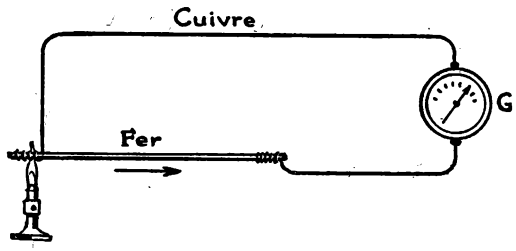


Fig. 100.

Principe de la pile thermo-électrique.

3° **En énergie chimique.** Certaines réactions absorbent de la chaleur : on les appelle *réactions endothermiques;* elles nous fournissent un exemple de transformation d'énergie calorifique en énergie chimique.

4° **En énergie rayonnante.** Il suffit de chauffer un morceau de fer, par exemple, à une température suffisante, pour qu'il émette de la lumière : c'est le phénomène de l'*incandescence*.

158. Energie chimique.

Plaçons dans un cylindre, fermé par un piston mobile, un mélange d'hydrogène et d'oxygène, et faisons détoner le mélange au moyen d'une étincelle; l'augmentation de pression pousse le piston et peut produire du travail. Le mélange d'hydrogène et d'oxygène possédait donc de l'énergie potentielle; la manifestation de cette énergie s'accompagnant d'une réaction chimique, on dit encore que le mélange hydrogène-oxygène renfermait de l'*énergie chimique*.

L'énergie chimique est transformable :

1° **En énergie mécanique,** dans les moteurs à combustion interne et dans les explosifs.

2° **En énergie calorifique;** c'est ce qui a lieu dans les réactions chimiques, appelées *réactions exothermiques*, qui dégagent de la chaleur. Ce sont ces réactions chimiques, comme la combustion du carbone, qui sont nos sources artificielles de chaleur.

3° **En énergie électrique,** dans les piles hydroélectriques; il en est de même dans les accumulateurs, pendant la décharge, alors qu'ils fonctionnent comme générateurs d'électricité.

4° **En énergie rayonnante,** lorsqu'une réaction chimique se fait avec incandescence; c'est aussi le cas de l'oxydation lente du phosphore blanc qui est accompagnée d'une émission de lumière (phosphorescence).

159. Energie électrique.

Le courant électrique, que nous avons étudié dans le Cours de Première, est une forme d'énergie particulièrement importante à cause de ses facilités d'utilisation.

L'énergie électrique est transformable :

1° **En énergie mécanique** dans les moteurs électriques.

2° **En énergie calorifique.** En tous les points d'un circuit, une partie de l'énergie est transformée en chaleur par effet Joule. L'énergie électrique peut ainsi être utilisée pour le chauffage (radiateurs électriques) et surtout pour l'éclairage (lampes à incandescence).

3° **En énergie chimique** dans les cuves électrolytiques; le phénomène est utilisé dans la charge des accumulateurs par modification des électrodes.

4° **En énergie rayonnante** dans les lampes à incandescence, ainsi que dans les tubes luminescents utilisés pour l'éclairage publicitaire.

160. Energie rayonnante.

C'est l'énergie mise en jeu par les radiations; un corps lumineux, par exemple, rayonne autour de lui une partie de son énergie.

L'énergie rayonnante est transformable :

1° **En énergie mécanique.** On peut le montrer à l'aide du *radiomètre de Crookes* (fig. 101). C'est une ampoule de verre dans laquelle on a fait un vide très poussé; à l'intérieur peut tourner, autour d'une pointe verticale qui le supporte, un petit moulinet auquel sont fixées des ailettes très légères en mica, noircies sur une face. Si l'appareil reçoit, d'un seul côté, un faisceau de lumière, les ailettes se mettent à tourner : il y a donc production d'énergie mécanique.

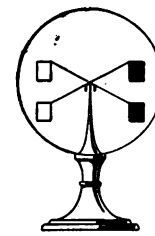


FIG. 101. Radiomètre de Crookes.

2° **En énergie calorifique.** Quand on reçoit un faisceau lumineux sur une plaque noircie, celle-ci s'échauffe.

3° **En énergie électrique.** Certains métaux éclairés émettent des négatons que l'on peut capter; le phénomène est utilisé dans la *cellule photoélectrique* (fig. 102). C'est une ampoule de quartz qui contient de l'argon à une très faible pression. Une mince couche de potassium, déposée sur la paroi interne de l'ampoule, constitue la cathode; l'anode est formée d'un anneau

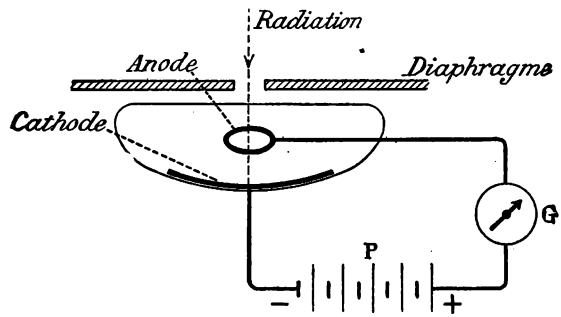


FIG. 102. — Cellule photo-électrique.

en fil de platine disposé au centre de l'ampoule. Lorsque des radiations de faibles longueurs d'onde arrivent sur la cathode, celle-ci émet des négatons, et ce flux de négatons, qui se dirige de la cathode vers l'anode, ferme à travers l'ampoule le circuit de la batterie de piles P.

4° **En énergie chimique.** C'est ce qui a lieu dans les réactions chimiques qui se produisent sous l'action de la lumière : décomposition de certains corps, en particulier du bromure d'argent, utilisée en photographie.

Importance de l'énergie rayonnante. — Sous forme d'énergie rayonnante, la terre reçoit du soleil une énergie considérable, de l'ordre d'une calorie par minute pour une surface d'un centimètre carré normale à la direction des rayons. Cette énergie qui nous vient du soleil est en partie absorbée par les corps qui s'échauffent et transformée ainsi en énergie calorifique. Grâce à elle, l'eau des mers, des lacs et des rivières s'évapore; la vapeur d'eau produite donnera les nuages et se résoudra en pluie ou neige; ainsi sont alimentés les sources, les torrents et les rivières. L'énergie potentielle des chutes d'eau nous vient donc indirectement du soleil.

C'est encore l'énergie solaire qui produit les courants aériens. Enfin, les radiations solaires sont indispensables à la végétation.

161. Conservation de l'énergie.

De nombreuses mesures ont permis de constater que les transformations d'énergie se font sans perte : si une certaine forme d'énergie disparaît, elle se retrouve intégralement sous une autre forme. La généralisation de ce fait expérimental constitue le ***principe de la conservation de l'énergie,*** qui n'a jamais été mis en défaut, et que l'on peut énoncer :

Dans un système isolé, l'énergie totale est constante.

Par système physiquement isolé, il faut entendre un système qui n'emprunte ni ne fournit aucune énergie au milieu extérieur. Dans un tel système, il ne peut que se produire des transformations d'énergie.

162. La chaleur est une forme dégradée de l'énergie.

D'après le principe de la conservation de l'énergie, les diverses formes d'énergie sont équivalentes en quantité et, dans un système isolé, leur somme reste constante. Cela ne veut pas dire, cependant, que nous puissions les transformer intégralement l'une dans l'autre.

L'énergie potentielle peut se transformer complètement en énergie cinétique et inversement. A vrai dire, les frottements enlèvent une partie de l'énergie sous forme de chaleur; mais ces frottements, nous pouvons les diminuer, et le rendement de la transformation tend alors vers l'unité. De même, le rendement de la transformation d'énergie mécanique en énergie électrique, et inversement, se rapproche d'autant plus de l'unité que la machine est plus parfaite.

Au contraire, d'après le théorème de Carnot, il est impossible, même théoriquement, de transformer entièrement en travail une quantité de chaleur Q_1; le rendement maximum de la transformation, vers lequel tendent les machines parfaites, est inférieur à l'unité. On exprime ce fait en disant que la chaleur est une forme *moins noble* de l'énergie que le travail mécanique, l'énergie cinétique ou l'énergie électrique.

163. Dégradation de l'énergie.

La chaleur, nous venons de le dire, est une forme d'énergie équivalente en quantité, mais moindre en qualité. Or, dans toutes les transformations d'énergie, une partie passe toujours à l'état de chaleur (frottements, effet Joule en Electricité, hystérésis). De plus, si nous plaçons dans une même enceinte des corps à différentes températures, les corps chauds cèdent de la chaleur aux corps froids et les températures finissent par s'égaliser; lorsque l'équilibre de température est atteint, la chaleur n'est plus transformable en travail, puisqu'on ne possède plus qu'une seule source de chaleur. On dit que ***l'énergie se dégrade.***

On pourrait encore traduire ce fait par l'énoncé suivant :

Dans un système isolé, l'énergie totale reste constante, mais sa valeur mécanique décroît.

PROBLÈMES

1. 1° On dispose d'une chute d'eau de 7,50 m ayant un débit de 4 000 litres par seconde. Quelle est la puissance de cette chute d'eau en kilowatts et en chevaux-vapeur ?

2° Cette chute fait tourner une turbine dont le rendement est 0,75; la turbine entraîne une dynamo dont le rendement est 0,90 et la force électromotrice 3 000 volts. L'énergie est transportée à 10 km par une ligne à deux fils en cuivre. Quelle doit être la section du fil constituant la ligne pour que la perte d'énergie dans la ligne par effet Joule soit de 10 % ?

Résistivité du cuivre : 1,8 microhm-cm.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Caen, 1944.)

2. Une chute d'eau de 10 m débite 9 m^3 par minute; la moitié de l'énergie est transformée en énergie électrique par un groupe électrogène donnant une tension continue de 110 volts.

1° Déterminer en chevaux-vapeur la puissance de la chute d'eau et en kilowatts la puissance du générateur électrique.

2° Combien de lampes consommant 50 watts sous 110 volts peut-on placer en dérivation aux bornes du générateur ?

3° Déterminer pour chacune des lampes l'intensité du courant et la résistance.

On prendra $g = 9{,}8$ m/s^2.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Lille, 1944.)

3. Un canon, de diamètre intérieur 21 cm, et de 12 m de long, lance un projectile pesant 155 kilogrammes. La vitesse de ce projectile à la sortie de la pièce est de 800 m/s.

On suppose que la combustion de la poudre maintienne constante la pression des gaz pendant tout le parcours dans la pièce. On néglige les frottements.

1° Quelle est la loi du mouvement du projectile à l'intérieur du canon ? Calculer la force qui agit sur lui pendant qu'il parcourt la pièce.

2° Quelle est la pression à l'intérieur de la pièce et combien de temps le projectile met-il pour parcourir le canon ?

3° A sa sortie de la pièce, le projectile rencontre un obstacle et toute son énergie cinétique est transformée en chaleur. Quel est le nombre de calories dégagées ? Quelle sera l'élévation de température si toute cette chaleur est employée à échauffer le projectile, dont la chaleur spécifique est 0,1 ?

$g = 9{,}80$ m/s^2. 1 calorie équivaut à 4,18 joules.

(*Bacc. Sc. expérimentales*, Dijon, 1945.)

4. Une cage d'ascenseur, pesant 4 900 kg, dessert un puits de mine dont la profondeur est de 450 m. Pendant son mouvement, les résistances passives sont équivalentes à une force de 600 kg, parallèle au mouvement et supposée indépendante de la vitesse.

1° La cage étant au fond du puits, on exerce, au moyen d'un câble, une force de traction de 5 750 kg vers le haut. La cage commence alors son mouvement de montée.

Au bout de 100 m de parcours, l'effort de traction est modifié de manière que le mouvement devienne et reste uniforme sur une distance de 300 m.

Enfin, pour terminer la montée, l'effort de traction est encore modifié, de sorte que la cage arrive au sommet du puits avec une vitesse nulle, d'un mouvement uniformément retardé.

Etudier les diverses phases du mouvement et déterminer la durée totale de la montée. (Prendre $g = 980$ C. G. S.)

Représenter graphiquement, en fonction du temps :

a) l'espace parcouru;

b) la vitesse de la cage.

2° Calculer l'intensité de la force de traction pendant les deuxième et troisième phases du mouvement.

Déterminer l'énergie et la puissance fournies à la cage, pendant chaque phase de la montée. Evaluer, dans chaque cas, les diverses formes d'énergie en lesquelles le travail fourni s'est transformé. Faire ressortir, dans un tableau clair, ce bilan énergétique.

(*Bacc. Math.*, Paris, 1946.)

PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

CHAPITRE XX

MOUVEMENTS PENDULAIRES

164. Mouvement du pendule pesant.

Dans un pendule pesant, la force agissante est le poids du corps qui tend à ramener le pendule à sa position d'équilibre : c'est une *force de rappel*. Le moment de cette force par rapport à l'axe de suspension O est, pour une élongation θ (fig. 103) :

$$\mu = Mg \times OB = Mg\, a \sin \theta,$$

ou, dans le cas des faibles amplitudes :

$$\mu \# Mg\, a\, \theta = C\theta,$$

C étant une constante pour le pendule considéré. Le moment de la force de rappel est proportionnel à l'angle d'écart θ. Nous avons vu (§§ 104 et 108) que le mouvement est alors sinusoïdal :

$$\theta = \alpha \sin \left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right).$$

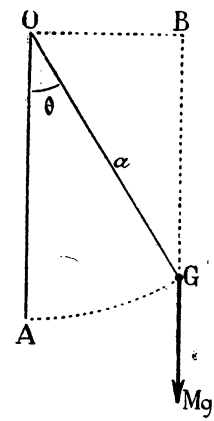


FIG. 103.

α désignant l'amplitude angulaire et φ une constante qui dépend de l'instant choisi comme origine des temps.

La période T des oscillations est donnée par la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

I désignant le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe.

165. Généralisation du mouvement pendulaire.

Le résultat précédent s'applique, non seulement au pendule pesant, mais encore à un système matériel quelconque, mobile autour d'un axe, pourvu que le couple de rappel soit proportionnel à l'élongation. D'où l'énoncé suivant :

Soit un corps solide mobile autour d'un axe fixe et rappelé vers sa position d'équilibre par une force ou un système de forces dont le moment par rapport à l'axe est proportionnel à l'angle d'écart; ce corps exécute des oscillations sinusoïdales de période :

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}}$$

I désignant le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe et $C\theta$ le couple de rappel relatif à l'angle d'écart θ.

On dit que le corps est animé d'un ***mouvement pendulaire.***

Lorsque le couple de rappel est proportionnel à l'angle d'écart, quelle que soit l'amplitude, on a un mouvement pendulaire sinusoïdal *vrai;* si la relation $\mu = C\theta$ est seulement approchée, dans le cas des oscillations de faible amplitude par exemple, on a un mouvement pendulaire sinusoïdal *approché :* c'est le cas du pendule pesant, que nous avons étudié.

166. Autre exemple de mouvement pendulaire sinusoïdal approché : pendule magnétique.

Soit un barreau aimanté SN placé dans un champ magnétique uniforme d'intensité H gauss, l'axe de l'aimant faisant l'angle θ avec le champ.

En désignant par m la masse magnétique de chacun des pôles, le barreau est sollicité par deux forces égales et opposées, $m\vec{H}$ et $-m\vec{H}$ (fig. 104); il est donc soumis à l'action d'un *couple.*

Le *moment* μ de ce couple est égal au produit de l'intensité mH de chacune des forces par le bras de levier correspondant NA :

$$\mu = m\mathrm{H} \times \overline{\mathrm{NA}} = m\mathrm{H} \times \overline{\mathrm{NS}} \sin\theta.$$

Or, le produit $m.\overline{\mathrm{NS}}$ est une caractéristique de l'aimant que nous avons appelée ***moment magnétique de l'aimant*** (Première C. M., § 161); désignons-le par $\mathfrak{M}$:

$$\mu = \mathfrak{M}\mathrm{H} \sin\theta.$$

Supposons l'aimant mobile autour de son centre de gravité. Sous

l'action du couple qui agit sur lui, il tourne et s'oriente de telle façon que la ligne des pôles soit parallèle au champ ($\theta = 0$, $\mu = 0$).

Ecartons le barreau d'un petit angle α à partir de sa position d'équilibre : il tend à y revenir sous l'action du couple de rappel. A un instant donné, l'angle d'écart étant θ, le moment du couple de rappel a pour valeur $\mu = \mathcal{M}H \sin \theta$; l'angle θ étant petit, on peut écrire, en confondant le sinus et l'arc :

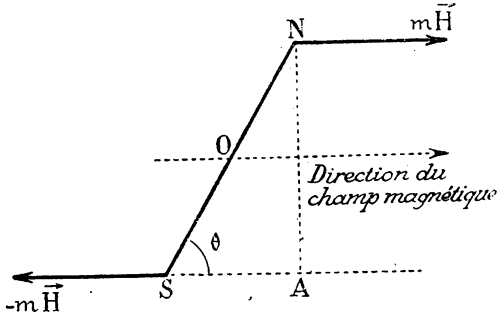


FIG. 104.
Le barreau aimanté est soumis à un couple.

$$\mu = \mathcal{M}H\,\theta.$$

Le couple de rappel étant proportionnel à l'angle d'écart, il en résulte que ***l'aimant effectue, autour de sa position d'équilibre, des oscillations isochrones,*** dont la période est :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mathcal{M}H}}$$

I désignant le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe de rotation.

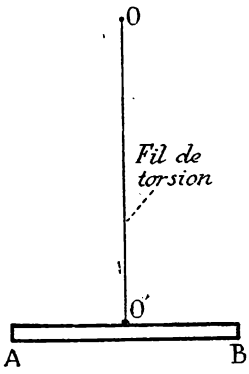


FIG. 105.
Pendule de torsion.

167. Mouvements pendulaires sinusoïdaux vrais.

1° **Pendule de torsion.** — Un fil métallique OO', fixé en O, soutient une barre horizontale AB (fig. 105). Faisons tourner la barre d'un angle θ autour de l'axe OO'; le fil se trouve tordu, et cette torsion développe un couple antagoniste μ proportionnel à l'angle de rotation θ.

On peut donc écrire :

$$\mu = C\theta,$$

C étant une constante caractéristique du fil appelée ***constante de torsion*** du fil.

Quel que soit l'angle d'écart θ, le moment du couple de torsion est proportionnel à l'an-

gle; le système abandonné à lui-même va donc effectuer un mouvement pendulaire sinusoïdal *vrai*, de période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

I étant le moment d'inertie de la barre par rapport à l'axe OO′.

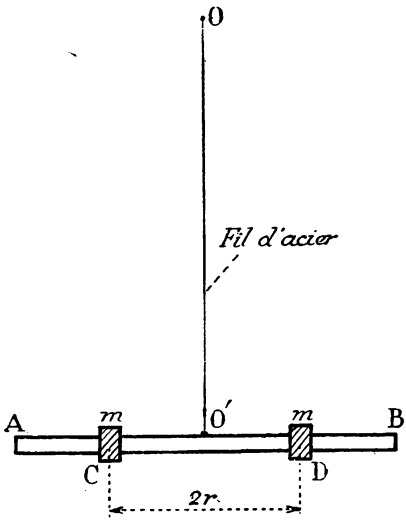


Fig. 106.
Manipulation sur le pendule de torsion.

Manipulation. — Le fil d'acier OO′ soutient un système formé d'une barre horizontale AB, de moment d'inertie I par rapport à OO′, et sur laquelle se déplacent deux curseurs C et D (fig. 106). Ces curseurs ont même masse m et leur distance au centre O′ de la barre a même valeur r.

En supposant chacun de ces curseurs réduit à un point, le moment d'inertie du système par rapport à l'axe OO′ est :

$$I + 2mr^2,$$

et la période T est donnée par la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I + 2mr^2}{C}}.$$

On en déduit

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{C}(I + 2mr^2).$$

T^2 est donc une fonction du premier degré de la variable r^2.

Déterminons les valeurs de T correspondant à diverses positions des curseurs, et représentons graphiquement les résultats en portant r^2 en abscisses et T^2 en ordonnées : les points figuratifs se placent en ligne droite.

La manipulation permet de déterminer le moment d'inertie I de la barre et la constante de torsion C du fil; il suffit pour cela, m étant connu, de faire deux mesures de T correspondant à deux valeurs différentes de r; on a deux équations avec I et C comme inconnues.

2° **Pendule spiral.** — Il est constitué par un petit volant appelé ***balancier,*** dont l'axe est mobile sur deux pivots (fig. 107). A cet axe,

s'attache une extrémité d'un ressort d'acier, long et étroit, enroulé en spirale; l'autre extrémité de ce ***ressort spiral*** est fixe.

Lorsqu'on écarte le balancier de sa position d'un angle α et qu'on l'abandonne, le ressort crée un couple antagoniste proportionnel à α. Le balancier effectue donc des oscillations sinusoïdales.

Le pendule spiral est utilisé comme régulateur dans les montres et les chronomètres.

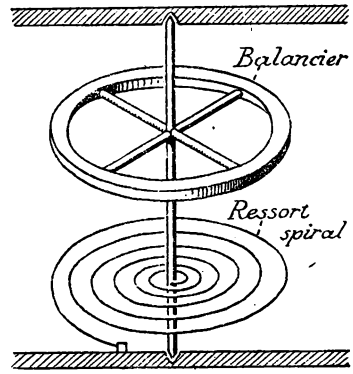


FIG. 107. — Pendule spiral.

PROBLÈME

a) Un barreau parallélépipédique homogène B peut osciller horizontalement par la torsion d'un fil de clavecin OA de 1 m de longueur, fixé en A et dont l'axe passe par le centre O de l'une des grandes faces du barreau (fig. 1). La durée de dix oscillations est 96,3 secondes. On surcharge le barreau à l'aide de deux petites masses *s* et *s'* de 10 g, de dimensions négligeables, placées symétriquement par rapport au fil, à 8 cm de celui-ci (fig. 2); la durée de 10 oscillations devient 101,4 secondes. Calculer :

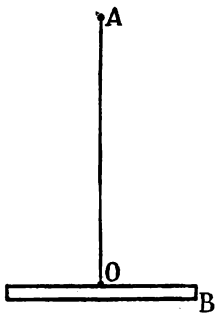


FIG. 1.

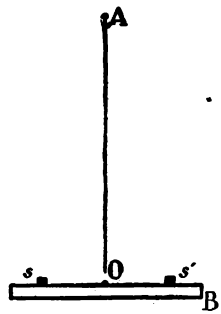


FIG. 2.

1° le moment d'inertie J du barreau par rapport à l'axe AO et la constante de torsion C du fil, c'est-à-dire le moment du couple qui correspond à une torsion de 1 radian;

2° le travail nécessaire pour écarter le barreau de 1 radian de sa position d'équilibre;

3° la vitesse angulaire du barreau quand il passe à sa position d'équilibre au cours d'oscillations d'amplitude 1 radian.

b) On suspend le barreau, sans les surcharges, à des fils de même nature et de même diamètre que le précédent, mais de longueurs l différentes. On mesure dans chaque cas la période d'oscillation T et l'on trouve :

l (en cm)	120	81	75	50	36	25
T (en secondes).....	10,50	8,67	8,34	6,81	5,78	4,81

1° Construire la courbe représentative des variations de T^2 en fonction de l;

2° En déduire à l'approximation des mesures, la relation existant entre C et l.

c) On répète l'expérience avec le même barreau suspendu de la même façon et des fils de même nature (masse spécifique μ) ayant tous la même longueur 1 m, mais des diamètres différents et, par suite, des masses m différentes. On constate que le produit $T \times m$ reste constant. En déduire que la constante de torsion C d'un fil de longueur l et de diamètre D est de la forme :

$$C = \gamma \frac{D^n}{l},$$

γ étant une constante caractéristique de la nature du fil et n un nombre que l'on déterminera.

d) En utilisant les résultats numériques de la première expérience (*a*), calculer γ connaissant la masse spécifique du fil ($\mu = 7{,}80$ g/cm^3) et la masse de 1 m de ce fil : $m = 1{,}530$ g.

Exprimer la valeur de γ d'abord en C. G. S., puis en prenant pour unité de longueur le millimètre, pour unité de masse le gramme et pour unité de moment de couple le gramme-force $\times$ cm.

Plus directement on pourrait déduire γ en mesurant non plus la masse m du fil, mais son diamètre D. Comparer la précision des deux méthodes en supposant D mesuré avec un palmer, qui permet de lire le 1/50 de millimètre.

(*Concours général*, 1941, début du problème.)

CHAPITRE XXI

GÉNÉRALITÉS SUR LES MOUVEMENTS VIBRATOIRES

168. Mouvements périodiques.

Un mouvement est dit *périodique* lorsque le mobile se retrouve toujours au même point à des instants séparés par un intervalle de temps constant, appelé ***période.***

Pour définir un tel mouvement, il faut connaître la trajectoire et l'équation horaire du mouvement sur cette trajectoire, d'où l'on peut déduire la période.

Le *mouvement circulaire uniforme* et les *mouvements pendulaires*, que nous avons déjà étudiés, sont des mouvements périodiques.

169. Mouvements vibratoires.

Un cas particulièrement important dans la pratique est celui d'une trajectoire rectiligne sur laquelle le mobile se déplace de part et d'autre de sa position d'équilibre. Un tel mouvement est appelé *mouvement vibratoire rectiligne*.

Le plus simple de ces mouvements est le ***mouvement sinusoïdal*** représenté par la relation générale :

$$x = a \sin (\omega t + \varphi). \qquad (1)$$

Nous avons déjà étudié ce mouvement dans le chapitre VII.

Par un choix convenable de l'origine des temps, il est possible de faire $\varphi = 0$, et l'équation (1) devient :

$$x = a \sin \omega t,$$

ou, en introduisant la ***période*** T (§ 59) :

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \qquad (2)$$

Dans le cas d'un mouvement rapide, on considère le nombre N de périodes par seconde, que l'on appelle la *fréquence;* par définition, la fréquence est donc l'inverse de la période :

$$N = \frac{1}{T}.$$

170. Remarque. — L'intérêt de la considération du mouvement sinusoïdal tient à ce que, d'après un théorème de mathématiques, une fonction périodique quelconque, de période T, peut être considérée comme la somme de fonctions sinusoïdales de périodes respectives $T, \frac{T}{2}, \frac{T}{3}, \ldots$ etc. Nous trouverons une application de ce théorème dans l'explication du timbre d'un son (§ 245).

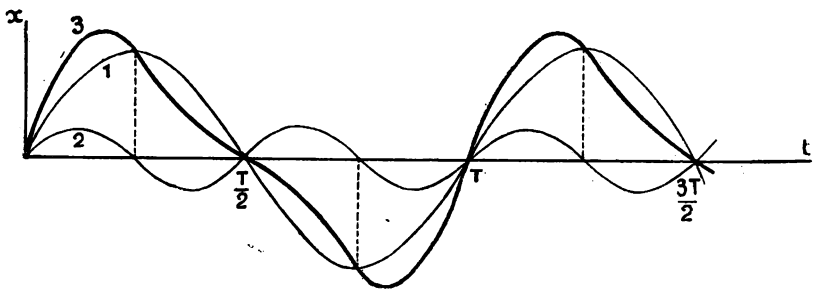


Fig. 108.

Superposition de deux mouvements sinusoïdaux de périodes T et $\frac{T}{2}$.

Sur la figure 108, les deux fonctions sinusoïdales (1) et (2), de périodes T et $\frac{T}{2}$, ont pour somme la fonction périodique (3), non sinusoïdale, de période T.

Donc :

Un mouvement vibratoire quelconque peut être considéré comme la superposition de mouvements sinusoïdaux.

171. La différence de phase entre deux mouvements vibratoires est un angle.

Soient deux mouvements vibratoires, de même pulsation ω, dont les équations sont respectivement :

$$x_1 = a \sin \omega t$$

$$x_2 = b \sin (\omega t + \varphi).$$

Ces deux mouvements vibratoires présentent entre eux une différence de phase constante égale à φ.

Nous avons vu (§ 63) qu'un mouvement vibratoire peut être considéré comme la projection, sur un diamètre, d'un point animé d'un mouvement circulaire uniforme. Sur la figure 109, les points M_1 M_2, d'abscisses x_1 et x_2, sont respectivement les projections sur Ox des points A et B qui décrivent, d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire ω, les circonférences concentriques de rayons $OA = a$ et $OB = b$. La distance M_1M_2 varie en fonction du temps, alors que l'angle $AOB = \varphi$ reste fixe. C'est cet angle qui mesure la différence de phase entre les deux mouvements vibratoires.

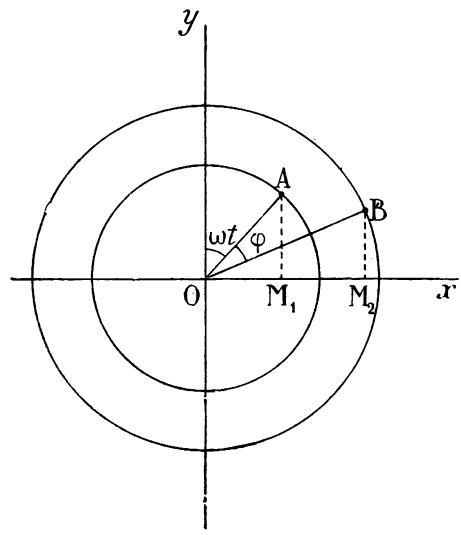


FIG. 109.

L'angle φ représente la différence de phase entre les mouvements vibratoires des points M_1 et M_2.

172. Entretien d'un mouvement vibratoire.

En pratique, l'amplitude des oscillations décroît d'une façon continue à cause des frottements inévitables et de la résistance des fluides; on dit que les oscillations sont *amorties*. Si l'on veut obtenir une amplitude constante, il est nécessaire d'entretenir le mouvement. Comme exemple, nous allons décrire l'entretien électrique des vibrations d'un diapason.

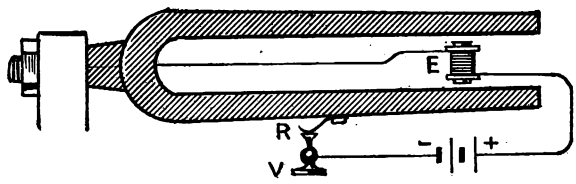


FIG. 110.

Entretien électrique d'un diapason.

Entre les branches en acier du diapason se trouve un électro-aimant E, dont l'une des branches porte un ressort R qui vient en contact de la vis V lorsque le diapason est immobile (fig. 110). Pendant la vibration du diapason, lorsque les bran-

ches se rapprochent, le contact est interrompu entre R et V; il se trouve rétabli lorsque les branches s'éloignent et l'électro-aimant les attire à nouveau. Le mécanisme d'entretien du mouvement est ainsi analogue à celui de l'armature dans la sonnerie électrique.

Pour la mise en marche, on établit le courant et on donne un léger choc sur l'une des branches, en agissant au besoin sur la vis V : le diapason prend rapidement un mouvement d'amplitude constante.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE

Le mouvement étant en général assez rapide, on emploie pour l'observer :

— *l'inscription graphique;*
— *le miroir tournant;*
— *la stroboscopie.*

173. Inscription graphique.

Un cylindre recouvert de noir de fumée est mis en mouvement par la rotation d'une manivelle ou par un mécanisme d'horlogerie (fig. 111). L'axe du cylindre est fileté de façon à obtenir un mouvement hélicoïdal.

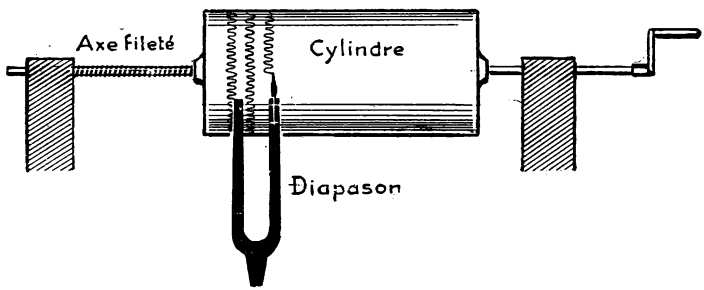


FIG. 111.
Inscription du mouvement d'un diapason.

Supposons qu'il s'agisse d'enregistrer le mouvement d'un diapason. On fixe à l'une des branches un style très souple qui appuie légèrement sur le cylindre. Si le cylindre était immobile, le diapason en vibrant tracerait sur le papier un petit segment de droite parallèle à l'axe du cylindre; mais si ce dernier tourne, le diapason inscrit une courbe sinusoïdale.

Pour mesurer le temps, il est commode d'enregistrer, à côté de la courbe du corps qui vibre, des signaux fournis par une horloge ou un pendule battant la seconde. Sur la figure 112, le balancier métallique affleure dans un godet de mercure lorsqu'il passe par la verticale; il ferme alors pendant un temps très court le circuit de l'électro-aimant E, qui attire son armature. Celle-ci étant munie d'un style qui appuie sur le cylindre enregistreur, la courbe tracée est une hélice brisée de distance en distance par des encoches; l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux encoches successives est égal à une seconde.

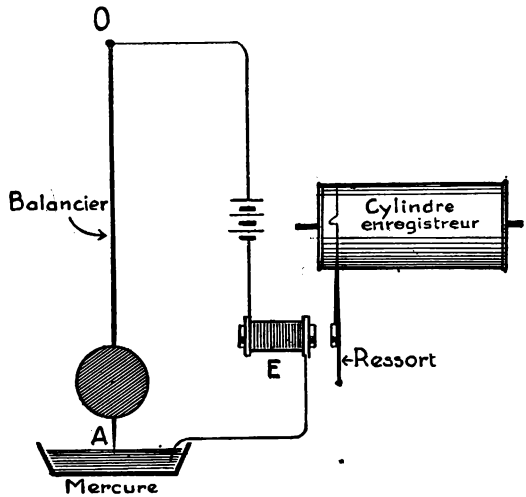


FIG. 112.
Inscription des battements d'un pendule.

174. Miroir tournant.

Au corps en mouvement, l'une des branches d'un diapason, par exemple, est fixé un miroir plan m (fig. 113). La lentille L donne, de la source ponctuelle S, une image réelle qui, après réflexion sur m et sur un autre miroir M, se projette en S′ sur un écran. Lorsque le diapason vibre, la tache S′ se déplace verticalement de A en A′; à cause de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, l'observateur voit alors une petite droite lumineuse AA′. Si maintenant, le diapason étant au repos, le miroir M tourne autour d'un axe vertical, la tache lumineuse se déplace sur l'écran suivant la droite horizontale S′x. La combinaison des mouvements du diapason et du miroir M donne sur l'écran une sinusoïde. Le plus souvent, le miroir tournant M comporte quatre faces, qui concourent successivement à la formation des images.

On peut même photographier la courbe du mouvement en formant l'image S′ sur une pellicule sensible qui se déroule d'un mouvement uniforme; le miroir tournant M est alors inutile.

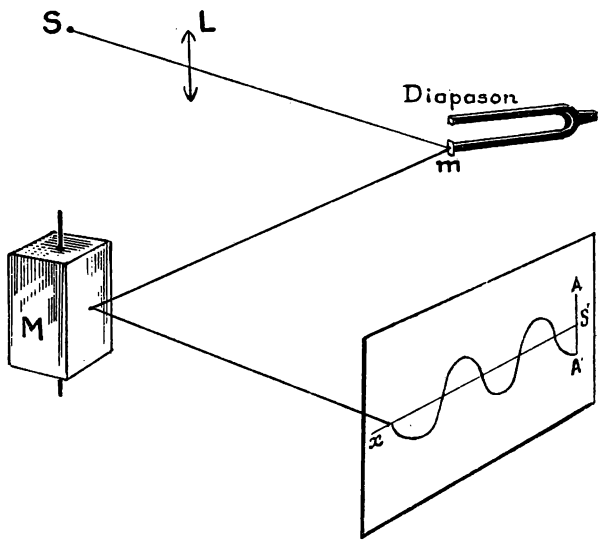


Fig. 113.

Observation d'un mouvement vibratoire à l'aide du miroir tournant.

175. Stroboscopie.

Soit un corps animé d'un mouvement périodique rapide. En l'éclairant à intervalles réguliers, on peut observer un mouvement apparent beaucoup plus lent que le mouvement réel; le système en mouvement peut même paraître immobile.

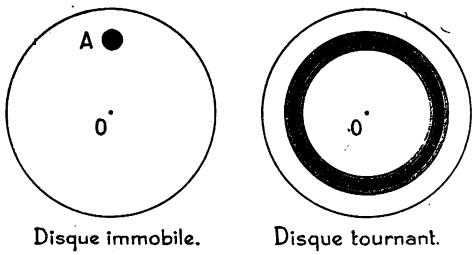


Fig. 114.

Aspect du disque avec un éclairage continu.

Expérience. — Sur un disque blanc, on a peint en noir une petite tache circulaire A. Lorsque le disque tourne rapidement autour de son axe O, la tache A décrit une circonférence de rayon OA; à cause de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, l'observateur voit sur le disque un cercle noir continu (fig. 114).

Éclairons maintenant le disque d'une manière intermittente, en faisant tourner devant la lanterne de projection un obturateur percé de trous (fig. 115). Désignons par N le nombre de tours par seconde du disque; supposons que l'obturateur démasque la source S pendant un temps très court, à intervalles réguliers, et soit N′ le nombre d'éclairs ainsi réalisés par seconde.

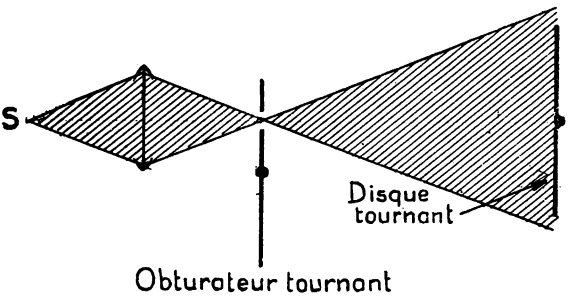


Fig. 115.
Observation stroboscopique d'un disque tournant.

Si N′ = N, la tache A est toujours éclairée au même endroit de son parcours : elle paraît immobile (fig. 116, I).

Si N′ est légèrement inférieur à N, la tache fait un peu plus d'un tour entre deux éclairs; par exemple elle a parcouru, en plus de la circonférence entière, le petit arc AA_1 : pour l'observateur, le mouvement de la tache se réduit à cet arc AA_1 (fig. 116, II). Entre les deux éclairs suivants, le mouvement apparent sera A_1A_2. Le disque paraît

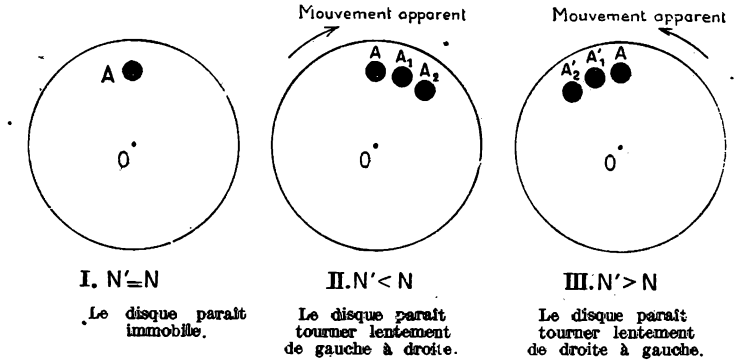


Fig. 116.

Le disque tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Divers aspects du disque lorsque la fréquence de rotation N est égale à la fréquence N′ des éclairs ou peu différente.

ainsi tourner lentement dans le même sens que son mouvement réel; le mouvement apparent sera d'ailleurs d'autant plus lent que N′ sera plus voisin de N.

Si maintenant N′ est un peu supérieur à N, la tache fait un peu moins d'un tour entre deux éclairs; elle parcourt, en moins d'une circonférence, le petit arc AA_1' (fig. 116, III) : pour l'observateur, le mouvement paraît avoir lieu de A en A_1', en sens contraire du mouvement réel du disque.

Pour une fréquence des éclairs égale à 2 fois la fréquence de rotation du disque, la tache se trouve éclairée en deux positions diamétralement opposées de son mouvement : l'observateur aperçoit alors deux taches immobiles (fig. 117). Il apercevrait 3 ou 4 taches immobiles si N′ égalait 3 N ou 4 N.

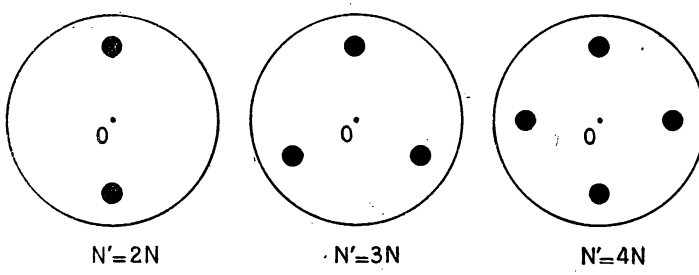


FIG. 117.

Aspect de la tache lorsque la fréquence des éclairs est égale à un multiple entier de la fréquence de rotation du disque.

Calcul de la fréquence du mouvement apparent. — Supposons que le nombre N′ d'éclairs par seconde soit légèrement inférieur à la fréquence N du disque :

$$N' < N.$$

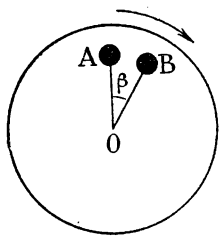


FIG. 118.

β mesure l'angle apparent parcouru par le disque dans l'intervalle de deux éclairs.

Pendant l'intervalle de temps $T' = \frac{1}{N'}$ qui sépare deux éclairs, le disque, dont la vitesse angulaire est $2\pi N$ rad./s, a tourné d'un angle :

$$\alpha = 2\pi N.T' = 2\pi \frac{N}{N'} > 2\pi.$$

La tache A est ainsi passée en B (fig. 118); pour l'observateur, tout se passe comme si le disque avait tourné, dans le même sens que son mouvement réel, de l'angle :

$$\widehat{AOB} = \beta = \alpha - 2\pi = 2\pi \frac{N - N'}{N'}.$$

Cet angle apparent β a été parcouru dans le temps qui sépare deux éclairs; comme il y a N′ éclairs par seconde, la vitesse angulaire *apparente* du disque est :

$$\omega = \beta.N' = 2\pi (N - N').$$

Il s'agit d'un mouvement de fréquence N — N′.

Si maintenant N′ était un peu supérieur à N, le même raisonnement montrerait que le mouvement apparent serait de sens contraire au mouvement réel, la fréquence de ce mouvement étant N′ — N. Donc, d'une façon générale :

La fréquence du mouvement apparent est N — N′.

Applications. — En dehors de son usage dans les laboratoires pour l'étude des mouvements périodiques rapides, la stroboscopie est maintenant employée couramment dans l'industrie. Elle permet, par exemple, dans les différentes industries de la soie, du coton, de la laine, le contrôle des machines qui servent à fabriquer le fil, ces machines étant éclairées par des stroboscopes puissants. On peut surveiller de même des broches qui tournent à 10 000 tours par minute, observer les déformations que subissent, pendant la marche, des systèmes animés de mouvements très rapides, etc.

CHAPITRE XXII

PROPAGATION D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE

I. — PROPAGATION D'UN ÉBRANLEMENT

176. Exemples de propagation d'un ébranlement transversal.

1° Fixons au mur un long ruban de caoutchouc et tenons l'autre extrémité à la main. Le ruban étant légèrement tendu, produisons à cette extrémité O une brusque déformation dirigée perpendiculairement au ruban, par exemple en déplaçant la main verticalement (fig. 119). Par suite de l'élasticité du caoutchouc, la partie déprimée

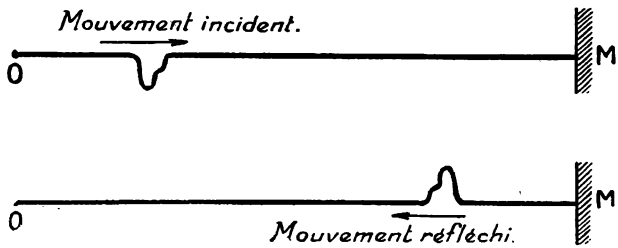


FIG. 119.

Propagation d'un ébranlement dans un tuyau de caoutchouc.

reprend rapidement sa forme, mais la partie voisine se déforme à son tour et l'ébranlement se propage vers le mur.

Les déplacements de chacun des points se font dans une direction perpendiculaire à la propagation du mouvement : on dit que l'ébranlement est *transversal*.

Arrivé en M, le mouvement revient en arrière jusqu'à la main : il s'est réfléchi sur le mur. Mais les élongations ont changé de signe; si la déformation était un creux à l'aller, elle est devenue une protubérance au retour.

Il est bien évident que la matière du caoutchouc n'est pas entraînée; seul le mouvement se propage. De plus, l'expérience montre que la vitesse de propagation est constante.

2° Le mouvement, au lieu de se propager dans une seule direction, peut encore se propager dans toutes les directions d'un plan. Par exemple, frappons un point quelconque de la surface de l'eau ou du mercure; le mouvement se propage à la surface en formant, autour du point frappé, un système de rides circulaires. Là encore, *le mouvement seul se transmet :* un bouchon placé sur l'eau se trouve soulevé au passage de l'onde, mais il n'est pas entraîné dans le sens de la propagation du mouvement.

177. Exemples de propagation d'un ébranlement longitudinal.

Remplaçons le ruban de caoutchouc par un long ressort à boudin fixé au mur en M, et tenu par la main en O. Rapprochons les unes des autres quelques spires voisines de O, et lâchons-les brusquement. Elles effectuent quelques oscillations très rapides autour de leur position d'équilibre et s'arrêtent presque aussitôt. Mais la perturbation que nous avons fait subir à ces quelques spires se propage le long du ressort jusqu'au mur où elle se réfléchit (fig. 120). Dans cette

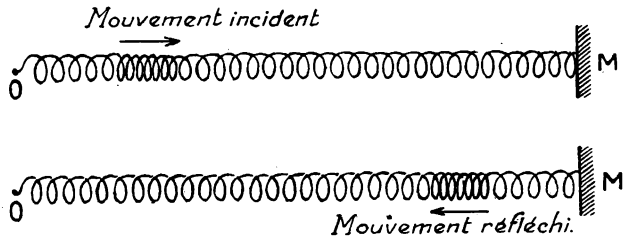


FIG. 120.

Propagation d'une compression dans un ressort.

expérience, le déplacement des spires se fait dans la même direction que la propagation du mouvement : on dit que l'ébranlement est *longitudinal.*

On peut reprendre l'expérience en écartant les premières spires au lieu de les rapprocher; cette dilatation se propage dans le ressort avec la même vitesse qu'une compression.

Il est plus difficile de réaliser, en un point d'un milieu élastique comme un gaz, une perturbation qui se transmettrait également dans toutes les directions. Ce serait à peu près le cas d'une explosion qui se propagerait peu à peu dans tout le gaz.

178. Vitesse de propagation.

Les expériences qualitatives précédentes, complétées par des expériences quantitatives que nous ne décrirons pas, ont donné les résultats suivants :

1° La propagation d'un ébranlement, longitudinal ou transversal, dans le milieu environnant, *n'est pas instantanée.*

Soient deux points P_1 et P_2 situés sur la même direction de propagation, t_1 et t_2 les instants auxquels l'ébranlement atteint ces deux points : on appelle *vitesse de propagation* entre les points P_1 et P_2 le quotient $\frac{\overline{P_1P_2}}{t_2 - t_1}$.

2° Dans un milieu élastique homogène, *un ébranlement se propage avec une vitesse constante.*

3° La vitesse de propagation est *indépendante de la forme et de la grandeur de l'ébranlement.*

4° La vitesse de propagation *dépend de la nature du milieu élastique.*

5° Dans un même milieu, *les ébranlements transversaux se propagent moins vite que les ébranlements longitudinaux.*

6° Alors que les solides élastiques peuvent transmettre les ébranlements transversaux et les ébranlements longitudinaux, *les fluides (liquides et gaz) ne peuvent transmettre que les déformations longitudinales.*

II. — PROPAGATION D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE

179. Propagation d'un mouvement périodique. Longueur d'onde.

Dans l'expérience de la figure 119, au lieu de donner un choc unique à l'extrémité O du ruban de caoutchouc, imprimons-lui un mouvement périodique de A à B (fig. 121). Il se produit un train d'ondes, succession régulière de déformations de sens contraires, qui se propage le long de la corde avec la vitesse V.

Pendant que le point O a effectué la vibration OAOBO, de période T, le mouvement vibratoire s'est propagé jusqu'à un certain point O_1. La distance OO_1 est appelée *longueur d'onde.*

La longueur d'onde est l'espace parcouru par le mouvement vibratoire pendant une période.

Si l'on désigne la longueur d'onde par λ et par N la fréquence du mouvement vibratoire, on a la relation de définition :

$$\lambda = VT = \frac{V}{N}.$$

Le mouvement vibratoire du point O_1 reproduit le mouvement qu'avait le point O une période auparavant : les points O et O_1 sont donc en ***même phase de vibration.***

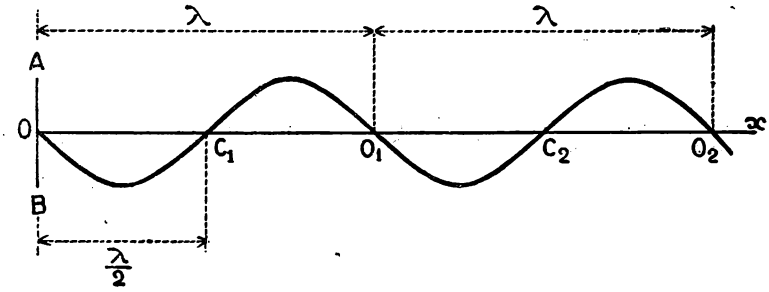


FIG. 121.

Propagation d'un train d'ondes le long de la corde.

Au contraire, le point C_1, distant de $\frac{\lambda}{2}$ du point O, est en retard d'une demi-période par rapport à O; les élongations de C_1 et de O sont alors à chaque instant égales et de sens contraires : les points O et C_1 sont en ***opposition de phase.***

Plus généralement, lorsque deux points de Ox sont distants l'un de l'autre d'un nombre entier de fois λ, ils sont en même phase de vibration; par contre, deux points de Ox, dont la distance d est égale à un nombre impair de fois $\frac{\lambda}{2}$ sont en opposition de phase. On peut ainsi écrire, en désignant par K un nombre entier quelconque :

$\boxed{d = K\lambda}$: points en ***même phase de vibration.***

$\boxed{d = (2K - 1)\frac{\lambda}{2}}$: points en ***opposition de phase.***

180. Etude analytique du mouvement vibratoire d'un point situé à la distance x de la source vibrante.

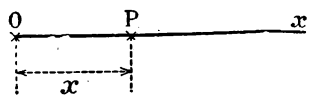


FIG. 122.

Soit une source de mouvement vibratoire O dont l'élongation y est représentée, en fonction du temps, par la relation :

$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}. \qquad (1)$$

Supposons que la vibration se propage dans la direction Ox (fig. 122) avec la vitesse V. Pour arriver en un point P de Ox, à la distance x de l'origine, le mouvement vibratoire a mis le temps :

$$\theta = \frac{x}{V}.$$

Le mouvement du point P, à l'instant t, reproduit alors, à l'amplitude près, le mouvement de la source O à l'instant $t - \theta$; en désignant par y_1 l'élongation de P au temps t et par a_1 l'amplitude de ce mouvement, on a donc :

$$y_1 = a_1 \sin 2\pi \frac{t - \theta}{T} = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{VT}\right).$$

Or, VT représente la longueur d'onde λ; par suite :

$$\boxed{y_1 = a_1 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).} \qquad (2)$$

Sinusoïde des temps. — Pour un point P déterminé, x est constant. L'équation (2) représente alors les variations de l'élongation y en fonction du temps t.

y est une fonction sinusoïdale du temps, *de période* T, appelée *sinusoïde des temps*. En particulier, pour $x = 0$, nous retrouvons l'équation (1), qui représente l'état vibratoire de la source en fonction du temps (fig. 123).

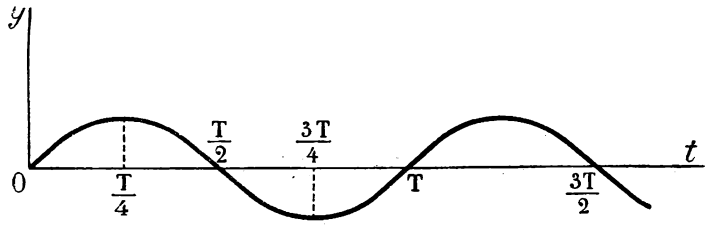


FIG. 123.
Sinusoïde des temps.

Sinusoïde des espaces. — Si t est constant, l'équation (2) donne la valeur de l'élongation de chaque point de Ox, à l'instant considéré, en fonction de sa distance x à la source. Supposons pour simplifier que l'amplitude a_1 conserve la même valeur a, quel que soit x.

y est alors une fonction sinusoïdale de x, *de période* λ : on l'appelle *sinusoïde des espaces*.

En particulier, pour $t = KT$, K étant un nombre entier quelconque, l'équation (2) devient :

$$y = a \sin \left(2K\pi - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$$

ou :

$$y = - a \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}.$$

La figure 124 représente la courbe des variations de y en fonction de x.

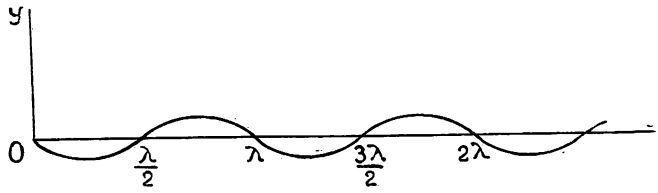


FIG. 124.

Sinusoïde des espaces, représentant l'état vibratoire dans la direction Ox. à un instant donné.

Cas des vibrations transversales. — Si le mouvement vibratoire se propage, par exemple, le long d'une corde tendue dont l'extrémité O vibre transversalement, la sinusoïde de la figure 124 peut être considérée comme une photographie instantanée de la corde.

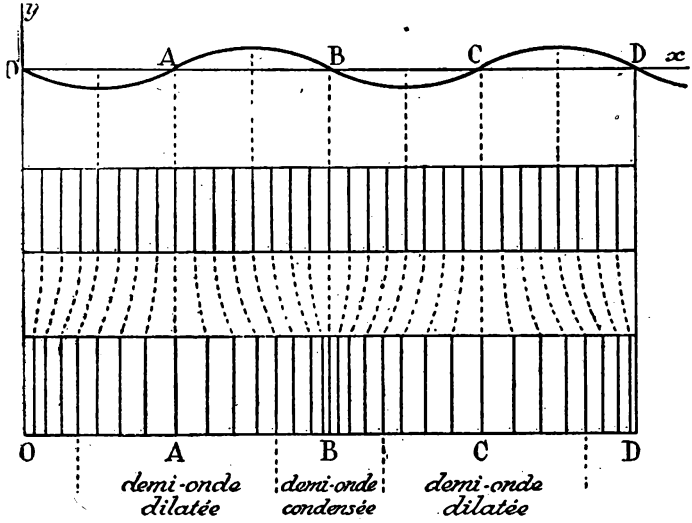


FIG. 125.

Position des spires d'un ressort au repos et à un instant donné du mouvement.

Cas des vibrations longitudinales. — Supposons maintenant qu'il s'agisse d'un ressort dont l'extrémité O est animée d'un mouvement vibratoire longitudinal; l'élongation y de chaque point a même direction que Ox. Nous pouvons alors convenir que, dans la sinusoïde qui représente, à un instant donné, l'élongation y en fonction de x, y positif correspond à un déplacement de la spire dans le sens Ox et y négatif à un déplacement de sens contraire.

Sur la figure 125, on a indiqué, l'un au-dessus de l'autre, l'état des spires du ressort au repos et la position de ces mêmes spires à un instant donné du mouvement. Cette dernière position des spires serait obtenue en prenant une photographie instantanée du ressort en mouvement. Les spires voisines de A se sont éloignées de A; au contraire, les spires voisines de B se sont rapprochées de B. L'onde se divise ainsi en *demi-onde dilatée* autour de A et *demi-onde condensée* autour de B; ce sont ces dilatations et condensations successives qui se propagent dans le ressort.

PROBLÈME

L'équation du mouvement d'une particule est de la forme :

$$y = a \sin (\omega t - \alpha).$$

Le temps t est exprimé en secondes; l'élongation y et l'amplitude a sont exprimées en cm. La période du mouvement est égale à 8 secondes. La trajectoire est un segment de droite de 12 cm de longueur. A l'origine du temps, la particule, qui se meut alors dans le sens positif de y, se trouve déplacée, par rapport à sa position moyenne, de 3 cm dans le sens négatif.

On demande de calculer :

1° les valeurs des trois constantes a, ω et α;

2° le temps au bout duquel l'élongation de la particule sera égale à 1 cm dans le sens positif;

3° la valeur en degrés de l'angle $(\omega t - \alpha)$ pour $t = 2$ secondes.

On suppose que le mouvement vibratoire se propage sans amortissement dans le milieu environnant, la période dans l'espace ou longueur d'onde étant égale à 320 cm. Calculer l'élongation, à l'instant $t = 6$ secondes, d'une particule située à 20 cm de la première.

Données supplémentaires :

$$\sin 10° = 0{,}174, \qquad \sin 37°{,}5 = 0{,}609.$$

Pour tout angle inférieur à 10° on confondra le sinus et l'angle exprimé en radians.

(*Bacc.*, Lyon, 1941.)

CHAPITRE XXIII

COMPOSITION DE DEUX MOUVEMENTS VIBRATOIRES INTERFÉRENCES

181. Composition des mouvements vibratoires. Principe de la superposition des petits mouvements.

Lorsque plusieurs ondes venant de sources différentes se propagent dans le même milieu, l'élongation qui en résulte en chaque point s'obtient en appliquant le principe suivant :

Si, sous l'action de deux causes agissant séparément, un point A se déplace de sa position d'équilibre de quantités petites qui l'amèneraient respectivement en A_1 et en A_2, lorsque les deux causes agissent simultanément, le déplacement du point A est égal à la somme géométrique AB des déplacements AA_1 et AA_2 (fig. 126).

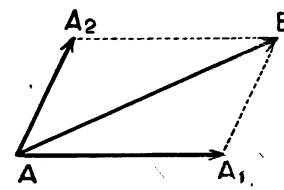


FIG. 126.

Composition des élongations par la règle du parallélogramme.

Autrement dit :

Si les élongations des mouvements sont suffisamment faibles, ***l'élongation résultante a pour valeur la somme géométrique des élongations partielles.***

En particulier, si les élongations partielles ont même direction, elles s'ajoutent algébriquement.

Le principe précédent nous permettra d'expliquer les phénomènes d'interférences.

182. Interférences.

On dit que deux mouvements vibratoires interfèrent lorsqu'ils se superposent en un même point.

Si les deux mouvements qui interfèrent ont même période et même direction, la vibration résultante a même période; mais en certains points, les élongations peuvent s'ajouter, produisant ainsi une amplitude maximum, tandis qu'en d'autres points, les mouvements peuvent se détruire. L'expérience suivante va nous en fournir un exemple.

Expérience. — A l'une des branches d'un diapason entretenu électriquement (§ 172), on a fixé une tige de fer deux fois recourbée de manière que les points A et B vibrent verticalement. Si les deux pointes vibrantes touchent la surface de l'eau ou d'un bain de mercure (fig. 127), on voit se former à la surface du liquide des lignes

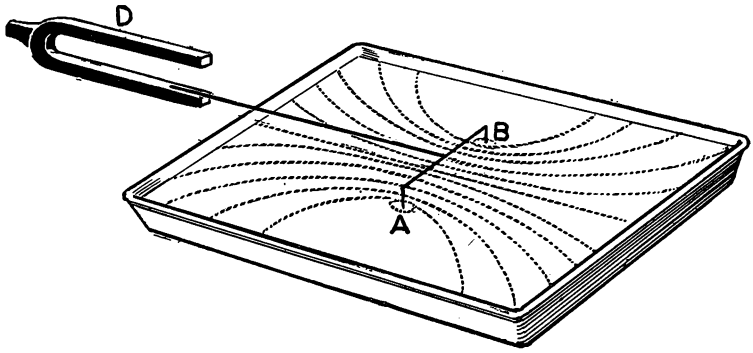


Fig. 127. — Interférences à la surface d'un liquide.

fixes, d'allure hyperbolique, et qui, comme nous allons le montrer, sont effectivement des hyperboles admettant A et B comme foyers.

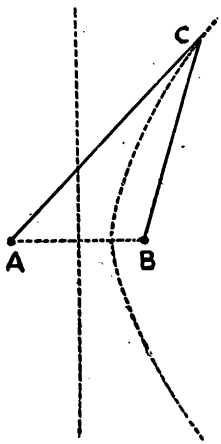


Fig. 128. Lorsque CA — CB = Kλ, l'amplitude résultante est maximum.

En effet, lorsque le diapason vibre, A et B jouent le rôle de deux sources de mouvements vibratoires ayant même période, même amplitude et même phase. Les mouvements vibratoires issus de A et de B se propagent à la surface du liquide et, par suite, interfèrent; comme en chaque point les vibrations sont verticales, les élongations s'ajoutent algébriquement.

Soit alors C un point de la surface du liquide tel que la différence de ses distances à A et B soit égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde λ (fig. 128) :

$$CA - CB = K\lambda. \qquad (1)$$

Les mouvements vibratoires issus de A et de B sont toujours en même phase de vibration au point C; l'amplitude au point C est alors ***maximum.***

Pour connaître le lieu géométrique des points d'amplitude maximum, faisons successivement, dans l'équation (1), K = 0, 1, 2, 3, etc.

$K = 0$	$CA - CB = 0$	Cette équation caractérise la droite perpendiculaire au milieu de AB.
$K = 1$	$CA - CB = \lambda$	Il s'agit d'une hyperbole admettant A et B comme foyers.
$K = 2$	$CA - CB = 2\lambda$	C'est l'équation d'une autre hyperbole de foyers A et B.

etc.

Tous les points d'amplitude maximum se trouvent ainsi groupés sur une famille d'hyperboles de foyers A et B; ces hyperboles sont représentées en pointillé sur la figure 129.

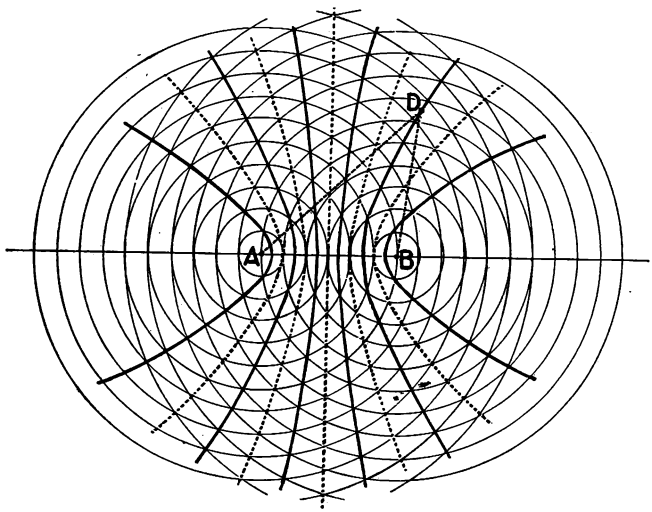


FIG. 129.
Franges d'interférences à la surface d'un liquide.

Considérons maintenant un point D de la surface du liquide, tel que la différence de ses distances à A et B soit égale à un nombre impair de fois $\frac{\lambda}{2}$:

$$DA - DB = (2K - 1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Aux points D définis par l'équation précédente, les mouvements vibratoires issus de A et de B sont en opposition de phase. Ces points ont alors un mouvement d'amplitude ***minimum***, et ils peuvent même rester au repos lorsque les amplitudes des deux mouvements composants, qui sont de sens contraires, sont égales en valeur absolue. L'équation (2) définit un nouveau groupe d'hyperboles de foyers

A et B, comprises entre les hyperboles de mouvement maximum : elles sont représentées en traits pleins sur la figure 125. Ce sont ces hyperboles de mouvement nul que nous avons observées à la surface du liquide.

Ces hyperboles, appelées ***franges d'interférences,*** peuvent être projetées à l'aide du dispositif de la figure 130; le disque D, percé de trous équidistants répartis sur une circonférence, permet de démasquer à intervalles réguliers le faisceau lumineux et, par suite, d'observer, par la méthode stroboscopique (§ 175), les ondes circulaires issues de A et de B.

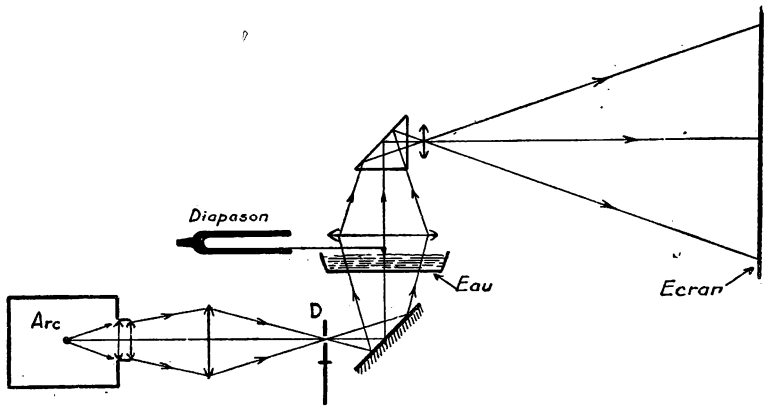


FIG. 130.

Projection de franges d'interférences à la surface d'un liquide et stroboscopie des ondes.

183. Etude analytique des phénomènes d'interférences à la surface d'un liquide.

Supposons que les mouvements vibratoires des points A et B (fig. 128) aient même période, même amplitude et même phase, leur élongation en fonction du temps étant représentée par l'équation :

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Soit un point C de la surface du liquide, dont les distances à A et B ont respectivement pour valeur d et d'. Les mouvements vibratoires issus de A et B ont pour élongation au point C, en admettant que l'amplitude se conserve avec la distance :

$$x_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad x_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d'}{\lambda}\right).$$

L'élongation résultante X au point C est la somme algébrique des élongations x_1 et x_2, puisque les mouvements, tous les deux verticaux, ont même direction :

$$X = x_1 + x_2 = 2\,a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d + d'}{2\lambda}\right) \cdot \cos \pi \frac{d - d'}{\lambda}$$

ou :
$$X = 2\,a \cos \pi \frac{d - d'}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d + d'}{2\lambda}\right).$$

Il s'agit d'un mouvement vibratoire, de même période T que les mouvements de A et de B, mais dont l'amplitude :

$$\boxed{\mathcal{A} = 2\,a \cos \pi \frac{d - d'}{\lambda}}$$

est une fonction de $d - d'$.

En particulier, ainsi que nous l'avons observé, certains points du plan ont une *amplitude nulle* et d'autres une *amplitude maximum*.

Points d'amplitude nulle : $\mathcal{A} = 0$.

$$\cos \pi \frac{d - d'}{\lambda} = 0 \quad \text{ou} \quad \pi \frac{d - d'}{\lambda} = (2K - 1) \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{d - d' = (2K - 1) \frac{\lambda}{2}.}$$

Points d'amplitude maximum : $\mathcal{A} = \pm 2\,a$.

$$\cos \pi \frac{d - d'}{\lambda} = \pm 1 \quad \text{ou} \quad \pi \frac{d - d'}{\lambda} = K\pi$$

$$\boxed{d - d' = K\lambda.}$$

Nous retrouvons bien les mêmes résultats que précédemment.

184. Composition de mouvements sinusoïdaux dirigés suivant la même droite, de même période et d'amplitudes différentes.

Pour simplifier le problème, nous avons supposé, dans le paragraphe précédent, que les deux mouvements vibratoires qu'il s'agissait de composer avaient même amplitude. Nous allons maintenant

traiter le cas plus général de la superposition de deux mouvements vibratoires de même direction et de même période, mais ayant des amplitudes et des phases différentes. Les élongations de ces deux mouvements sont définies par les équations :

$$x_1 = a \sin (\omega t + \alpha)$$

$$x_2 = b \sin (\omega t + \beta).$$

D'où, pour l'élongation du mouvement résultant :

$$X = x_1 + x_2 = a \sin (\omega t + \alpha) + b \sin (\omega t + \beta).$$

Le mouvement résultant est un mouvement vibratoire de même période que les mouvements composants .

$$X = \mathcal{A} \sin (\omega t + \varphi).$$

L'amplitude $\mathcal{A}$ et la phase à l'origine φ s'obtiendront en identifiant les deux membres de l'égalité :

$$\mathcal{A} \sin (\omega t + \varphi) = a \sin (\omega t + \alpha) + b \sin (\omega t + \beta).$$

En faisant successivement $t = 0$ et $\omega t = \frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$\begin{cases} \mathcal{A} \sin \varphi = a \sin \alpha + b \sin \beta & (1) \\ \mathcal{A} \cos \varphi = a \cos \alpha + b \cos \beta. & (2) \end{cases}$$

Divisons, membre à membre, ces deux équations :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a \sin \alpha + b \sin \beta}{a \cos \alpha + b \cos \beta}. \qquad (3)$$

Elevons au carré les équations (1) et (2) et ajoutons-les, membre à membre :

$$\mathcal{A}^2 = a^2 + b^2 + 2 ab \sin \alpha \sin \beta + 2 ab \cos \alpha \cos \beta$$

ou :

$$\mathcal{A}^2 = a^2 + b^2 + 2 ab \cos (\beta - \alpha). \qquad (4)$$

Les équations (3) et (4) permettent de calculer φ et $\mathcal{A}$.

185. Contruction de Fresnel.

L'amplitude $\mathcal{A}$ et la phase à l'origine π peuvent être déterminées géométriquement par la construction suivante (fig. 131).

A partir d'un point quelconque O, menons un vecteur OA, de longueur a, faisant l'angle α avec la direction Ox; à partir de l'extrémité A du premier vecteur, traçons le vecteur AB, de longueur b, faisant avec la direction Ox l'angle β. Le vecteur OB représente l'amplitude $\mathcal{A}$ du mouvement résultant et l'angle $BOx = \varphi$ la phase à l'origine de ce mouvement. En effet, en projetant les vecteurs sur Ox et sur un axe perpendiculaire à Ox, on obtient les relations (2) et (1) qui nous ont permis de calculer $\mathcal{A}$ et φ.

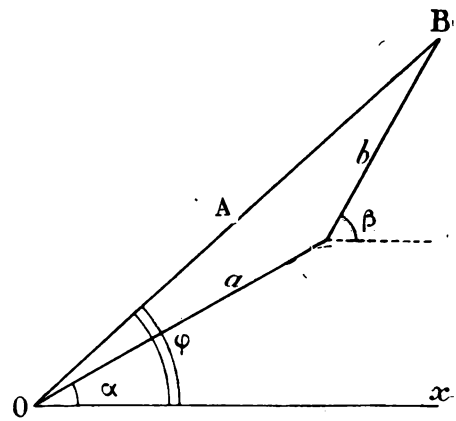


FIG. 131. — Construction de Fresnel.

REMARQUE. — La construction précédente s'applique à l'addition d'un nombre quelconque de fonctions sinusoïdales de même période. Nous l'utiliserons dans l'étude du courant alternatif.

186. Composition de deux mouvements vibratoires de même direction et de périodes très voisines. Phénomène des battements.

Il s'agit de composer deux mouvements sinusoïdaux de même direction, de fréquences N et N′ très voisines, dont, pour simplifier, nous supposerons les amplitudes égales :

$$x = a.\sin 2\pi \mathrm{N}t$$

et :
$$x' = a \sin (2\pi \mathrm{N}'t + \varphi).$$

Le mouvement résultant a pour élongation :

$$\mathrm{X} = x + x' = 2a \sin\left[2\pi\frac{\mathrm{N}+\mathrm{N}'}{2}t+\frac{\varphi}{2}\right].\cos\left[\pi(\mathrm{N}-\mathrm{N}')t-\frac{\varphi}{2}\right]$$

ou : $$\mathrm{X} = 2a.\cos\left[\pi(\mathrm{N}-\mathrm{N}')t-\frac{\varphi}{2}\right].\sin\left[2\pi\frac{\mathrm{N}+\mathrm{N}'}{2}t+\frac{\varphi}{2}\right].$$

N′ étant peu différent de N, on peut considérer X comme une fonction sinusoïdale, de fréquence $\frac{\mathrm{N}+\mathrm{N}'}{2}$, dont l'amplitude A varie lentement avec le temps :

$$\mathrm{A} = 2a.\cos\left[\pi(\mathrm{N}-\mathrm{N}')t-\frac{\varphi}{2}\right].$$

Cette amplitude s'annule à des intervalles de temps égaux. Le temps θ qui sépare deux minima nuls est tel que :

$$\pi (N - N') \theta = \pi \qquad \text{d'où :} \qquad \theta = \frac{1}{N - N'}.$$

Entre deux minima nuls, l'amplitude passe par un maximum égal à $2a$, comme le montre la figure 132. Ces variations périodiques d'amplitude constituent ce qu'on appelle des ***battements.*** La fréquence n des battements est :

$$n = \frac{1}{\theta} = N - N'.$$

Autrement dit : ***le nombre de battements par seconde est égal à la différence des fréquences des deux mouvements qui interfèrent.***

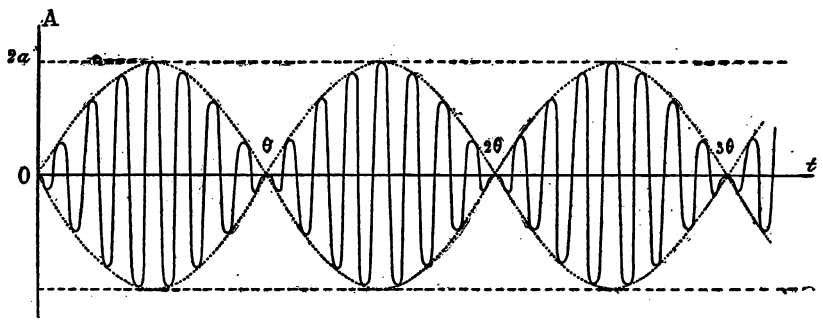


FIG. 132.

Variation de l'amplitude en fonction du temps dans le phénomène des battements.

EXPÉRIENCES (1). — 1° Faisons parler ensemble deux notes *graves* consécutives d'un harmonium, comme ut et ut ♯. Nous entendons une sorte de roulement dû aux battements que produisent les deux sons, de fréquences voisines.

2° Plaçons sur une soufflerie deux tuyaux ouverts à embouchure de flûte, de même longueur; on obtient ainsi l'unisson. Si l'on actionne ensemble les deux tuyaux et que l'on modifie légèrement la fréquence de l'un d'eux, par exemple en bouchant partiellement avec un carton l'extrémité ouverte du tuyau, on entend des battements très nets, dont on peut à volonté faire varier la fréquence en déplaçant le carton.

---

(1) A n'étudier qu'après le chapitre *Tuyaux sonores*

PROBLÈME

On fait tomber en un point O de la surface d'une eau tranquille une succession régulière de gouttes d'eau à la cadence de 90 par minute.

1° Décrire le phénomène. Quelle est la distance de deux rides circulaires consécutives ?

La vitesse uniforme de propagation des ondes à la surface de l'eau est $V = 60$ cm par seconde.

2° Etudier le mouvement d'un fragment de liège M distant de 15 cm du point O. En admettant que ce mouvement soit sinusoïdal, donner l'expression de l'élongation y de M par rapport à sa position d'équilibre (élongation maximum $a = 0{,}75$ cm).

3° Quelle est à chaque instant la différence des phases, exprimée en degrés, entre le mouvement pris par M et celui pris par un autre fragment de liège M' placé à la distance $OM' = 151$ cm du point O ?

4° En deux points O et O' de la surface de l'eau distants de 100 cm, on produit maintenant deux vibrations identiques et synchrones ayant la fréquence de la vibration précédente.

Décrire le phénomène observé à la surface de l'eau. Quel est l'état vibratoire d'un fragment de liège P distant de 80 cm de O et de 60 cm de O' ? Quelles sont les distances, comptées à partir de O, des points d'amplitude nulle sur le segment OO' ?

Dans tout le problème, on supposera négligeable l'amortissement des ondes au cours de leur propagation.

(*Bacc., Sciences expérimentales*, Bordeaux 1945.)

CHAPITRE XXIV

RÉFLEXION DES ONDES. ONDES STATIONNAIRES.

187. Réflexion d'un mouvement vibratoire.

1° Nous avons déjà vu (§§ 176 et 177) que, lorsqu'un *ébranlement* arrive sur un *obstacle fixe*, il revient en arrière en donnant lieu à un ébranlement réfléchi.

a) S'il s'agit d'un *ébranlement transversal*, un creux à l'aller devient une protubérance au retour (fig. 119) : *la réflexion a lieu avec changement de signe pour la déformation.*

b) Dans le cas d'un *ébranlement longitudinal*, à une dilatation incidente correspond encore une dilatation réfléchie (fig. 120); mais, une spire qui exécute à l'aller, au moment où la perturbation incidente l'atteint, un déplacement de O vers M, subira au retour, du fait de la perturbation réfléchie, un mouvement de M vers O : *la réflexion a changé le signe du déplacement.*

2° Supposons maintenant que, au lieu d'un ébranlement, on ait des *vibrations entretenues* qui se propagent. Ces vibrations peuvent être considérées comme une suite périodique d'ébranlements se propageant avec une vitesse constante. En arrivant ***sur un obstacle fixe, le mouvement vibratoire se réfléchit avec changement de signe de l'élongation.***

3° La réflexion peut encore se produire sur ***un obstacle sans résistance;*** ce serait, par exemple, le cas du ressort de la figure 120 dont l'extrémité B serait libre. L'expérience montre alors que ***la réflexion se fait sans changement de signe de l'élongation.***

Les deux mouvements incident et réfléchi se superposent et donnent lieu à des phénomènes d'interférences que nous allons étudier.

VIBRATIONS TRANSVERSALES
RÉFLEXION SUR UN OBSTACLE FIXE

188. Expérience de Melde. Ondes stationnaires.

Un diapason entretenu électriquement est disposé de telle sorte que ses deux branches soient dans un plan horizontal. A l'une des

branches du diapason est attachée une corde fine de soie blanche, qui pend verticalement; elle est tendue par un plateau qui porte un poids léger p. Enfin, un curseur métallique horizontal B, que l'on peut déplacer le long d'une règle verticale, est percé d'un petit trou qui laisse passer la corde (fig. 133).

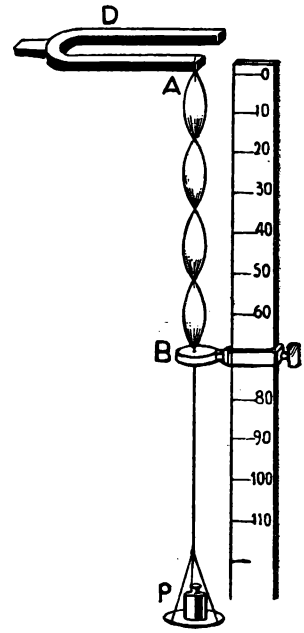


Fig. 133.
Expérience de Melde.

Lorsque le diapason vibre, la corde entre elle-même en vibration et on la voit se diviser en un certain nombre de fuseaux. Le nombre de fuseaux obtenus dépend de la longueur AB et du poids tenseur. Pour une valeur donnée de p, nous pouvons, en déplaçant le curseur, obtenir des fuseaux très nets. Certains points de la corde restent alors toujours au repos : on les appelle les ***nœuds*** de vibration; d'autres points de la corde, au contraire, ont un mouvement de vibration d'amplitude maximum, cette amplitude étant très supérieure à celle des branches du diapason : ce sont les ***ventres*** de vibration.

Les nœuds et les ventres sont régulièrement répartis dans la corde, chacun des fuseaux ayant même longueur; l'amplitude du mouvement va en augmentant, depuis un nœud, de mouvement nul, jusqu'au ventre suivant, de mouvement maximum.

L'ensemble constitue un système d'***ondes stationnaires.***

189. Explication du phénomène.

L'expérience précédente s'explique si l'on admet qu'il y a interférence, en chaque point de la corde, entre l'onde incidente se dirigeant de A vers B et l'onde réfléchie se dirigeant de B vers A.

Comme le point B ne peut pas prendre d'amplitude notable, l'élongation du mouvement réfléchi est, en ce point, égale et de signe contraire à celle du mouvement incident : la réflexion en B s'est faite *avec changement de signe de l'élongation.* On peut encore dire que *les mouvements incident et réfléchi sont en opposition de phase au point* B. Tout se passe comme si, du fait même de la réflexion, il existait entre les ondes incidente et réfléchie, au point B, une différence de phase correspondant à un *trajet supplémentaire de* $\frac{\lambda}{2}$.

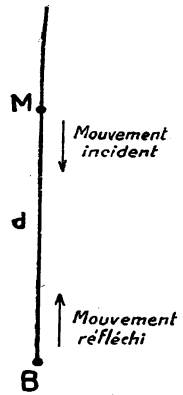


Fig. 134.
Les mouvements incident et réfléchi interfèrent en M.

Considérons alors un point M de la corde, à la distance d du point fixe B (fig. 134). Au point M, la différence géométrique de trajet entre les ondes incidente et réfléchie est égale à $2\,d$. Mais nous venons de montrer que la réflexion en B correspond, pour l'onde réfléchie, à un trajet supplémentaire de $\frac{\lambda}{2}$. Par suite, la différence de marche au point M entre les deux ondes a pour valeur $2\,d + \frac{\lambda}{2}$.

Aux divers points de la corde tels que cette différence de marche soit égale à un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde, les mouvements incident et réfléchi sont en opposition de phase : ils se détruisent. Ces points correspondent aux nœuds de vibration que nous avons observés.

Nœuds de vibration : $2\,d + \frac{\lambda}{2} = (2\,\mathrm{K} + 1)\,\frac{\lambda}{2}$

ou : $$\boxed{d = \mathrm{K}\,\frac{\lambda}{2}.}$$

Cette équation nous montre que les nœuds sont distants les uns des autres de $\frac{\lambda}{2}$.

Au contraire, les mouvements incident et réfléchi sont en même phase aux points de la corde tels que la différence de marche soit égale à un nombre entier de fois λ; l'amplitude du mouvement est alors maximum : ce sont les ventres de vibration.

Ventres de vibration : $2\,d + \frac{\lambda}{2} = \mathrm{K}\lambda.$

ou : $$\boxed{d = (2\,\mathrm{K} - 1)\,\frac{\lambda}{4}.}$$

Les ventres sont distants les uns des autres de $\frac{\lambda}{2}$ et la distance entre un ventre et un nœud consécutifs est $\frac{\lambda}{4}$ (fig. 135).

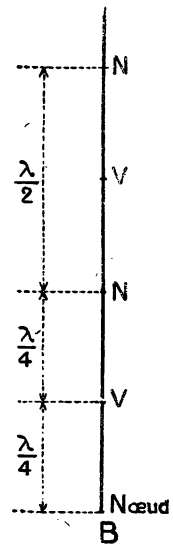


Fig. 135.
Répartition des ventres et des nœuds dans la corde dans le cas d'une réflexion en B avec changement de signe.

Conditions aux extrémités. — En réalité, dans l'expérience de Melde, le phénomène est plus compliqué. Nous n'avons, en effet, envisagé que la réflexion en B; or, l'onde de retour se réfléchit, elle aussi, en A. Comme l'amplitude du diapason est faible par rapport à l'amplitude du mouvement de la corde, le point A est un nœud de vibration. Un système stable d'ondes stationnaires ne peut alors s'établir dans la corde que si la longueur l de celle-ci est égale à un multiple entier de $\frac{\lambda}{2}$:

$$l = k \frac{\lambda}{2}.$$

C'est pourquoi, pour obtenir des fuseaux très nets, nous avons dû, le poids tenseur restant fixe, modifier la longueur de la corde en déplaçant le curseur mobile B.

190. Etude analytique de l'expérience de Melde.

A l'extrémité B (fig. 134), les élongations des mouvements incident et réfléchi, qui sont des signes contraires, ont respectivement pour valeur :

$$x_1 = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

et :

$$x_2 = - a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

En un point quelconque M de la corde, à la distance d de l'extrémité B, l'onde incidente est en avance par rapport à B, alors qu'au contraire, l'onde réfléchie est en retard. Les élongations des ondes incidente et réfléchie ont donc pour valeur en M :

$$x'_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{d}{\lambda}\right)$$

et :

$$x'_2 = - a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right).$$

Le mouvement résultant en M a pour élongation :

$$X = x'_1 + x'_2 = 2a.\sin 2\pi \frac{d}{\lambda} . \cos 2\pi \frac{t}{T}.$$

C'est l'équation d'un mouvement sinusoïdal de période T, dont l'amplitude A est une fonction de la distance d :

$$\boxed{A = 2a.\sin 2\pi \frac{d}{\lambda}.}$$

Nous retrouvons les résultats obtenus précédemment :

Amplitude maximum : $A = \pm 2a$

lorsque $\sin 2\pi\frac{d}{\lambda} = \pm 1$ ou $2\pi\frac{d}{\lambda} = (2K - 1)\frac{\pi}{2}$

$$d = (2K - 1)\frac{\lambda}{4}.$$

Ce sont les ***ventres de vibration.***

Amplitude minimum: $A = 0$

lorsque $\sin 2\pi\frac{d}{\lambda} = 0$ ou $2\pi\frac{d}{\lambda} = K\pi$

$$d = K\frac{\lambda}{2}.$$

Ce sont les ***nœuds de vibration.***

VIBRATIONS TRANSVERSALES : RÉFLEXION SANS CHANGEMENT DE SIGNE

191. — Lorsque l'extrémité de la corde est libre, la vibration revient encore en arrière, mais l'expérience montre que l'élongation du mouvement réfléchi est de même signe que l'élongation du mouvement incident : on dit qu'il y a eu *réflexion sans changement de signe.* Dans ce cas, au point B, les mouvements incident et réfléchi sont toujours en même phase de vibration et *il se produit un ventre à l'extrémité libre.*

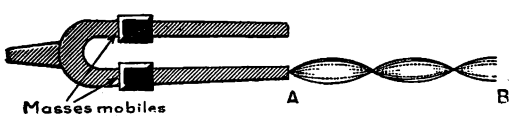


FIG. 136.

Vibrations transversales : réflexion sans changement de signe.

EXPÉRIENCE. — Un fil métallique rectiligne AB, peint en blanc pour être plus visible, est fixé en A à l'une des branches d'un diapason, l'autre extrémité B étant libre (fig. 136). Lorsque le diapason vibre, on voit le fil se diviser en fuseaux; pour obtenir un système stable d'ondes stationnaires, on peut régler la fréquence du diapason en déplaçant le long de ses branches deux masses mobiles. On observe alors un ventre de vibration à l'extrémité libre B.

192. Etude analytique.

A l'extrémité libre B, les ondes incidente et réfléchie sont en même phase de vibration; leur élongation commune a pour valeur, à un instant donné :

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Elongation en M, à la distance d de B (fig. 134), des ondes incidente et réfléchie :

Onde incidente : $x'_1 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{d}{\lambda}\right)$.

Onde réfléchie : $x'_2 = a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$.

Mouvement résultant en M :

$$X = x'_1 + x'_2 = 2a.\cos 2\pi \frac{d}{\lambda} . \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

C'est l'équation d'un mouvement sinusoïdal de période T, dont l'amplitude A est une fonction de la distance d :

$$\boxed{A = 2a.\cos 2\pi \frac{d}{\lambda}.}$$

Ventres de vibration : $\cos 2\pi \frac{d}{\lambda} = \pm 1, \qquad 2\pi \frac{d}{\lambda} = K\pi$

$$d = K \frac{\lambda}{2}.$$

Nœuds de vibration : $\cos 2\pi \frac{d}{\lambda} = 0, \qquad 2\pi \frac{d}{\lambda} = (2K - 1) \frac{\pi}{2}$

$$d = (2K - 1) \frac{\lambda}{4}.$$

La figure 137 indique la répartition des nœuds et des ventres.

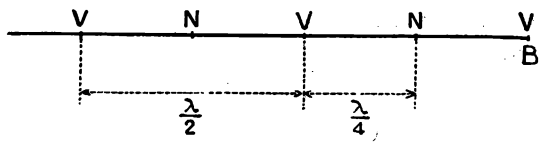


FIG. 137.

Répartition des nœuds et des ventres dans le cas d'une réflexion sans changement de signe.

ONDES STATIONNAIRES DANS LE CAS DES VIBRATIONS LONGITUDINALES

193. — Nous venons de réaliser et d'expliquer la formation d'ondes stationnaires dans le cas de vibrations transversales. Le même phénomène peut se produire avec des vibrations longitudinales et nous aurons l'occasion de montrer l'existence de nœuds et de ventres dans le gaz d'un tuyau (§ 266). Les calculs analytiques s'appliquent sans changement aux vibrations longitudinales et ils conduisent aux mêmes résultats pour la répartition des nœuds et des ventres.

Les expériences suivantes, réalisées avec des ressorts, donnent une image des phénomènes.

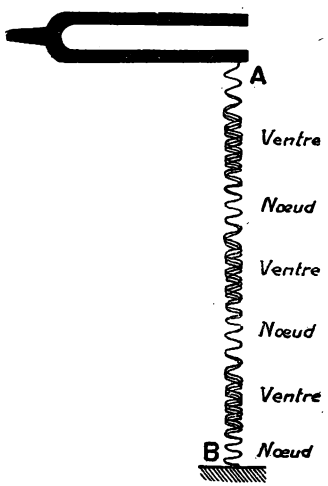


FIG. 138.
Ondes stationnaires longitudinales dans un ressort dont l'extrémité est fixe.

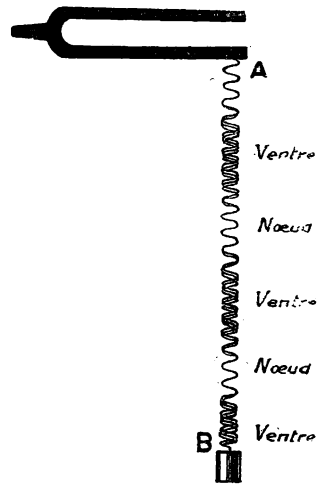


FIG. 139.
Ondes stationnaires dans un ressort vibrant longitudinalement et dont l'extrémité est libre.

EXPÉRIENCES. — 1° Les deux branches d'un diapason entretenu électriquement sont disposées dans un même plan vertical, comme l'indique la figure 138. A l'une des branches du diapason, fixons l'extrémité A d'un ressort d'acier tendu verticalement et dont l'autre extrémité B est maintenue immobile. En réglant convenablement la tension du ressort, nous voyons certaines spires rester fixes alors que d'autres sont animées d'un mouvement de grande amplitude et nous paraissent floues. L'expérience est analogue à celle de la figure 133 où la corde vibrait transversalement. Les spires au repos

forment les ***nœuds*** de vibration; leur distance respective est $\frac{\lambda}{2}$. Entre les nœuds, les spires de mouvement maximum forment les ***ventres*** de vibration. La réflexion en B s'est produite *avec changement de signe* de l'élongation : B est un nœud de vibration.

2° Recommençons l'expérience en laissant libre l'extrémité B du ressort, qui est simplement tendu par un léger poids. Il s'établit encore dans le ressort un système d'ondes stationnaires, mais B est maintenant un ventre de vibration (fig. 139) : la réflexion en B s'est produite *sans changement de signe* de l'élongation.

194. Variations de pression aux nœuds et aux ventres.

A l'endroit d'un nœud, la spire reste au repos, mais les spires voisines s'en approchent et s'en éloignent alternativement, produisant ainsi des variations de pression autour de la spire fixe. Il en serait de même dans le gaz d'un tuyau. ***Aux nœuds d'élongation, la variation de pression est maximum.***

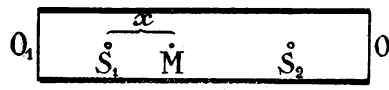
Au contraire, les spires voisines d'un ventre se déplacent en restant à la même distance les unes des autres. ***Aux ventres d'élongation, la pression est invariable.***

Autrement dit :

Un nœud de pression coïncide avec un ventre de déplacement; un ventre de pression coïncide avec un nœud de déplacement.

PROBLÈME

Deux sources sonores identiques S_1 et S_2, émettant un son de fréquence 264 vibrations par seconde, sont placées au voisinage du milieu d'un long tuyau horizontal, à 6,15 m de distance l'une de l'autre, S_1 étant à la gauche de S_2. La vitesse du son dans le tuyau est de 330 m/s.



1° La source S_1 est en retard de 1/8 de période sur la source S_2. Déterminer l'état vibratoire en un point M du tuyau situé entre S_1 et S_2. Désigner la longueur S_1M par x. Discuter en fonction de x.

2° Calculer les amplitudes vibratoires aux extrémités O_1 et O_2 du tuyau. Quel est le rapport de l'intensité vibratoire perçue en O_1 à celle perçue en O_2 ?

3° La fréquence de S_2 est maintenant légèrement supérieure à celle de S_1 de façon que S_2 exécute dans l'intervalle de 30 secondes une vibration de plus que S_1. Le système d'ondes stationnaires entre S_1 et S_2 se déplace. Pourquoi ? Dans quel sens et avec quelle vitesse ?

(*Bacc.*, Bordeaux, 1941.)

CHAPITRE XXV

RÉSONANCE. VIBRATIONS FORCÉES

195. Phénomène de la résonance.

Examinons comment un sonneur lance une *lourde cloche*. Il exerce d'abord une traction sur la corde, ce qui donne à la cloche un mouvement oscillatoire d'amplitude très faible; ensuite, il continue à tirer sur la corde à intervalles réguliers. Si la période des tractions est égale à la période propre de la cloche, celle-ci finit par prendre un mouvement d'amplitude notable et nous avons là un exemple de *résonance*. Avec une période différente pour les tractions, l'amplitude du mouvement de la cloche reste faible.

De même, pour mettre une *balançoire* en mouvement, on lui donne des impulsions rythmées ayant même fréquence que le mouvement propre à la balançoire.

D'une façon générale, soit un système capable d'osciller, quand on l'écarte de sa position d'équilibre, avec une fréquence N, et un second système qui exerce sur le premier des efforts périodiques de fréquence N'. ***La résonance se produit lorsque les fréquences*** N ***et*** N' ***sont égales ou très peu différentes :*** le premier système, appelé **résonateur**, d'abord au repos, se met en mouvement sous l'action du second système appelé **excitateur**, et le résonateur prend un mouvement périodique de grande amplitude.

196. Explication du phénomène.

Si l'on fait abstraction du battant, la cloche de l'exemple précédent constitue un pendule composé. Une première traction de la corde vers le bas a mis la cloche en mouvement; abandonnée à elle-même, elle oscillerait avec sa période propre, mais le mouvement aurait une amplitude faible. Or, lorsque le cloche a effectué une oscillation complète, une deuxième traction se produit, dans la même direction que la première, augmentant un peu l'amplitude et par suite l'énergie du système. Et les tractions successives, si elles sont bien rythmées, augmentent de plus en plus l'amplitude, jusqu'à ce que l'énergie fournie à chaque traction soit précisément égale à l'énergie que le système perd pendant une période, par suite des frottements et de la

résistance de l'air. On comprend ainsi que le résonateur prenne une amplitude d'autant plus grande que son amortissement est plus faible.

197. Expérience.

Prenons un gyroscope dont on a légèrement faussé l'axe et sur l'anneau duquel ont été soudées des lamelles de longueurs différentes, ou encore alourdies par des masses diverses, de telle sorte que leurs périodes d'oscillation ne soient pas les mêmes (fig. 140). Si nous lançons fortement le disque du gyroscope, nous voyons les lamelles entrer successivement en vibration, en commençant par celle dont la période est la plus faible (c'est-à-dire la lamelle la plus courte). C'est là un nouvel exemple de résonance, dont voici l'explication :

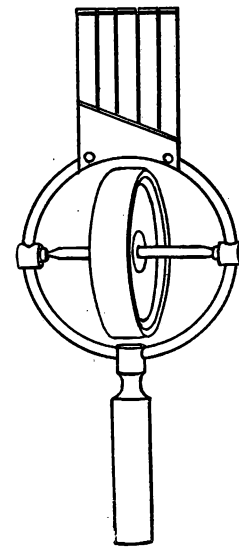


FIG. 140.

Les lamelles entrent successivement en vibration à mesure que diminue la vitesse du disque.

Le centre de gravité du disque n'étant pas sur l'axe, puisqu'on a faussé celui-ci, il en résulte à chaque tour deux chocs de l'axe sur ses supports. Ces chocs, dont la fréquence N décroît très lentement, les frottements étant faibles, sont transmis aux lamelles. Lorsque la fréquence de l'ébranlement est voisine de la fréquence propre d'une lamelle, celle-ci entre en vibration, prend une grande amplitude et revient au repos. C'est la lamelle un peu plus longue qui vibre à son tour, et ainsi de suite.

198. Effets de la résonance.

L'amplitude du résonateur peut parfois devenir considérable et présenter des inconvénients. En voici quelques exemples :

Une troupe au pas cadencé provoque, sur un *pont suspendu*, des oscillations verticales qui prennent une amplitude dangereuse lorsque la période du pas est la même que celle du pont. Les forces qui en résultent peuvent alors rompre les câbles d'acier qui soutiennent le pont. (Accident arrivé en 1850 au passage d'une compagnie d'infanterie sur un pont suspendu au-dessus de la Maine, près d'Angers.)

On appelle *roulis* d'un navire le mouvement oscillatoire qu'il prend lorsqu'il est déplacé de sa position d'équilibre. Ce roulis pourrait s'amplifier dangereusement si la houle qui le produit avait une période égale à celle des oscillations du navire. C'est pour éviter ce phénomène de résonance que les ingénieurs doivent construire le navire de telle sorte que sa période de roulis soit très supérieure à celle de la houle.

De même, un *wagon* peut osciller verticalement sur ses ressorts avec une certaine période. Or, en marche, il subit des chocs verticaux périodiques à chaque passage sur une éclisse, à cause de la différence de hauteur des deux rails. Pour une certaine vitesse, la résonance aurait lieu et l'amplitude des vibrations deviendrait telle qu'il pourrait y avoir rupture des ressorts. Le constructeur devra donc faire en sorte que cette vitesse critique soit très supérieure à la vitesse maximum du train.

199. Cas où l'action excitatrice est un phénomène vibratoire.

Dans les exemples de résonance que nous venons d'étudier, le mouvement du résonateur était produit par des chocs ou impulsions périodiques. Nous allons maintenant examiner le cas très important où le résonateur est soumis à une action continue, fonction périodique du temps.

Expériences. — 1° Accrochons deux pendules A et B à une corde tendue horizontalement, le pendule A ayant une masse supérieure à celle de B (fig. 141). Si nous mettons en mouvement le pendule A, il agit sur B par l'intermédiaire de la corde horizontale. Lorsque les deux pendules ont même longueur et par suite même période, le pendule B oscille par résonance. Mais lorsque les deux périodes sont nettement différentes, B effectue seulement quelques oscillations qui s'éteignent aussitôt puis il repart pour s'arrêter de nouveau.

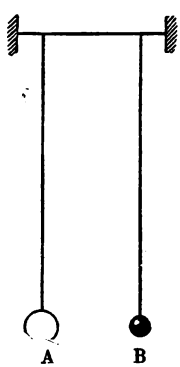


Fig. 141.

La résonance a lieu lorsque les pendules A et B ont même longueur.

2° Appuyons sur la pédale droite d'un piano pour soulever les étouffoirs et chantons une note déterminée, le la_3 par exemple. Les cordes du piano correspondant au la_3 entrent en vibration par résonance. Ici, le mouvement a été transmis par l'air de l'excitateur au résonateur.

C'est ainsi que des objets métalliques situés à proximité peuvent vibrer lorsqu'on frappe telle ou telle note du piano. De même encore, certaines vitres ou certains meubles se mettent à vibrer sous l'influence d'un ébranlement du sol de fréquence convenable.

200. Les ondes stationnaires sont un cas particulier de la résonance.

Les expériences d'ondes stationnaires que nous avons réalisées dans le chapitre XXIV sont encore des exemples de résonance. Ainsi, dans l'expérience de Melde (fig. 133), nous avons réglé la longueur de la corde ou la valeur du poids tenseur pour que la période d'oscillation de la corde soit égale à la période du diapason; l'amplitude des

vibrations de la corde, aux ventres, devenait alors très supérieure à l'amplitude des vibrations du diapason.

Nous rencontrerons d'autres exemples de résonance, avec formation d'ondes stationnaires, dans l'étude des cordes vibrantes et des tuyaux sonores; de même, dans l'action d'un électro-aimant, parcouru par un courant alternatif, sur une corde d'acier (fig. 240).

201. Influence de l'amortissement du résonateur. Synchronisation.

1° Résonateur peu amorti. — Ce cas correspond aux exemples de résonance que nous venons d'indiquer. Si l'on porte en abscisses la période excitatrice et en ordonnées l'amplitude du résonateur, on obtient la courbe de la figure 142. T désignant la période propre du résonateur et T′ la période excitatrice, on constate que l'amplitude du résonateur augmente lorsque T′ se rapproche de T; cette amplitude croît rapidement au voisinage de l'égalisation des périodes pour atteindre un maximum lorsque $T = T'$. On dit alors que ***la résonance est aiguë.***

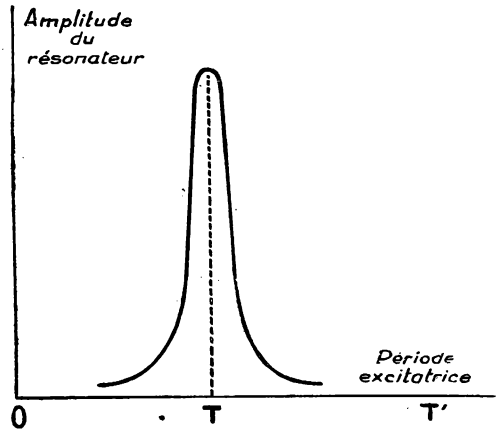


Fig. 142. — Résonance aiguë.

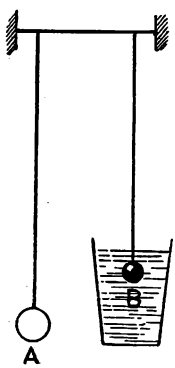


Fig. 143.
Le pendule A impose sa période au pendule B.

2° Résonateur amorti. Vibrations forcées. — Lorsque l'amortissement du résonateur est notable, l'expérience montre que la résonance est moins nette; mais ***le système se met à osciller pour des fréquences excitatrices très différentes de sa fréquence propre : ce sont des vibrations forcées.***

Expérience. — Reprenons l'expérience des deux pendules, mais plongeons la boule du pendule B dans un vase plein d'eau afin d'amortir ses oscillations propres (fig. 143). Quand on lance A, on constate que B, quelle que soit sa longueur, se met en mouvement. ***Le pendule*** B ***prend la même période que*** A : ***il se synchronise avec*** A.

Ainsi, lorsque le résonateur est amorti, il se laisse imposer des vibrations de périodes très différentes de la sienne : ce sont des *vibrations forcées* dont l'amplitude est faible.

La courbe de résonance (fig. 144) présente un maximum très peu accusé lorsque la période excitatrice T′ est égale à la période propre T du résonateur. On dit que ***la résonance est floue.***

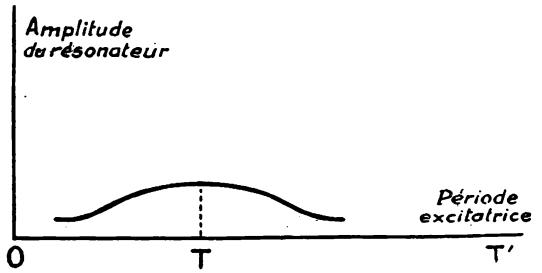


FIG. 144.

Résonance floue.

3° **Résonateur très amorti.** — Lorsque le résonateur est très amorti, la courbe précédente ne présente plus de maximum et la résonance disparaît. Le système peut se synchroniser avec n'importe quelle vibration et l'amplitude d'ailleurs faible, reste sensiblement la même pour toutes les fréquences. C'est le cas des *membranes* utilisées dans le téléphone et le phonographe, et aussi du tympan dans l'oreille.

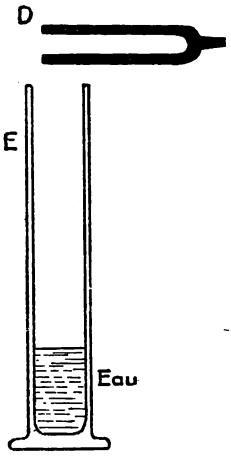


FIG. 145.

Pour un certain niveau de l'eau, l'air de l'éprouvette entre en résonance.

202. Résonateurs acoustiques.

Les résonateurs utilisés en Acoustique sont des vases creux renfermant de l'air. Suivant la forme et les dimensions de la cavité, l'air intérieur entre en vibration pour une fréquence excitatrice bien déterminée et le système émet un son que l'on entend quand on souffle doucement à l'ouverture.

EXPÉRIENCE. — Faisons vibrer un diapason D près de l'ouverture d'une longue éprouvette E (fig. 145). Versons progressivement de l'eau dans l'éprouvette. Pour un certain niveau de l'eau, le son du diapason est considérablement renforcé et on l'entend dans toute la salle. Nous verrons, dans la théorie des tuyaux sonores, qu'il s'est alors formé dans l'air de l'éprouvette un système stable d'ondes stationnaires.

devient très faible.

Si maintenant l'on modifie un peu le niveau de l'eau, ou encore si l'on emploie un diapason de fréquence différente, le son que l'éprouvette constitue un ***résonateur sélectif,*** car elle renforce considérablement

La résonance est donc aiguë; on dit encore un son déterminé et très peu les sons voisins.

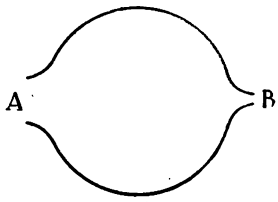


FIG. 146.
Résonateur sphérique.

Résonateurs sphériques. — L'éprouvette précédente pourrait renforcer plusieurs sons tels que la longueur de la colonne d'air intérieure soit égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'onde (§ 264). On réalise un résonateur plus sélectif en lui donnant une forme sphérique. Le résonateur de Helmholtz comprend une sphère creuse en laiton présentant deux ouvertures diamétralement opposées, dont l'une large A fait face à la source sonore, l'autre B plus étroite étant en relation avec l'oreille (fig. 146). Chaque appareil ne résonne que sous l'action excitatrice d'un certain son simple, dont la hauteur dépend du diamètre de la cavité. On peut ainsi disposer de toute une série de résonateurs sphériques de dimensions différentes, chacun d'eux résonant pour une fréquence connue. Ces résonateurs sont utilisés dans l'analyse des sons complexes et dans l'étude du timbre d'un son (§ 248).

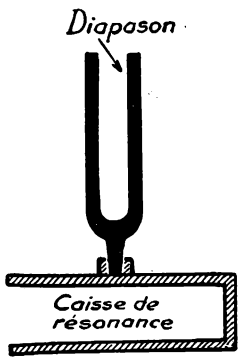


FIG. 147.
Caisse de résonance d'un diapason.

Caisses de résonance. — Ce sont des cavités destinées le plus souvent à renforcer tous les sons possibles. Ainsi, les vibrations d'une corde de violon se transmettent à la caisse de l'instrument et l'on entend un son intense.

Les diapasons utilisés en Physique sont généralement fixés chacun sur une caisse de résonance en sapin, ayant la forme d'un parallélépipède de dimensions convenablement choisies (fig. 147). Les vibrations du diapason se transmettent à la colonne d'air intérieure, qui emprunte de l'énergie au diapason et la diffuse dans l'espace environnant. Le son perçu ainsi est intense, mais il dure moins longtemps que si l'on tenait à la main la tige du diapason.

ACOUSTIQUE

CHAPITRE XXVI

NATURE VIBRATOIRE DU SON

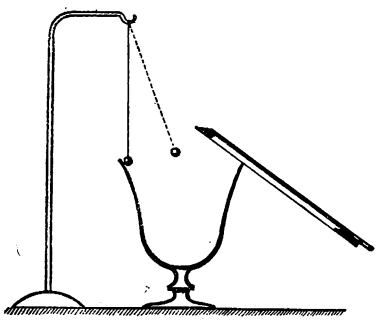


Fig. 148.
Vibrations d'une cloche de verre.

203. Nature physique du son.

Les expériences suivantes, parmi beaucoup d'autres, nous prouvent que *le son est dû à un mouvement vibratoire.*

1° Une *cloche de verre ou de métal* est fixée par son sommet (fig. 148); une petite bille d'acier suspendue par un fil appuie sur le bord de la cloche. Si l'on frappe légèrement sur la cloche, ou mieux encore si on la fait vibrer à l'aide d'un archet, elle émet un son et la bille d'acier est violemment projetée.

2° L'expérience se fait de la même manière avec un *diapason* fixé sur sa caisse de résonance et que l'on met en vibration en frappant l'une de ses branches avec un marteau feutré (fig. 149); la petite bille d'acier B, suspendue à un fil, est vivement repoussée chaque fois qu'elle revient en contact avec le diapason.

L'enregistrement des vibrations d'un diapason (§ 173) a montré qu'elles étaient sinusoïdales.

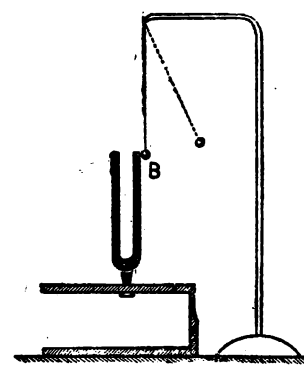


Fig. 149.
Vibrations d'un diapason.

3° Une ***plaque métallique,*** carrée ou circulaire, est fixée en son centre et maintenue horizontale (fig. 150). Frottons ses bords en A

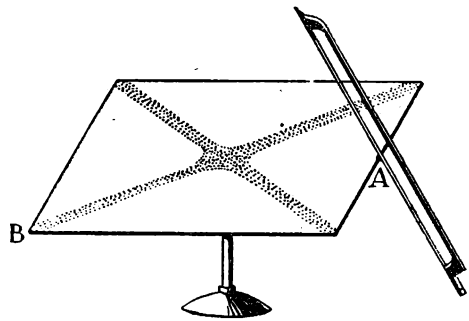


FIG. 150.
Vibrations d'une plaque. Le sable s'accumule sur les lignes nodales

avec un archet, en immobilisant avec le doigt un autre point B du bord : on entend un son assez peu agréable. Saupoudrons la plaque de sable fin : le sable sautille d'abord vivement par endroits, puis il se rassemble sur certaines lignes, les *lignes nodales*, où la plaque reste au repos. La disposition de ces lignes dépend à la fois du point A frotté par l'archet et du point B immobilisé par le doigt.

4° On peut mettre en évidence les vibrations de l'air d'un ***tuyau sonore*** en utilisant un tuyau dont l'une des parois est en verre (fig. 151). On

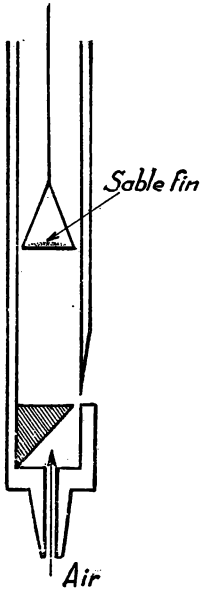


FIG. 151.
Vibrations de l'air d'un tuyau.

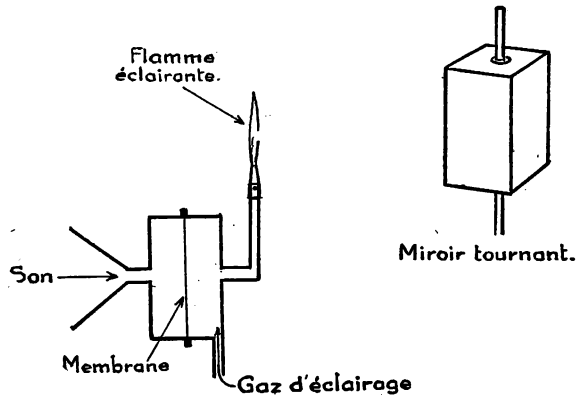


FIG. 152.
Examen de la flamme manométrique au miroir tournant.

descend à l'intérieur, à l'aide d'un fil, une membrane de baudruche tendue sur un anneau et saupoudrée de sable fin : lorsque le tuyau émet un son, on voit le sable sauter sur la membrane.

5° Les vibrations de l'air peuvent encore être décelées par le procédé très sensible de la ***capsule manométrique à flamme*** (fig. 152). C'est une petite boîte divisée en deux compartiments par une membrane élastique; dans l'un des compartiments arrive du gaz d'éclairage, qui sort par un autre tube au bout duquel il brûle en donnant une flamme verticale étroite; l'autre compartiment est en relation avec la source sonore. La flamme est examinée au miroir tournant (§ 174).

Par exemple, mettons la capsule manométrique en communication avec un pavillon devant lequel on produit un son; les vibrations de l'air sont ainsi transmises à la membrane.

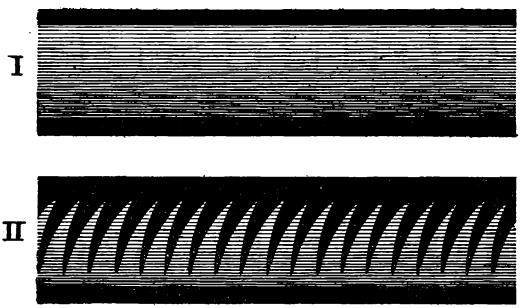


FIG. 153.
Aspects de la flamme au miroir tournant :
I. lorsque la membrane ne vibre pas,
II. lorsque la membrane vibre.

Si l'on regarde la flamme directement, son aspect ne paraît pas modifié. Mais, dans le miroir tournant, alors que nous avions, en l'absence de vibrations de la membrane, une bande lumineuse de hauteur uniforme, nous apercevons maintenant une *bande lumineuse dentelée* (fig. 153). Il suffit, pour obtenir les dentelures, de parler dans le pavillon.

PROPAGATION DU SON

204. Le son ne se transmet pas dans le vide.

Pour que nous percevions un son, il doit exister, entre la source sonore et notre oreille, une succession ininterrompue de milieux élastiques pouvant vibrer.

En effet, le son ne se propage pas dans le vide, comme le montre l'expérience suivante.

Expérience. — A l'intérieur d'une cloche de verre reposant sur la platine d'une machine pneumatique se trouve une sonnerie électrique que l'on actionne de l'extérieur en fermant le circuit (fig. 154) : on entend alors la sonnerie. Mais si l'on raréfie l'air de la cloche, le son diminue progressivement; lorsque le vide est atteint, l'oreille n'entend plus rien, bien que l'on voie le marteau frapper sur le timbre. On perçoit à nouveau le son quand on laisse rentrer l'air.

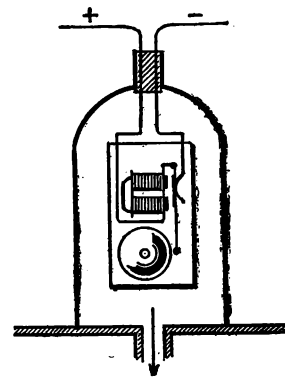


Fig. 154.

On n'entend plus la sonnerie lorsqu'on fait le vide dans la cloche.

205. Propagation dans les milieux matériels élastiques.

Tout milieu élastique, solide, liquide ou gazeux, peut transmettre le son.

1° **Solides.** — Le son nous arrive à travers un mur épais.

Le roulement d'une voiture dont la roue est ferrée peut s'entendre à plusieurs kilomètres de distance, en appliquant l'oreille sur le sol. Si l'on gratte légèrement avec la pointe d'une épingle l'extrémité d'une longue poutre ou d'une table, on entend nettement le son en appliquant l'oreille à l'autre bout.

Toutes ces expériences montrent que le son est transmis par les solides.

2° **Liquides.** — Les scaphandriers entendent, assez médiocrement d'ailleurs, les sons produits dans l'air au-dessus de la surface de l'eau.

L'expérience suivante montre bien la propagation du son par les liquides.

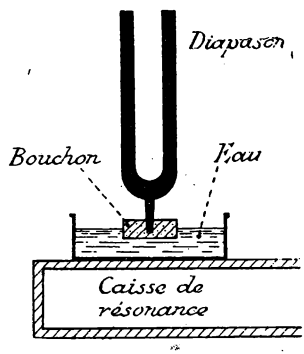


Fig. 155.

Transmission du son par l'eau.

Expérience. — Sur la caisse de résonance d'un diapason, plaçons un vase mince rempli d'eau (fig. 155) et plongeons dans cette eau la queue du diapason, fixée dans un bouchon plat. Les vibrations du diapason sont transmises par l'eau jusqu'à la caisse de résonance et on entend le son. Quand on enlève le diapason pour que le bouchon ne touche plus l'eau, le son devient très faible.

3° **Gaz.** — C'est le plus souvent par l'air que le son parvient à notre oreille; les autres gaz transmettent aussi le son.

CHAPITRE XXVII

VITESSE DE PROPAGATION DU SON

206. Le son ne se propage pas instantanément.

Des faits d'observation courante le montrent : nous voyons l'éclair avant d'entendre le tonnerre; nous apercevons la fumée d'un coup de fusil avant d'entendre le coup, etc.

207. Dans un milieu homogène, le son se propage avec une vitesse constante.

Un grand nombre d'expériences, faites surtout dans l'air, l'ont montré.

Tous les sons se propagent avec la même vitesse dans un même milieu; s'il en était autrement, il en résulterait pour l'oreille une véritable cacophonie à une certaine distance d'un orchestre.

Par contre, *la vitesse du son dépend du milieu dans lequel il se propage.*

Nous allons étudier successivement les mesures de la vitesse du son :

1° dans l'air, — 2° dans les gaz, — 3° dans les liquides et les solides.

I. — MESURES DIRECTES DE LA VITESSE DU SON DANS L'AIR

208. Méthode du canon. Expériences de 1738.

Les premières expériences précises, effectuées sous la direction de l'*Académie des sciences*, eurent lieu en 1738 entre Montmartre et Montlhéry. Elles furent faites par la ***méthode du canon.*** On tirait le canon à Montmartre; un observateur situé à Montlhéry voyait d'abord la lumière, puis il entendait le son. Comme la vitesse de la lumière est très grande (300 000 km par seconde), la durée de propagation de la lumière est négligeable, et le temps qui s'écoulait entre les deux perceptions lumineuse et sonore mesurait la durée θ de propagation du son. Le quotient de la distance des deux stations (22 910 mètres) par la durée de propagation θ donnait la vitesse du son.

209. Méthode des coups réciproques. Expériences de 1822.

Les mêmes expériences furent reprises en 1822, entre Villejuif et Monthléry, par des membres du *Bureau des longitudes*. Pour éviter les *erreurs dues à l'influence du vent* qui modifie la durée du trajet de l'onde sonore, ils employaient la méthode des *coups réciproques* : chaque poste était alternativement émetteur et récepteur, les coups étant tirés de 5 minutes en 5 minutes. La moyenne des résultats fut de 337,2 mètres par seconde à 10°, soit à peu près 331,1 m/s à 0°.

Une autre cause d'erreur tient au chronomètre lui-même et à ce qu'on appelle l'*équation personnelle de l'observateur*. Il s'écoule, en effet, un certain temps entre le moment où l'observateur perçoit la sensation et le moment où il agit sur le chronomètre; ce retard, variable d'un observateur à l'autre, n'est pas nécessairement le même lors de la perception lumineuse et de la perception sonore. C'est pourquoi on a remplacé l'observation par l'enregistrement graphique.

210. Expériences de Regnault à l'air libre. Enregistrement graphique.

Ces expériences furent faites en 1868 près de Versailles, au polygone de Satory. L'onde sonore produite par le canon était reçue par une membrane distante de 2 850 mètres. Sur une bande de papier que déroulait un petit moteur, on enregistrait le départ et l'arrivée de l'onde sonore, les battements d'un pendule donnant la demi-seconde, et le mouvement d'un diapason entretenu électriquement, de fréquence 50 environ.

Comme les expérimentateurs de 1822, Regnault utilisait la méthode des coups alternés; mais il s'arrangeait pour que deux coups alternés soient à peu près simultanés. Malgré cela, les différences entre les mesures atteignirent 1 m/s; Regnault les attribuait surtout à l'action capricieuse du vent.

La moyenne des résultats obtenus, ramenée à la température 0°, fut de 330,7 mètres par seconde.

211. Mesure de la vitesse du son dans un tuyau.

L'erreur due à la vitesse du vent n'existe plus si l'on opère dans l'air calme d'un tuyau; d'autre part, la température et la composition du gaz sont alors bien déterminées.

Remarquons cependant que le problème est différent du précédent. Dans l'air libre, le son se propageait par ondes sphériques; dans l'air d'un tuyau, la propagation se fait par ondes planes. De plus, l'expérience montre que l'onde se déforme en se propageant.

Les expériences de mesures de la vitesse du son dans l'air des tuyaux furent faites d'abord par Regnault, puis par Violle et Vautier.

En voici le principe :

Le pistolet P, chargé à blanc, produit un son à l'extrémité A d'un long tuyau. Le son se propage jusqu'à l'autre extrémité B, où il agit sur la membrane d'une capsule manométrique *m*, en relation par

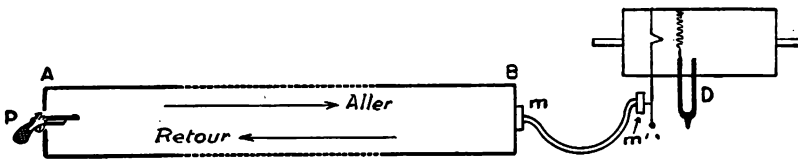


Fig. 156. — Schéma de la mesure de la vitesse du son dans un tuyau.

un tube de caoutchouc avec une autre capsule *m'*, qui agit sur le stylet inscripteur (fig. 156). Sur le même cylindre, on enregistre les signaux d'un pendule qui bat la seconde, ainsi que les vibrations d'un diapason, ce qui permet de mesurer le $\frac{1}{100}$ de seconde.

L'onde sonore se réfléchit en B, arrive en A où elle se réfléchit également, revient en B où elle produit une nouvelle inscription sur le cylindre, et ainsi un grand nombre de fois. Le stylet, mû par la membrane *m'*, trace alors sur le cylindre une hélice, qui présente des encoches régulièrement espacées. Le temps θ compris entre deux encoches correspond à un trajet de l'onde sonore égal à deux fois la longueur du tuyau. On mesure le temps θ sur le cylindre enregistreur, en laissant de côté le premier parcours pour lequel le phénomène est plus complexe, l'onde ne devenant plane qu'à une certaine distance du pistolet.

Regnault trouvait que la vitesse du son dans un tuyau rectiligne dépend du diamètre du tuyau; cette vitesse augmente avec le diamètre du tuyau et elle tend vers la même valeur qu'à l'air libre lorsque le diamètre est assez grand. Cette valeur limite est de 330,6 mètres par seconde à 0°.

Nous adopterons donc le résultat suivant :

La vitesse du son dans l'air, à 0°, est de 331 mètres par seconde.

II. — VITESSE DU SON DANS LES GAZ. — MÉTHODES INTERFÉRENTIELLES

212. — Le son étant dû à un mouvement vibratoire, nous allons retrouver en Acoustique les phénomènes généraux indiqués dans l'étude des mouvements vibratoires, en particulier les *interférences* et la production d'*ondes stationnaires* par réflexion. Ces phénomènes

permettront la mesure de la longueur d'onde λ et, par suite, une détermination *indirecte* de la vitesse d'après la relation :

$$V = \frac{\lambda}{T} = N\lambda.$$

Nous étudierons deux mesures applicables aux gaz :

1° la méthode du *trombone à coulisse de Kœnig*, basée sur les phénomènes d'interférences;

2° la méthode du *tube de Kundt*, qui utilise les ondes stationnaires.

213. Trombone de Kœnig.

L'appareil se compose de deux tubes métalliques ABC et AB'C, formant deux dérivations dans lesquelles peut se propager le son venant d'un diapason D ou d'un tuyau sonore (fig. 157). Ces deux branches se réunissent en C et se continuent par un tube de caoutchouc qui se rend à l'oreille de l'observateur (ou encore à une capsule manométrique à flamme).

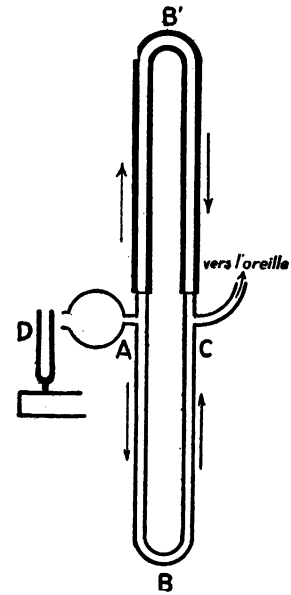


FIG. 157.

Mesure de la vitesse du son par la méthode du trombone.

Lorsque les deux chemins ABC et AB'C sont égaux, les ondes sonores qui ont respectivement suivi les deux trajets sont en phase en C; comme elles arrivent par des chemins opposés, leurs élongations sont à chaque instant de signes contraires, d'où variations de pression transmises par le tube de caoutchouc : l'observateur perçoit le son.

Lorsque la différence des trajets est égale à $\frac{\lambda}{2}$, les ondes arrivent en opposition de phase au point C, et l'observateur n'entend plus rien. En continuant à allonger le trajet AB'C, on perçoit un son d'intensité maximum pour une différence de chemin égale à λ; puis, nouveau silence pour un différence de trajet de $\frac{3\lambda}{2}$ etc.

Pour passer d'un silence au suivant, il faut donc allonger le trajet AB'C de λ, c'est-à-dire faire glisser le tube mobile de $\frac{\lambda}{2}$. Une règle graduée permet de mesurer ce déplacement et, par suite, de connaître λ.

Or, $\lambda = \frac{V}{N}$, N étant la fréquence du son émis en A; donc .

$$V = N\lambda.$$

Connaissant N et λ, on calcule ainsi la vitesse V du son dans le gaz du tuyau. Les expériences peuvent être faites avec divers gaz et à des températures différentes.

A vrai dire, la théorie de l'appareil est plus complexe que celle que nous venons d'indiquer. Il se produit, dans le tuyau formé par les deux tubes, un système d'ondes stationnaires; pour que les maxima du son aient une intensité suffisante, la somme des deux longueurs ABC et AB'C doit être assez voisine d'un multiple entier de λ.

214. Tube de Kundt.

Une tige AB, en verre ou en métal, est fixée en son milieu O par un bouchon, à l'extrémité d'un long tube de verre (fig. 158). En frottant, de O vers A, avec du drap enduit de colophane, la partie extérieure de la tige, on la met en vibrations longitudinales et elle émet un son de fréquence élevée. Par l'intermédiaire du piston B, qui ne touche pas les parois du tube, la colonne d'air intérieure vibre longitudinalement. L'autre extrémité du tube est fermée par le piston P, que l'on peut enfoncer plus ou moins. En plaçant convenablement ce piston, on parvient à réaliser à l'intérieur du tube un système stable d'ondes stationnaires, avec un nœud de vitesse en B et en P. Or, ce mouvement de l'air peut être décelé au moyen d'une poudre légère (liège finement râpé ou lycopode), étalée à l'avance en couche très mince. La poudre sautille aux ventres, où elle forme des rides régulières, phénomène assez mal expliqué; aux nœuds de vitesse, par contre, elle se rassemble en petits tas immobiles, ou encore elle forme des espaces elliptiques vides. L'expérience réussit d'autant mieux que l'on a mis moins de poudre dans le tube.

FIG. 158. — Tube de Kundt.

La longueur qui sépare deux nœuds consécutifs étant égale à $\frac{\lambda}{2}$ on mesure la distance entre un certain nombre de nœuds et on en déduit λ. Comme $\lambda = \frac{V}{N}$, on pourrait déterminer la vitesse V du son dans le gaz qui remplit le tuyau, si l'on connaissait la

fréquence N du son émis par la tige; or, cette détermination de N est assez difficile et la méthode se prête mieux à des mesures relatives.

Par exemple, mesurons la longueur d'onde λ, dans l'air, du son produit par la tige; puis, à l'aide des tubulures a, a', soudées dans la paroi du tube, remplissons l'appareil d'un autre gaz, tel que l'anhydride carbonique, et mesurons la longueur d'onde λ' dans ce gaz du son émis par la même tige. Les vitesses V et V′ correspondantes sont proportionnelles aux longueurs d'ondes :

$$\frac{V}{V'} = \frac{\lambda}{\lambda'}.$$

On peut ainsi connaître la vitesse V′ du son dans le gaz étudié, puisque la vitesse V dans l'air est connue.

215. Résultats.

Voyons comment la vitesse du son dans un gaz varie avec les divers facteurs : pression, température, nature du gaz.

1° **Influence de la pression.** — La vitesse du son dans un gaz est ***indépendante de la pression;*** des expériences directes, faites en particulier dans le Tyrol, ont permis de le vérifier.

2° **Influence de la température.** — Dans un même gaz, la vitesse du son augmente avec la température conformément à la loi suivante :

La vitesse du son dans un gaz est proportionnelle à la racine carrée du binôme de dilatation.

V_0 désignant la vitesse du son dans le gaz à 0°, V la vitesse à la température t, $\alpha = \frac{1}{273}$ le coefficient de dilatation du gaz, on a la relation :

$$\boxed{V = V_0 \sqrt{1 + \alpha t}.}$$

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *La vitesse du son dans l'air à 0° étant de 331 m par seconde, calculer la vitesse du son dans l'air à 15°.*

La formule précédente donne :

$$V = 331 \sqrt{1 + \frac{15}{273}} = 331 \sqrt{\frac{288}{273}} = 340 \text{ m/s}.$$

REMARQUE. — La relation précédente peut encore se mettre sous la forme :

$$V = V_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273}} = V_0 \frac{\sqrt{273 + t}}{\sqrt{273}}.$$

Or, $273 + t$ est la température absolue T :

$$V = \frac{V_0}{\sqrt{273}} \sqrt{T},$$

ce que l'on peut énoncer :

La vitesse du son dans un gaz est proportionnelle à la racine carrée de la température absolue.

3° **Influence de la nature du gaz.** — L'expérience montre que le son se propage plus lentement dans les gaz lourds que dans les gaz légers, la loi de variation étant la suivante :

Pour des gaz de même atomicité, la vitesse du son est inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité.

Soient deux gaz de même atomicité, c'est-à-dire dont les molécules contiennent le même nombre d'atomes; V et V′ désignant les vitesses du son dans les deux gaz à la même température, d et d' leurs densités par rapport à l'air, on a la relation :

$$\frac{V}{V'} = \frac{\sqrt{d'}}{\sqrt{d}} \qquad \text{ou :} \qquad \boxed{V\sqrt{d} = \text{Constante.}}$$

Application numérique. — *La vitesse du son dans l'air à 0° étant de 331 mètres par seconde, calculer la vitesse du son dans l'hydrogène à la même température.*

L'hydrogène est un gaz diatomique (molécule H_2); l'air est principalement formé d'azote (N_2) et d'oxygène (O_2), qui sont des gaz diatomiques. On peut donc appliquer la loi précédente. Comme la densité de l'hydrogène par rapport à l'air a pour valeur $d = \frac{2}{29}$, la vitesse du son dans l'hydrogène à 0° est de :

$$V = 331 \sqrt{\frac{29}{2}} = 1\,260 \text{ mètres par seconde.}$$

216. Formule de Laplace.

Les lois précédentes se trouvent résumées dans la formule de Laplace :

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{C}{c} \cdot \frac{p_0(1 + \alpha t)}{a_0 d}}.}$$

dans laquelle :

V est la vitesse du son dans le gaz considéré;
p_0 la pression normale de 76 cm de mercure;
a_0 la masse spécifique normale de l'air;

d la densité du gaz par rapport à l'air;

t la température centésimale du gaz;

et $\frac{C}{c}$ le rapport des deux chaleurs spécifiques du gaz, à pression constante et à volume constant.

Le rapport $\frac{C}{c}$ dépend de l'atomicité du gaz :

Pour les gaz monoatomiques (argon et autres gaz rares de l'air), $\frac{C}{c} = 1{,}67$.

Pour les gaz diatomiques (hydrogène, oxygène, azote, acide chlorhydrique, oxyde de carbone), $\frac{C}{c} = 1{,}40$.

Le rapport $\frac{C}{c}$ diminue à mesure que la molécule devient plus complexe.

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *En utilisant la formule de Laplace, calculer la vitesse du son dans l'air sec à 0°.*

Evaluons toutes les grandeurs dans le système C. G. S. :

$p_0 = 76 \times 13{,}6 \times 981$ baryes;

$a_0 = 0{,}001\,293$ gramme par cm³;

$\frac{C}{c} = 1{,}40$ environ (l'air étant un mélange formé principalement d'azote et d'oxygène, gaz diatomiques).

On obtient :

$$V = \sqrt{\frac{1{,}40 \times 76 \times 13{,}6 \times 981}{0{,}001\,293}} = 3{,}31 \times 10^4 \text{ cm/s}$$

$$V = 331 \text{ mètres par seconde.}$$

C'est bien le résultat trouvé expérimentalement.

III. — VITESSE DU SON DANS LES LIQUIDES ET LES SOLIDES

Les mesures directes de la vitesse du son dans les liquides et dans les solides ont été peu nombreuses. Nous allons citer seulement les expériences de Colladon et Sturm pour la détermination de la vitesse dans l'eau, et celles de Biot dans la fonte. On utilise maintenant des méthodes interférentielles.

217. Vitesse du son dans les liquides.

Colladum et Sturm mesurèrent la vitesse du son *dans l'eau* du lac de Genève, entre deux bateaux distants de 13,5 km.

Au poste émetteur, la source sonore était une cloche située à 1 mètre au-dessous du niveau de l'eau. Un levier actionnait le marteau qui frappait sur la cloche et, en même temps, enflammait un tas de poudre (fig. 159).

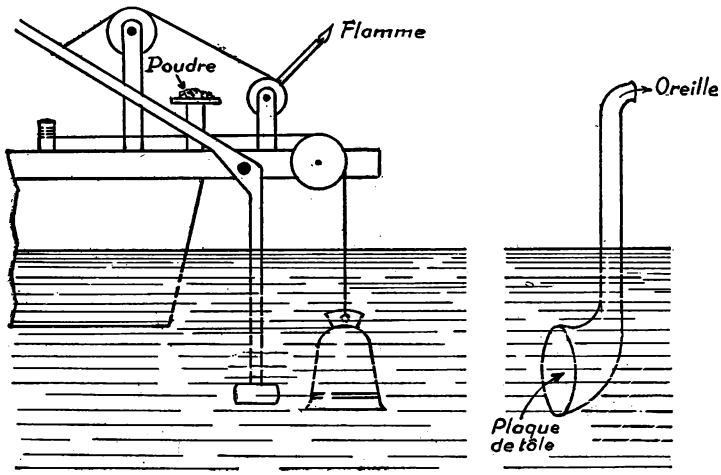


FIG. 159.
Mesure de la vitesse du son dans l'eau.

Au poste récepteur, on mettait en marche un chronomètre lorsqu'on apercevait la lueur, et on l'arrêtait lorsque parvenait le son transmis par l'eau. Pour cela, on recevait le son à l'aide d'un tube, évasé en bas et fermé par une tôle mince; ce tube était donc vide d'eau et plein d'air, condition nécessaire pour entendre le son, car dans un cornet acoustique ouvert à la partie inférieure, on n'entend rien.

On trouva ainsi : $V = 1\,435$ mètres par seconde, à la température de 8°.

Dans *l'eau de mer*, en utilisant les ultra-sons, on a obtenu $V = 1\,500$ m/s.

Pour *les autres liquides*, on a utilisé la méthode des ondes stationnaires qui a donné : dans le chloroforme, $V = 900$ m/s; dans le benzène, $V = 1\,250$ m/s.

218. Vitesse du son dans les solides.

En étudiant la propagation du son dans l'air des tuyaux, Biot détermina également la vitesse du son dans la fonte.

Au centre du tuyau, près de l'un des bouts, il plaçait un timbre; un marteau frappait en même temps le tuyau et le timbre. A l'autre bout, distant d'environ 1 km, on entendait alors deux sons, l'un transmis par la fonte du tuyau et l'autre par l'air. Désignons par t l'intervalle de temps qui s'écoule entre les réceptions de ces deux sons, par l la longueur du tuyau, par V et V′ les vitesses du son dans l'air et dans la fonte. La relation :

$$\frac{l}{V} - \frac{l}{V'} = t,$$

permet de calculer V′.

Le procédé manque de précision; par des méthodes indirectes, on a trouvé, comme vitesse du son dans la fonte : V′ = 3 500 mètres par seconde.

RÉFLEXION DU SON

219. Echo.

Le son peut se réfléchir sur un obstacle, même irrégulier, pourvu que ses dimensions soient assez grandes, comme un mur, un groupe d'arbres, une colline. Les roulements du tonnerre proviennent surtout de la réflexion du son sur les nuages. Si l'obstacle est sensiblement normal à la droite qui joint son milieu à la source sonore, le son revient partiellement vers la source émettrice : c'est le phénomène de l'*écho*.

L'expérience a montré que l'oreille peut distinguer deux sons brefs lorsque l'intervalle de temps qui sépare leurs perceptions est égal au moins à un dixième de seconde. Etant donné que le son parcourt environ 340 mètres par seconde dans l'air, 1/10 de seconde correspond à un trajet de 34 mètres; la distance parcourue par le son réfléchi, aller et retour, doit donc être supérieure à 34 mètres, c'est-à-dire l'obstacle situé à plus de 17 mètres de l'observateur.

Supposons maintenant une personne qui parle à une certaine distance d'un obstacle, en prononçant cinq syllabes par seconde. La syllabe à son retour sera distincte de la même syllabe émise, et se superposera à la syllabe suivante si l'obstacle est situé à 34 mètres : on dit que l'écho est *monosyllabique*. On connaît des échos qui répètent 20 syllabes sans superposition, ce qui exige une distance de l'ordre de 700 mètres et des dimensions considérables pour l'obstacle.

Enfin, plusieurs obstacles peuvent se renvoyer le son par des réflexions successives et reproduire plusieurs fois de suite le même son ou la même phrase : ce sont les *échos multiples*.

Dans une salle, les réflexions multiples sur les murs, sans donner d'écho à proprement parler, puisque l'obstacle est souvent trop rapproché, produisent une *résonance* fort gênante. On cherche à améliorer l'*acoustique* des salles en recouvrant les murs d'étoffes qui absorbent le son et empêchent les réflexions.

220. Réflexion sur un miroir concave.

Pour montrer la réflexion sur les surfaces courbes, on utilise deux grands miroirs sphériques concaves, disposés en regard l'un de l'autre, de manière que leurs axes principaux coïncident (fig. 160). Si l'on place une montre au foyer F du miroir M, on perçoit le tic tac de

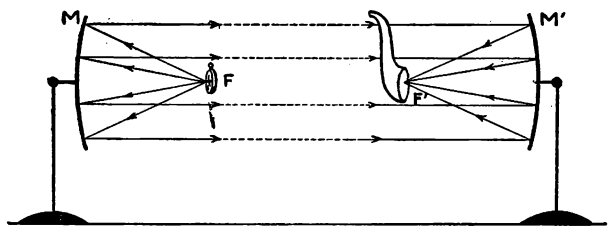


FIG. 160.

On entend distinctement en F' le tic tac de la montre placée en F.

la montre en disposant, au foyer F' du second miroir, le pavillon d'un cornet acoustique. Si l'on déplace la montre ou le cornet acoustique, le bruit de la montre devient imperceptible.

On peut encore déceler les vibrations sonores transmises au foyer du miroir M' à l'aide d'une flamme sensible.

Enflammons le gaz d'éclairage qui sort, sous forte pression, d'un orifice étroit; nous obtenons une flamme longue et éclairante. Pour une pression suffisante, la flamme se met à ronfler. En réalisant une pression légèrement inférieure à cette dernière, on obtient une *flamme sensible*, qui s'aplatit et diminue d'éclat lorsqu'on produit à proximité certains sons de fréquence élevée.

EXPÉRIENCE. — Reprenons l'expérience des deux miroirs concaves, en plaçant au foyer F du premier miroir un sifflet, et au foyer F' du second miroir une flamme sensible (fig. 161). Lorsque le sifflet fonctionne, la flamme sensible décèle un mouvement vibratoire intense. Il suffit même, pour agir sur la flamme, d'agiter en F un trousseau de clefs.

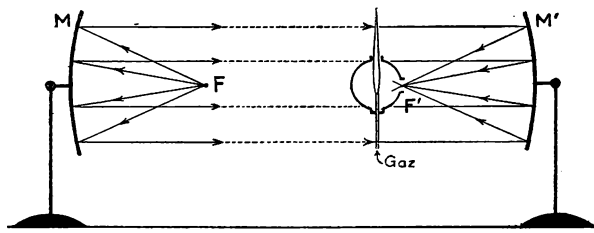


FIG. 161.

La flamme sensible décèle en F' un mouvement vibratoire intense quand on agite en F un trousseau de clefs.

Si l'on place au foyer F une boîte à musique, la flamme sensible se raccourcit à chaque note de la boîte à musique.

Dans certaines salles, la voûte elliptique joue, pour le son, le rôle de miroir réfléchissant; deux personnes placées aux foyers de l'ellipse peuvent ainsi converser à voix basse.

PROBLÈMES

1. Calculer la vitesse du son dans l'hydrogène à la température de 20°. On prendra 331 m par seconde comme vitesse du son dans l'air à 0°.

2. Un son de fréquence 435 vibrations par seconde se propage dans l'air sec à la température de 15°. Calculer la longueur d'onde correspondante.

Vitesse du son dans l'air à 0° : 331 m/s.

3. Un tube de Kundt excité par une tige vibrant longitudinalement à la fréquence de 2 000 périodes par seconde, est rempli d'air. La vitesse de propagation du son dans l'air à la température considérée étant de 340 m par seconde, calculer la distance de deux nœuds consécutifs.

(*Bacc. Philosophie*, Bordeaux, 1948.)

4. 1° Un trombone de Kœnig est plein d'air à 0°. Il comprend une partie fixe AMB et une coulise ANB, se déplaçant devant une règle graduée. Un diapason de fréquence N vibre en A, et un observateur écoute en B. L'appareil étant réglé de façon que le son en B soit nul, on titre sur la coulisse. Le son est à nouveau nul lorsque la coulisse a été déplacée de 33 cm. Sachant que la vitesse du son dans l'air sec à 0° est 330 m/s, quelle est la fréquence du diapason ? (Justifier la méthode employée.)

2° On remplace l'air par de l'hydrogène à 0°. Pour obtenir deux silences consécutifs en B, il faut tirer la coulisse de 125,6 cm. Quelle est la densité de l'hydrogène par rapport à l'air ?

3° Le trombone étant à nouveau plein d'air sec, on l'entoure d'une enceinte portée à la température t. Pour obtenir deux intensités nulles consécutives en B, il faut, cette fois, tirer la coulisse de 36,3 cm. Déterminer la température t.

(*Bacc. Sc. exp.*, Caen, 1948.)

CHAPITRE XXVIII

QUALITÉS PHYSIOLOGIQUES DES SONS MUSICAUX

221. Sons musicaux et bruits.

L'expérience a montré que les sons utilisés en musique correspondent à des mouvements périodiques : on les appelle ***sons musicaux.*** Ils produisent sur l'oreille une sensation uniforme. Ainsi, le son émis par une corde suffisamment tendue, que l'on fait vibrer, est un son musical.

Au contraire, lorsque le son perçu ne correspond pas à un mouvement périodique, ou encore lorsqu'il est trop bref pour que l'oreille puisse se rendre compte de sa périodicité, on le désigne sous le nom de ***bruit.*** Le choc du marteau sur l'enclume est un bruit.

Dans ce qui suit, nous allons nous occuper uniquement des sons musicaux. L'oreille les distingue les uns des autres par trois qualités :

l'intensité, — la hauteur, — et le timbre.

Nous définirons ces qualités et nous donnerons leur explication physique.

I. — INTENSITÉ

222. Définition.

L'intensité est la qualité qui nous fait dire qu'un son est fort ou faible.

223. Interprétation physique.

Pinçons une corde tendue pour la faire vibrer. Un observateur, dont la position est fixe par rapport à la corde, entend un son dont l'intensité diminue peu à peu, en même temps que les vibrations de la corde s'amortissent.

De même, frappons fortement un diapason placé sur sa caisse de résonance : le son émis est intense; frappons doucement le diapason : l'amplitude des vibrations est plus petite et le son émis est faible.

On peut en conclure que :

L'intensité du son croît avec l'amplitude du mouvement vibratoire.

224. Intensité nécessaire pour qu'un son soit entendu.

L'intensité d'un son varie dans le même sens que la puissance vibratoire reçue par l'oreille. Cette puissance vibratoire peut s'évaluer en ***watts par cm²*** (W/cm²); elle est proportionnelle au carré de l'amplitude

Pour une fréquence audible donnée, un son n'est perçu par l'oreille que si la puissance vibratoire est comprise entre une valeur *minimum* ***(seuil d'audibilité)*** et une valeur *maximum* ***(seuil de sensation douloureuse).***

Ces deux limites varient avec la fréquence du son. En particulier, l'oreille est surtout sensible aux sons aigus de fréquence 1 000 à 2 000. La puissance minimum perçue par l'oreille est alors de l'ordre de 10^{-16} W/cm², ce qui correspond, dans les conditions normales, à une amplitude de pression acoustique de 2.10^{-4} baryes environ.

225. Intervalle d'intensité auditive. Unités : bel et décibel.

On pourrait définir l'intervalle d'intensité auditive comme étant le rapport des puissances sonores :

$$I = \frac{P_2}{P_1}, \qquad I' = \frac{P_3}{P_2}.$$

Or :

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} \times \frac{P_2}{P_1} = I' \times I.$$

Avec cette définition, l'intervalle d'intensité auditive d'un son 3 à un son 1 serait égal au produit des intervalles d'intensité du son 3 au son 2 et du son 2 au son 1.

On peut transformer ce produit en une somme en utilisant les logarithmes; d'où la nouvelle définition :

L'intervalle d'intensité de deux sons est égal au logarithme vulgaire du rapport de leurs puissances sonores :

$$I = \log \frac{P_2}{P_1}.$$

Dans cette relation de définition, si $\frac{P_2}{P_1} = 10$, on obtient : $I = \log 10 = 1$. L'unité ainsi définie est le *bel :*

Le bel est l'intervalle d'intensité auditive de deux sons, dont le rapport des puissances sonores est 10.

$$\boxed{I^{\text{bels}} = \log \frac{P_2}{P_1}.}$$

On utilise plutôt le ***décibel*** (dbl) :

$$I^{\text{décibels}} = 10 \log \frac{P_2}{P_1}.$$

226. Echelle des intensités auditives.

L'intervalle unité étant défini, il suffit, pour définir l'échelle des intensités, de faire choix d'une origine arbitraire. On prend souvent comme intensité de référence l'intensité au seuil d'audibilité pour une fréquence égale à 1 000.

L'échelle totale, jusqu'au seuil de la sensation douloureuse, correspond à ***130 décibels*** environ.

227. Variation de l'intensité avec la distance.

Quand on s'éloigne de la source sonore, l'intensité du son diminue rapidement, car l'énergie vibratoire est répartie sur des surfaces de plus en plus grandes et l'amplitude des vibrations, *au voisinage de l'oreille*, est plus petite.

L'intensité sonore diminue beaucoup moins vite avec la distance lorsqu'on canalise les ondes dans un tuyau cylindrique ***(tuyau acoustique)***. Le même principe est appliqué dans le ***porte-voix*** (fig. 162) : le son se propage, dans le tube conique, de la partie la plus étroite (embouchure) à la partie la plus large (pavillon).

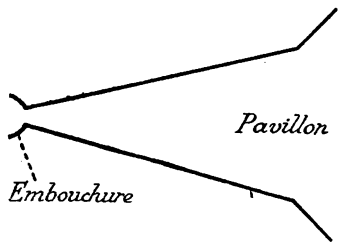


FIG. 162.
Porte-voix.

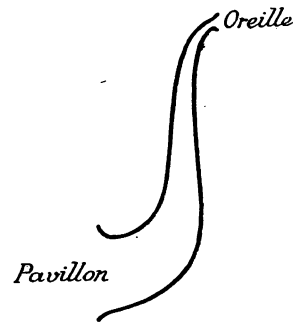


FIG. 163.
Cornet acoustique.

Dans le ***cornet acoustique*** (fig. 163), le son, recueilli par le pavillon, est canalisé jusqu'à l'oreille par un tube dont la section va en diminuant. L'énergie vibratoire reçue par l'oreille est d'autant plus grande que le pavillon est plus large : on peut ainsi entendre des sons qui ne seraient pas perçus directement.

II. — HAUTEUR

228. Définition.

La hauteur d'un son est la qualité que nous exprimons en disant que le son est grave ou aigu.

Les sons que donnent les longs tuyaux d'orgue ou les touches situées à la gauche d'un clavier de piano sont graves; les cordes fines des violons, les tuyaux courts de l'orgue et les touches de droite du piano donnent des sons aigus.

229. Interprétation physique.

La hauteur du son dépend uniquement de la fréquence du mouvement vibratoire.

Expérience. — Enregistrons sur le même cylindre les mouvements vibratoires de plusieurs diapasons (fig. 164); nous constatons que ***le son est d'autant plus aigu que la fréquence est plus élevée.***

La mesure de la hauteur d'un son revient donc à la détermination de sa fréquence.

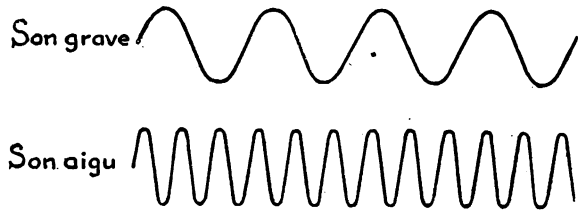


Fig. 164.
La hauteur du son dépend de la fréquence.

230. Mesure de la fréquence.

Pour déterminer la hauteur d'un son, on utilise l'un des procédés suivants.

1° **Méthode graphique.** — C'est la méthode la plus précise. Pour mesurer la fréquence du son émis par un diapason, par exemple, fixons un stylet, avec un peu de cire molle, à l'une des branches du diapason, et faisons-le vibrer, le stylet appuyant légèrement sur le cylindre enregistreur. A côté de la courbe inscrite par le diapason, nous enregistrons le mouvement d'un pendule qui bat la seconde. Le

nombre de sinuosités comprises entre deux battements du pendule nous donne la fréquence (fig. 165).

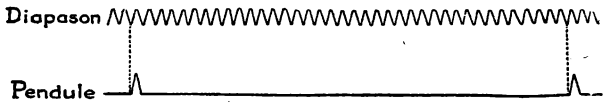


Fig. 165. — Mesure de la fréquence d'un diapason.

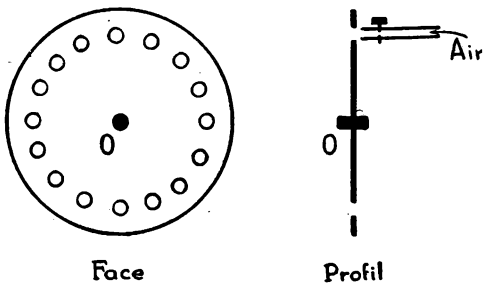


Fig. 166. — Sirène.

2° **Méthode de l'unisson.** — On utilise en général une *sirène*. C'est un disque de bois ou de métal, percé de trous équidistants à égale distance de l'axe, et qui peut tourner autour de cet axe (fig. 166). De l'air sous faible pression (quelques centimètres d'eau) arrive par un tube étroit à proximité du disque et en regard des trous. Quand le disque tourne, il se produit une perturbation périodique dans l'air qui s'échappe du tube; on entend alors un son lorsque le disque tourne assez vite. Désignons par n le nombre de trous et par p le nombre de tours par seconde. La fréquence N du son correspondant est :

$$N = n.p.$$

Le disque est entraîné par un petit moteur électrique, dont on peut régler la vitesse.

La *sirène de Cagniard-Latour* est elle-même son propre moteur. L'air de la soufflerie arrive dans une caisse cylindrique (fig. 167) et s'échappe par des trous percés dans le couvercle et disposés régulièrement sur une circonférence. Juste au-dessus, un disque mobile comprend un même nombre de trous semblablement disposés. Les trous du couvercle et ceux du dis-

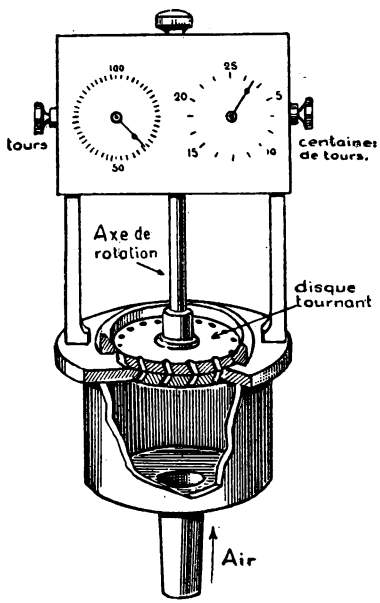


Fig. 167.
Sirène de Cagniard-Latour.

que sont inclinés en sens contraire, de telle sorte que l'air, qui s'échappe de la caisse à travers les trous du couvercle, fasse tourner le disque mobile. L'appareil fonctionne alors comme une turbine à air. La vitesse du disque est mesurée à l'aide d'un compteur de tours.

Pour déterminer la hauteur d'un son à l'aide d'une sirène, on produit le son à étudier en même temps qu'on fait tourner de plus en plus vite le disque de la sirène. Lorsque l'oreille juge que le son de la sirène et le son étudié ont même fréquence (on dit qu'ils sont à l'*unisson*), on libère le compteur de tours en même temps que l'on met en marche un chronomètre; on obtient ainsi le nombre p de tours par seconde qui, multiplié par le nombre n de trous, donne la fréquence du son.

231. Limite des sons audibles.

L'oreille ne perçoit les sons que dans un intervalle de fréquences allant de 16 à 20 000 environ; encore ces limites des sons audibles varient-elles beaucoup d'une oreille à l'autre.

Les sons inaudibles de fréquence supérieure à 20 000 sont appelés *ultra-sons*. Ils agissent sur la flamme sensible que nous avons déjà employée.

INTERVALLES MUSICAUX

232. Définition de l'intervalle musical.

Deux sons simultanés forment un ***accord.*** Or, l'expérience montre que l'impression auditive de cet accord ne dépend que du rapport des fréquences des sons fondamentaux.

Expérience. — Le disque d'une sirène comporte deux séries concentriques de trous, leur nombre étant n_1 pour la série extérieure et n_2 pour la série intérieure (fig. 168). Deux tubes étroits amènent l'air, sous faible pression, à proximité du disque et en regard de chaque série de trous. Lorsqu'on fait tourner le disque, on entend deux sons qui forment un accord.

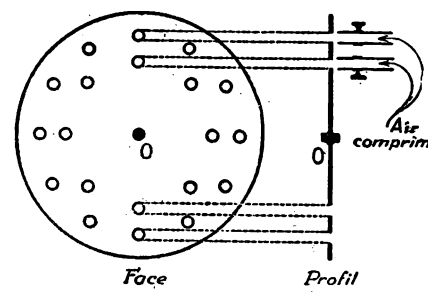


Fig. 168.

Les deux sons émis par la sirène forment un accord de quinte.

Supposons que $\frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2}$; l'accord entendu a reçu le nom d'accord

de *quinte*. Faisons tourner le disque de plus en plus vite; les sons deviennent de plus en plus aigus, mais le caractère de l'accord reste le même. Or, les fréquences des deux sons ont augmenté; seul leur rapport est resté constant et égal au rapport des nombres de trous, c'est-à-dire 3/2 dans l'exemple choisi. Nous en concluons que le caractère de l'accord dépend uniquement du rapport des fréquences; c'est ce rapport que les musiciens appellent *l'intervalle* des deux sons.

L'intervalle de deux sons musicaux est égal au rapport de leurs fréquences.

Désignons par N et N′ les fréquences de deux sons; leur intervalle a pour valeur :

$$\boxed{I = \frac{N'}{N}.}$$

En général, on met en numérateur la fréquence la plus élevée; l'intervalle est alors représenté par un nombre plus grand que l'unité.

233. Unisson. Octave.

Deux sons de même fréquence sont dits à l'***unisson;*** leur intervalle est égal à 1.

Lorsque les fréquences de deux sons se trouvent dans le rapport de 2 : 1, ces sons se ressemblent tant qu'on peut les considérer comme la répétition l'un de l'autre; ils sont dits à l'***octave.***

234. Intervalles harmoniques.

Les musiciens appellent *notes* des sons qui présentent entre eux des intervalles déterminés.

L'audition successive de diverses notes forme une *mélodie;* leur audition simultanée constitue l'*harmonie*. Or, pour que mélodie et harmonie soient agréables à l'oreille, les intervalles entre les notes doivent avoir certaines valeurs, assez arbitraires d'ailleurs. Parmi ces intervalles, il en est qui ont une importance particulière, car on les retrouve entre les divers harmoniques d'un même son : ce sont les ***intervalles naturels*** ou ***intervalles harmoniques.***

Voici les principaux de ces intervalles, avec les noms par lesquels on les désigne :

$\frac{3}{2}$ quinte,	$\frac{5}{4}$ tierce majeure,	$\frac{9}{8}$ ton majeur,
$\frac{4}{3}$ quarte,	$\frac{6}{5}$ tierce mineure,	$\frac{10}{9}$ ton mineur.

235. Gamme naturelle ou gamme de Zarlin.

Entre une note quelconque, que nous appellerons *tonique*, et la note de fréquence double, c'est-à-dire à l'octave aiguë de la tonique, on range un certain nombre de notes dont l'ensemble constitue une *gamme*. Les intervalles de ces notes avec la tonique étant arbitraires, il peut exister un très grand nombre de gammes. L'une d'entre elles, connue sous le nom *de gamme de Zarlin*, se distingue par ses qualités acoustiques et par l'importance des sons qui la composent, car elle utilise les intervalles harmoniques; aussi l'appelle-t-on encore *gamme harmonique* ou *gamme naturelle*.

Le tableau suivant donne les noms des notes de la gamme naturelle dite majeure, ainsi que les intervalles de ces notes avec la tonique :

ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2

Les trois notes *ut-mi-sol* forment l'*accord parfait majeur*.

A la note *ut*, les musiciens ont substitué *do*, plus facile à chanter.

La dernière note devient elle-même la tonique d'une nouvelle gamme, à l'octave aiguë de la première; les gammes successives sont numérotées — 1, 0, 1, 2, 3, 4, etc.

236. Fréquences absolues des notes de la gamme.

La fréquence d'une note de la gamme n'est déterminée que par rapport à la tonique ou à toute autre note. Pour fixer la fréquence d'une façon absolue, on a choisi arbitrairement le *la* égal à 435 vibrations par seconde et la gamme ainsi déterminée a reçu le numéro 3 :

$$\boxed{la_3 = 435 \text{ vibrations par seconde.}}$$

La fréquence d'une note quelconque peut alors être calculée facilement.

Application numérique. — *Calculer la fréquence de la note* ut_3.

$$\frac{la_3}{ut_3} = \frac{5}{3}. \quad \text{Donc :} \quad ut_3 = la_3 \times \frac{3}{5} = 435 \times \frac{3}{5} = 261 \text{ vib./s.}$$

On aurait par suite :

$$ut_2 = \frac{ut_3}{2} = 130 \text{ vib./s}; \quad ut_4 = ut_3 \times 2 = 522 \text{ vib./sec, etc.}$$

237. Intervalles des notes successives de la gamme.

Pour calculer l'intervalle de deux notes successives de la gamme, on fait le rapport des intervalles correspondants avec la tonique. On a, par exemple :

$$\frac{mi_3}{ré_3} = \frac{mi_3}{ut_3} \times \frac{ut_3}{ré_3} = \frac{mi_3}{ut_3} : \frac{ré_3}{ut_3} = \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{10}{9}.$$

On obtient ainsi les intervalles suivants :

Noms des notes :	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
Intervalles d'une note avec la tonique :	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Intervalles de deux notes successives :		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

Nous ne trouvons, d'une note à la précédente, que trois intervalles différents : le ton majeur $\frac{9}{8}$, le ton mineur $\frac{10}{9}$ et l'intervalle $\frac{16}{15}$ que l'on appelle demi-ton majeur.

Le ton majeur est supérieur au ton mineur de $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$.

Cet intervalle de $\frac{81}{80}$ s'appelle ***comma***.

238. Logarithmes acoustiques. Unité d'intervalle : le savart.

On simplifie les calculs relatifs aux gammes en prenant, pour mesurer un intervalle, non plus le rapport $\frac{N'}{N}$ des fréquences, mais le *logarithme ordinaire* de ce rapport. Les multiplications d'intervalles sont alors remplacées par des additions et les quotients par des soustractions. D'autre part, pour ne pas avoir à considérer des nombres trop petits, on convient de multiplier les logarithmes par 1 000. On a donc, avec cette nouvelle définition de l'intervalle :

$$I = 1\,000 \log \frac{N'}{N} = 1\,000 (\log N' - \log N).$$

Exemple : L'intervalle d'octave a pour valeur :

$$I = 1\,000 \log 2 = 1\,000 \times 0{,}301 = 301.$$

L'unité ainsi définie est appelée *savart* (abréviation σ) :

Le savart est l'intervalle de deux sons tels que la différence des logarithmes de leurs fréquences est 0,001.

Comme le savart est à la limite des intervalles que l'oreille peut distinguer, nous n'écrirons pas les fractions de savart.

239. Calcul en savarts des intervalles de la gamme naturelle.

Ton majeur : $\frac{9}{8}$ $\qquad \log \frac{9}{8} = 0{,}05115 \# 0{,}051.$

1 ton majeur = 51 savarts.

Ton mineur : $\frac{10}{9}$ $\qquad \log \frac{10}{9} = 0{,}04576 \# 0{,}046.$

1 ton mineur = 46 savarts.

Comma : $\frac{81}{80}$ $\qquad \log \frac{81}{80} = 0{,}00540.$

1 comma = 5,4 savarts # 5 savarts.

Demi-ton majeur : $\frac{16}{15}$ $\qquad \log \frac{16}{15} = 0{,}02803 \# 0{,}028.$

1 demi-ton majeur = 28 savarts.

Le tableau suivant donne, en savarts, les intervalles successifs séparant les notes de la gamme :

ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
51	46	28	51	46	51	28	

Si nous représentons le ***ton majeur*** par T, le ***ton mineur*** par T′ et le ***demi-ton majeur*** par *t*, la gamme naturelle comprend donc la suite d'intervalles :

T	T′	*t*	T	T′	T	*t*
ton majeur	ton mineur	demi-ton	ton majeur	ton mineur	ton majeur	demi-ton

240. Transposition. Dièses et bémols.

Le caractère d'une mélodie reste le même pour l'oreille si toutes les notes de cette mélodie sont augmentées ou diminuées d'un même intervalle. En particulier, nous pouvons bâtir une gamme en prenant comme tonique n'importe quelle note; le caractère de la gamme sera conservé si nous avons soin de respecter la valeur et l'ordre des intervalles successifs. Cette modification de hauteur, appelée *transposition*, nécessite les altérations de certaines notes : ce sont en particulier le *dièses* et les *bémols*.

Nous allons traiter, comme exemples, les gammes de *sol majeur* et de *fa majeur*.

1° **Gamme de sol majeur.** — Commençons la gamme par *sol*, ce qui revient à prendre la note *sol* comme tonique d'une nouvelle gamme, appelée gamme de *sol majeur*. Si nous ne modifions pas les notes, nous obtenons les intervalles successifs suivants :

sol	*la*	*si*	*ut*	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*
	T′ T	*t*	T	T′	*t*	T	

Comparons ces intervalles à ceux que nous avons écrit plus haut. Nous voyons d'abord que notre *la* est trop bas, il faut le monter d'un *comma* ou 5 savarts. Ensuite, le *fa* étant lui aussi trop bas, nous augmenterons sa fréquence pour que la nouvelle note se trouve à un ton majeur de *mi;* nous appellerons ***fa dièse*** la note ainsi modifiée et nous l'écrirons ***fa ♯***.

$$\text{fa } ♯ - \text{fa} = \text{T} - t = 51 - 28 = 23 \text{ savarts.}$$

En confondant le ton majeur et le ton mineur, la gamme de *sol* majeur comprend alors les notes suivantes :

sol la si ut ré mi fa ♯ sol.

Remarque. — La gamme de *la* majeur comprendrait aussi une note appelée *fa dièse*, mais son intervalle avec *fa* est seulement 18 savarts. Le dièse ne représente donc pas dans la gamme naturelle une note déterminée : c'est seulement un signe d'altération, marquant qu'il faut élever le son de la note au-dessus de celui qu'elle devrait avoir naturellement.

2° **Gamme de fa majeur.** — Dans un gamme commençant par *fa*, nous trouvons la suite d'intervalles :

fa	sol	la	si	ut	ré	mi	fa
	T	T′ T	*t*	T	T′	*t*	

Pour retrouver la même suite d'intervalles que dans la gamme d'*ut* majeur, il faut diminuer le ré d'un comma et surtout diminuer la fréquence de *si* pour que la nouvelle note se trouve à un demi-ton majeur du *la;* nous appellerons ***si bémol*** la note ainsi modifiée et nous l'écrirons *si* ♭. L'intervalle *si* ♭ - *si* est de 23 savarts.

En confondant le ton majeur et le ton mineur, la gamme de *fa* majeur comprend alors les notes suivantes :

fa sol la si ♭ ut ré mi fa

Remarque. — Comme dans le cas des dièses, le bémol n'est pas un intervalle défini, sa valeur dépendant de la gamme considérée.

241. Gamme tempérée ou gamme de Bach.

La gamme naturelle conduirait à une très grande complication dans les instruments à sons fixes, lorsqu'il s'agirait de transposer ou de moduler. En effet, non seulement les dièses et les bémols varient d'une gamme à l'autre, mais encore est-il nécessaire d'augmenter ou d'abaisser d'un comma la valeur de certaines notes. C'est pourquoi on fut amené à utiliser, pour les instruments à sons fixes, la méthode d'accord à tempérament égal. Tous les pianistes connaissent le « clavecin bien tempéré » (1722 et 1744) de l'illustre J.-S. Bach, qui contribua beaucoup à répandre le tempérament égal.

L'intervalle d'une octave de la gamme naturelle comprend 3 tons majeurs, 2 tons mineurs et 2 demi-tons majeurs. Dans la gamme à tempérament égal ou *gamme tempérée*, l'octave se compose de 5 tons égaux et de 2 demi-tons, le demi-ton valant la moitié d'un ton. Autrement dit, l'octave comprend 12 demi-tons égaux. Le demi-ton tempéré a donc pour valeur :

$$\frac{301}{12} = 25 \text{ savarts.}$$

1 demi-ton tempéré = 25 savarts.

1 ton tempéré = 50 savarts.

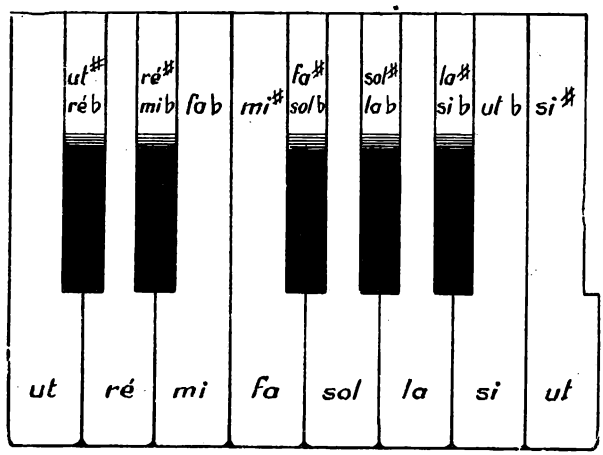


Fig. 169. — Une gamme sur un clavier de piano.

Dans la gamme tempérée, le ton est divisé en deux demi-tons égaux et le *ré* ♭ est confondu avec *ut* ♯. La figure 169 représente, dans

le piano ou l'orgue, la disposition des touches correspondant aux diverses notes d'une octave; les touches blanches représentent les 7 notes de la gamme et les touches noires figurent les dièses et les bémols qui sont confondus.

242. Comparaison des gammes de Zarlin et de Bach.

Le tableau suivant donne, en savarts, les intervalles avec la tonique des diverses notes dans les deux gammes de Zarlin et de Bach. Les intervalles de la gamme de Zarlin ont été calculés en multipliant par 1 000 les logarithmes de $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{3}$, etc.

Intervalles avec la tonique, exprimés en savarts.

	ut	*ré*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*ut*
Gamme de Zarlin...	0	51	97	125	176	222	273	301
Gamme de Bach....	0	50	100	125	175	225	275	300

L'écart entre deux notes identiques dans les deux gammes ne dépasse jamais 3 savarts; cet écart est donc toujours inférieur à un comma, ce qui justifie l'emploi de la gamme tempérée.

243. Application numérique. — *Calculer la fréquence de la note* sol $\sharp_4$.

La fréquence d'une note diésée étant mal définie dans la gamme naturelle, nous allons faire les calculs dans la gamme tempérée.

$$la_3 = 435 \text{ vib./s.} \qquad la_4 = 435 \times 2 = 870 \text{ vib./s.}$$

Or, *sol* $\sharp_4$ est à 25 savarts au-dessous de la_4.

$$\log la_4 = \log 870 = 2{,}93952$$
$$\log sol\,\sharp_4 = 2.93952 - 0{,}025 = 2{,}91452$$
$$sol\,\sharp_4 = 821 \text{ vibrations par seconde.}$$

III. — TIMBRE

244. Définition.

Le timbre est la qualité qui différencie les sons de même hauteur et de même intensité émis par des instruments différents.

C'est également grâce au timbre que nous distinguons les voyelles.

245. Interprétation physique.

Le timbre dépend de la forme de la courbe qui donne l'élongation du mouvement vibratoire en fonction du temps.

Faisons inscrire, sur un cylindre enregistreur, le mouvement d'un diapason : la courbe obtenue est sensiblement sinusoïdale. Enregistrons maintenant un son de hauteur constante émis par un instrument comme le violon ou le hautbois : la courbe, tout en étant périodique, n'est plus sinusoïdale (fig. 170). Dans le premier cas, le son est sans caractère : on dit qu'il est *simple;* dans le deuxième cas, le son est *complexe.*

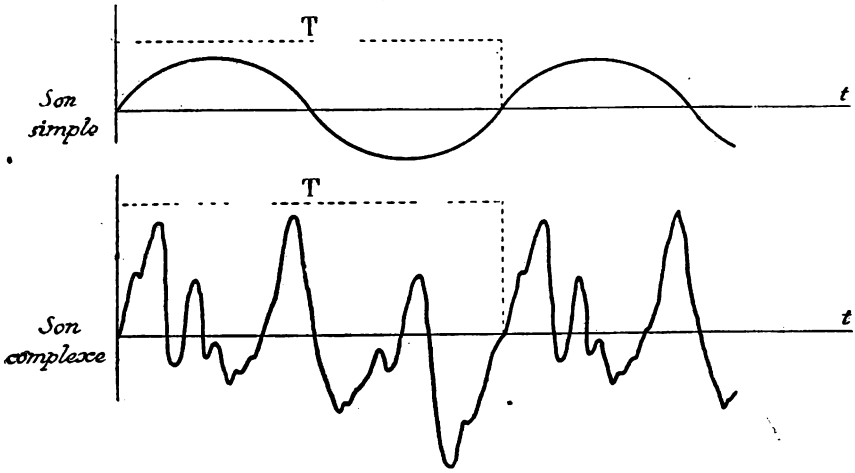


FIG. 170.
Courbes d'enregistrement d'un son simple et d'un son complexe.

Or, on démontre en Mathématiques la proposition suivante, dont nous avons déjà parlé (§ 170), connue sous le nom de *théorème de Fourier.*

Une fonction périodique quelconque, de période* T, *peut être décomposée en une somme de fonctions sinusoïdales de périodes* T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, *etc.

Si N désigne la fréquence de la fonction périodique complexe, les fréquences des fonctions sinusoïdales qui la composent sont alors N, 2 N, 3 N, etc.

Comme conséquence du théorème de Fourier, on peut dire :

Un son musical complexe est formé par la superposition d'un certain nombre de sons simples, dont la fréquence est égale à un multiple entier de la fréquence du premier. Le premier son, de fréquence N,

s'appelle le *son fondamental;* les autres sons, de fréquences 2 N, 3 N, 4 N, etc., qui se superposent au son fondamental, sont appelés les *harmoniques.*

On peut ainsi donner, du timbre d'un son, l'explication physique suivante :

Le timbre d'un son dépend de la nature et de l'intensité relative des harmoniques qui se superposent au son fondamental.

246. REMARQUE. — Dans le cas général, les sons qui se superposent au son fondamental sont appelés les *partiels.* Lorsque ces partiels forment une série harmonique, le son résultant est périodique : nous l'avons désigné sous le nom de *son musical.* Mais lorsque certains des partiels ne sont pas des harmoniques du son fondamental, le son résultant n'est pas périodique : il constitue un *bruit.* Les sons non périodiques sont rarement utilisés en musique; ils servent seulement à marquer le rythme (tambour, grosse caisse, cymbales).

247. Recherche des harmoniques.

A titre d'exercice, recherchons les harmoniques de la note ut_1. Le deuxième harmonique ayant une fréquence double de ut_1 est ut_2. — Le troisième harmonique a une fréquence triple de ut_1; son intervalle avec ut_2 est alors 3/2; c'est le sol_2. — Le quatrième harmonique a une fréquence quadruple de ut_1 et par suite double de ut_2 : c'est ut_3. — Le rapport des fréquences des cinquième et quatrième harmoniques est 5/4; comme le quatrième harmonique est ut_3, le cinquième est mi_3, etc. Remarquons que le septième harmonique ne correspond à aucune note de la gamme naturelle : la note la plus voisine serait $si\ \flat_3$.

On a donc, pour les dix premiers harmoniques de ut_1 :

1	ut_1	6	sol_3
2	ut_2	7	voisin de $si\ \flat_3$
3	sol_2	8	ut_4
4	ut_3	9	$ré_4$
5	mi_3	10	mi_4

Le 15e harmonique serait le si_4. Parmi les harmoniques de ut_1 se trouvent seulement les notes suivantes de la gamme naturelle : *ut, ré, mi, sol, si.* C'est pourquoi un instrument comme le clairon, dont la longueur du tuyau est invariable et qui ne possède pas de clés, ne peut donner que cinq notes, obtenues en faisant prédominer tel ou tel harmonique par modification de la pression des lèvres. Pratiquement, on utilise seulement les harmoniques 3, 4, 5 et 6, c'est-à-dire dans le cas où le son fondamental est la note ut_1 :

$$sol_2 \qquad ut_3 \qquad mi_3 \qquad sol_3.$$

248. Analyse d'un son complexe.

La décomposition d'un son complexe en ses divers partiels correspond à une réalité physique; on peut, en effet, mettre en évidence l'existence de ces partiels, soit directement par l'oreille, soit en utilisant des résonateurs.

1° **Analyse d'un son par l'oreille.** — Une oreille exercée peut distinguer, dans un son complexe, les divers sons simples qui le constituent, au moins pour les partiels ayant une fréquence très différente de celle du son fondamental.

Expériences. — Frappons fortement un diapason; nous entendons, pendant un temps très court, un son aigu accompagnant le son grave du fondamental; ce partiel s'éteint rapidement et le son devient simple.

Sur un piano, produisons la note ut_1; une oreille sensible perçoit les sons ut_2, sol_2, ut_3, mi_3, etc., qui sont les harmoniques de ut_1. Appuyons maintenant sur la pédale droite pour libérer les étouffoirs et frappons la touche ut_1 : nous entendons très distinctement vibrer, par résonance, les cordes correspondant aux harmoniques ut_2, sol_2, ut_3, etc.

2° **Analyse d'un son par les résonateurs.** — L'analyse d'un son complexe se fait plus facilement si l'on emploie des résonateurs. En particulier, certains résonateurs sphériques ont la propriété de ne renforcer pratiquement chacun qu'un seul son simple.

Le résonateur sphérique est constitué par une sphère creuse, ordinairement en laiton (fig. 171). On produit le son devant l'ouverture A, tandis que l'ouverture diamétralement opposée B, beaucoup plus petite, est reliée par un tube de caoutchouc, à l'oreille ou à une capsule manométrique. Le son simple que peut renforcer le résonateur dépend des dimensions de la cavité.

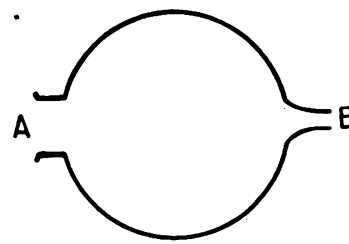


Fig. 171.
Résonateur sphérique.

Expériences. — Appliquons à l'oreille un résonateur sphérique et approchons l'ouverture A d'une source sonore; on entend fortement le son propre du résonateur lorsque ce son existe parmi les partiels du son étudié. Par exemple, en produisant sur le piano la note ut_1, les résonateurs qui correspondent aux harmoniques ut_2, sol_2, ut_3, mi_3, etc., entrent en vibration.

Pour faire l'analyse d'un son complexe, on utilise toute une série de résonateurs correspondant à des sons simples de fréquences déterminées. Chacun d'eux est relié à une capsule manométrique et les

flammes des diverses capsules sont examinées dans un miroir tournant. Le son que l'on désire analyser étant produit devant les résonateurs, on voit dans le miroir tournant des bandes lumineuses dentelées qui correspondent aux résonateurs dont le son simple existe dans le son complexe étudié.

249. Synthèse des sons.

Pour reproduire par synthèse le timbre d'un son complexe, Helmholtz utilisait une série de diapasons correspondant à des sons harmoniques. Ces diapasons, isolés par du caoutchouc de la table qui les portait, étaient entretenus électriquement et vibraient tous à la fois en produisant un son faible. En regard de chacun d'eux se trouvait un résonateur sphérique correspondant à la même fréquence. On pouvait, en fermant plus ou moins l'ouverture de chaque résonateur, régler l'intensité du son simple produit et modifier à volonté le nombre et l'intensité des divers harmoniques. On a réussi ainsi, par tâtonnements, à reproduire le timbre des divers instruments, de la voix humaine, etc.

Expérience. — Nous pouvons encore faire la synthèse d'un son et reproduire le timbre en utilisant les cordes d'un piano comme résonateurs.

Appuyons sur la pédale droite du piano pour soulever les étouffoirs et chantons une note juste devant le piano ouvert. Les cordes correspondant aux divers harmoniques entrent en résonance; elles continuent à vibrer lorsqu'on cesse de chanter et reproduisent le son émis avec son timbre. Nous pouvons recommencer plusieurs fois l'expérience en chantant successivement sur la même note les diverses voyelles; les cordes en vibrant reproduisent ces voyelles.

PROBLÈMES

1. Calculer les fréquences des notes :

$$ré_4 \qquad mi_5 \qquad la\sharp_6 \qquad si\flat_7.$$

Le la_3 correspond à 435 vibrations par seconde.

2. A quelle note de la gamme correspond la fréquence 1 958 vibrations par seconde ?

3. Les plateaux d'une sirène sont percés de 12 trous. On constate que, lorsque la sirène est à l'unisson d'un tuyau donné, le plateau mobile fait 1 305 tours par minute. On demande la note produite par le tuyau, sachant que le la_3 correspond à 435 vibrations à la seconde.

CHAPITRE XXIX

CORDES VIBRANTES

250. Définition.

Une corde vibrante est constituée par un fil élastique, tendu entre deux points fixes, et qui émet un son musical quand on le laisse vibrer après l'avoir écarté de sa position d'équilibre.

Une corde d'acier, frottée dans le sens de la longueur avec un chiffon enduit de colophane, produit également un son. Mais le son obtenu, de fréquence élevée, est désagréable à l'oreille. Aussi les vibrations longitudinales des cordes ne sont-elles pas utilisées en musique. Nous bornerons donc notre étude aux *vibrations transversales des cordes*.

251. Nature des cordes. Production des vibrations.

Les cordes employées dans les instruments de musique sont le plus souvent en *acier* (piano, harpe, corde aiguë du violon appelée chanterelle) ou en *boyau de mouton* (violon, violoncelle et instruments de la même famille). Certaines, correspondant aux sons graves, sont entourées d'un fil métallique, cuivre ou argent, pour les alourdir : c'est le cas des cordes graves du piano et de la corde la plus grave du violon.

Dans le violon, le violoncelle et les instruments analogues, les vibrations sont produites et entretenues par l'*archet*, baguette de bois légèrement courbe sur laquelle sont tendus des crins de cheval enduits de colophane. Dans le piano, les cordes sont frappées par un *marteau* de bois garni de feutre, qui s'éloigne aussitôt pour laisser les cordes vibrer. Dans la harpe, la mandoline, les vibrations sont produites en pinçant la corde, c'est-à-dire en écartant un de ses points de sa position d'équilibre et en l'abandonnant ensuite; on pince les cordes de harpe avec le bout des doigts, les cordes de mandoline avec une lamelle de métal ou une plume; le même procédé était employé dans le clavecin.

252. Formule des cordes vibrantes.

Une corde qui vibre est le siège d'ondes stationnaires; elle peut, suivant les cas, se diviser en un ou plusieurs fuseaux avec formation de nœuds et de ventres. (Expérience de Melde, § 188.)

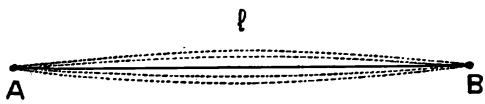


Fig. 172.

Supposons donc la corde tendue entre deux points A et B (fig. 172). Les ondes stationnaires qui s'établissent dans la corde, par interférences en chaque point entre les ondes qui se propagent dans les deux sens, comporteront nécessairement un nœud à chaque extrémité. Il faut alors que la longueur l de la corde soit égale à un nombre entier de fois la demi-longueur d'onde; d'où, K étant un nombre entier quelconque :

$$l = K\,\frac{\lambda}{2} = K\,\frac{V}{2N} \qquad \text{et} \qquad N = K\,\frac{V}{2l},$$

λ désignant la longueur d'onde, V la vitesse de propagation de l'ébranlement transversal le long de la corde et N la fréquence des vibrations.

Or, on démontre que la vitesse de propagation d'une onde transversale dans une corde est donnée par la formule :

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

F étant la tension de la corde et μ la masse de l'unité de longueur.

La formule qui donne la fréquence devient alors :

$$\boxed{N = \frac{K}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.} \qquad (1)$$

Lorsque K = 1, la corde se divise en un seul fuseau; elle émet le son fondamental de fréquence N_1 :

$$\boxed{N_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.} \qquad (2)$$

Ces formules, que nous vérifierons expérimentalement, permettent d'énoncer les lois suivantes.

253. Enoncé des lois des cordes vibrantes.

1° **Loi des longueurs.** — ***La hauteur du son fondamental varie en raison inverse de la longueur de la corde.*** — Ainsi, pour passer à l'octave aiguë, il faut raccourcir la corde de moitié.

Conformément à cette loi, les cordes du piano sont plus courtes dans l'aigu que dans le grave. De même, pour donner successivement plusieurs notes sur une même corde, le violoniste la raccourcit en l'appuyant avec le doigt sur le manche de l'instrument : le son monte lorsque la partie de corde qui vibre est plus courte.

2° **Loi des tensions.** — ***La fréquence du son fondamental est proportionnelle à la racine carrée de la tension.*** — On passerait donc à l'octave aiguë en tendant quatre fois plus la corde.

Pour accorder un piano ou un violon, on tend plus ou moins les cordes : le son monte lorsque la tension augmente.

3° **Loi des masses.** — ***La fréquence du son fondamental est inversement proportionnelle à la racine carrée de la masse de l'unité de longueur de la corde.*** — Pour la même longueur et la même tension, on passe donc à l'octave aiguë en prenant une corde quatre fois plus légère.

On s'explique ainsi que, dans les divers instruments à cordes, les cordes sont plus grosses dans le grave et plus fines dans l'aigu. Pour augmenter la masse des cordes graves du piano, on a même enroulé en hélice un fil de cuivre autour du fil central en acier : ces cordes sont appelées *cordes filées*.

4° **Loi des harmoniques.** — ***Une même corde peut émettre, dans des conditions convenables, séparément ou simultanément, la série des harmoniques du son fondamental.*** — Dans la formule (1), en effet, K peut être remplacé par un nombre entier quelconque. C'est la diversité et l'intensité relative des harmoniques superposés au son fondamental qui constituent le timbre (§ 245). En touchant très légèrement la corde avec le doigt, le violoniste peut étouffer le son fondamental et faire prédominer tel ou tel harmonique.

254. Application numérique. — *Calculer la tension d'une corde de violoncelle dont le son fondamental est* ut_1, *sachant qu'elle pèse 15 grammes par mètre et que la longueur de la partie qui vibre est 70 centimètres.*

La fréquence du son fondamental d'une corde est donnée par la formule :

$$N = \frac{1}{2\,l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

d'où :

$$F = 4\,N^2 l^2 \mu.$$

Utilisons le système C. G. S. :

$$N = \frac{261}{4} \text{ vib./s}, \qquad l = 70 \text{ cm}, \qquad \mu = 0{,}15 \text{ gramme par cm.}$$

$$F \text{ dynes} = 4 \times \frac{\overline{261}^2}{16} \times 4\,900 \times 0{,}15 = 1{,}25.10^7 \text{ dynes,}$$

ou en kilogrammes-poids :

$$F = \frac{1{,}25 \times 10^7}{981\,000} = 12{,}7 \text{ kgp.}$$

255. Vérification expérimentale.

On utilise un instrument appelé ***sonomètre,*** représenté par la figure 173. Il se compose d'une caisse de résonance en bois, en forme de parallélépipède, munie d'ouvertures latérales pour permettre aux

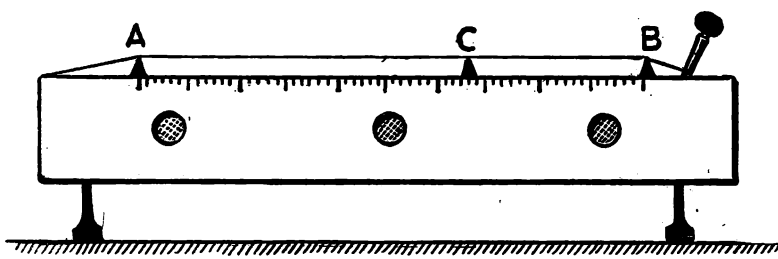


FIG. 173. — Sonomètre.

vibrations de l'air de la caisse de se propager au dehors. Entre deux chevalets fixes A et B sont disposées parallèlement deux cordes de piano, dont l'une seulement est visible sur la figure; on peut régler la tension de ces cordes à l'aide de clefs, qui enroulent plus ou moins l'une des extrémités sur une cheville; l'une de ces cordes servira de corde témoin : on lui comparera le son émis par l'autre corde. Enfin, un chevalet supplémentaire mobile C peut être intercalé entre A et B dans une position quelconque, de manière à diviser la corde en deux segments de longueur variable. Une règle graduée permet de mesurer la distance des chevalets.

1° Pour vérifier la ***loi des longueurs,*** on fait vibrer la corde AB tout entière à l'aide d'un archet, puis en plaçant le chevalet mobile C au milieu, on fait vibrer la moitié AC de la corde : la seconde note est à l'octave aiguë de la première. Si l'on fait vibrer les 4/5 de la corde, la note monte d'une tierce majeure; avec les 2/3 de la corde, on obtient la quinte, etc.

2° On vérifie la ***loi des tensions*** en utilisant la clef de réglage. Si l'on augmente la tension, le son monte; il baisse au contraire lorsque la tension diminue. Pour vérifier quantitativement la loi, il faudrait connaître la valeur de la tension; pour cela, on place un dynamomètre entre l'extrémité B de la corde et la cheville, ou encore on tend la corde avec des poids marqués par l'intermédiaire d'un fil passant sur une poulie.

3° Pour vérifier qualitativement la ***loi des masses,*** il suffit d'enrouler vers le milieu de la corde un fil flexible en cuivre ou en plomb : le son devient plus grave.

Remarque. — Lorsqu'on tend une corde, le son monte plus que ne l'indique la loi des tensions, car en même temps la corde s'allonge et la masse de l'unité de longueur diminue.

256. Production des harmoniques.

1° On peut faire produire *successivement* par la corde toute la série des harmoniques.

Expérience. — Supposons que la corde AB émette la note ut_1. Plaçons le chevalet mobile au milieu C de la corde et faisons vibrer avec l'archet la moitié CB : on entend la note ut_2, c'est-à-dire le deuxième harmonique. Or, on peut constater que la corde vibre en entier, car un petit cavalier de papier mis à l'avance au milieu de AC est vivement projeté (fig. 174). On produira les harmoniques succes-

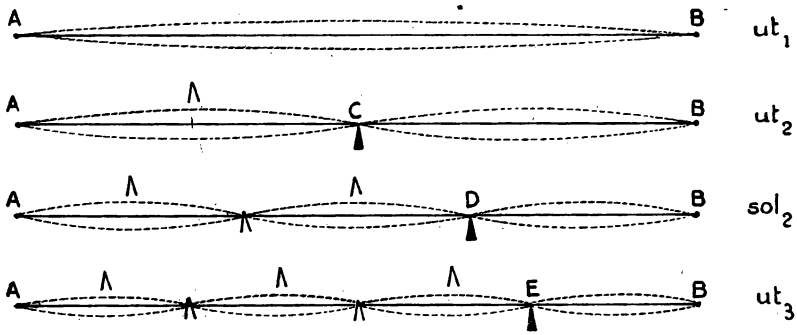


Fig. 174.

Production des harmoniques successifs. Les cavaliers de papier sont vivement projetés aux ventres et restent immobiles aux nœuds.

sifs en plaçant le chevalet mobile au tiers, au quart, etc., de la longueur de la corde. Les cavaliers de papier situés le long de la corde sont vivement projetés aux ventres et restent sensiblement immobiles aux nœuds.

2° Lorsque la corde est attaquée d'une façon quelconque, elle émet *à la fois* le son fondamental et toute la série des harmoniques. On peut constater l'existence des harmoniques en analysant le son complexe à l'aide de résonateurs sphériques. On peut encore faire prédominer tel ou tel harmonique en touchant avec une plume un point de la corde qui doit être un nœud pour l'harmonique considéré; les autres harmoniques sont étouffés.

En général, lorsqu'on frappe la corde à un endroit, on élimine les harmoniques qui devraient avoir un nœud en ce point. Ainsi, dans le piano, on frappe la corde au septième ou au neuvième de sa longueur de façon à supprimer le septième ou le neuvière harmonique qui nuiraient au timbre.

257. Principaux instruments à cordes.

1° **Violon et instruments de la même famille.** — Le violon possède ***quatre cordes de même longueur*** tendues sur une ***caisse de résonance.***

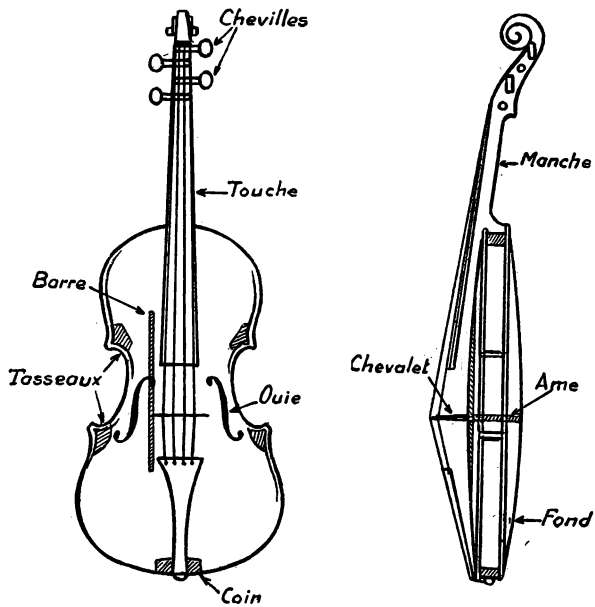


Fig. 175. — Violon.

La caisse, dont la forme élégante ne varie pratiquement pas d'un luthier à l'autre, est en bois mince. Le dessûs ou *table*, légèrement bombé est en sapin; il est percé de deux ouvertures en forme de *f*, les *ouïes*, qui permettent à l'air intérieur de transmettre ses vibrations

à l'extérieur. Le dessous de la caisse ou *fond* est en érable. Les parois latérales de la caisse sont formées de lames de bois de placage qui appuient sur quatre *tasseaux* et deux *coins* placés à l'intérieur, afin de donner à la caisse une solidité suffisante. A l'intérieur également, et du côté gauche, collée à la table dont elle épouse la forme, se trouve une planchette de sapin appelée *barre* : elle augmente la rigidité de la caisse dans le sens de la longueur. Enfin, entre la table et le fond se place l'*âme*, petite tige cylindrique de sapin qui transmet la vibration de la table au fond. L'instrument se prolonge par le *manche* en érable; sur le manche, on a fixé une planchette d'ébène appelée *touche*.

Les cordes, tendues au-dessus de la caisse, s'enroulent du côté du manche sur des *chevilles* en bois; on agit sur ces chevilles pour modifier la tension et accorder l'instrument. Les cordes passent sur une planchette mince, le *chevalet*, perpendiculaire à la table, qui limite la longueur utile des cordes et transmet les vibrations à la caisse. On donne au bord du chevalet une courbure assez grande de façon que les cordes ne soient pas dans un même plan, car il serait alors impossible d'attaquer l'une d'elles avec l'archet sans toucher les autres.

Les cordes du violon sont accordées par quintes successives. Lorsqu'elles vibrent à vide, c'est-à-dire dans toute leur longueur, elles émettent les notes :

$$sol_2 \qquad ré_3 \qquad la_3 \qquad mi_4.$$

On produit les autres notes en raccourcissant la partie vibrante de la corde par la pression du doigt qui l'appuie sur la touche.

La tension moyenne des cordes de violon est environ 10 kg : les extrémités de l'instrument sont donc tirées l'une vers l'autre avec une force voisine de 40 kgp.

L'**alto**, le **violoncelle** et la **contrebasse** ont une forme analogue au violon et comprennent également quatre cordes; mais les dimensions de ces instruments vont en augmentant, de 60 cm environ pour le violon jusqu'à 2 m pour la contrebasse. Les cordes, à vide, donnent les notes suivantes :

Alto	ut_2	sol_2	$ré_3$	la_3
Violoncelle	ut_1	sol_1	$ré_2$	la_2
Contrebasse	mi_0	la_0	$ré_1$	sol_1

On remarquera que les hauteurs des sons émis par les diverses cordes varient par quintes successives dans l'alto et le violoncelle, comme dans le violon; au contraire, les cordes de la contrebasse sont accordées par quartes successives.

2° **Piano.** — Le piano est un instrument à sons fixes, accordé suivant la gamme tempérée.

Il comprend 7 octaves plus une note, de la_{-1} à la_6, soit 85 notes. Les cordes sont en acier. Généralement les dix premières notes graves ont une corde filée, c'est-à-dire recouverte d'un fil de cuivre enroulé en hélice; les douze notes suivantes ont deux cordes filées à l'unisson; les autres ont trois cordes à l'unisson, ce qui fait en tout 223 cordes. Comme ces cordes sont également tendues, avec une tension moyenne de 40 kg, la tension totale est voisine de 9 tonnes. C'est pourquoi le cadre sur lequel sont fixées les extrémités des cordes doit être très résistant; il est formé de plaques d'acier vissées les unes sur les autres et contre lesquelles sont appliquées d'épaisses pièces de bois. Enfin, les cordes diminuent de longueur et de diamètre depuis le grave jusqu'à l'aigu.

Parallèlement au plan des cordes se trouve la *table d'harmonie*. C'est une grande planche en bois mince sur laquelle est collée une longue pièce de bois courbe appelée *chevalet*. Dans le chevalet sont enfoncées des pointes entre lesquelles passent les cordes en formant un zigzag. Le chevalet transmet à la table les vibrations des cordes et la table d'harmonie joue le rôle de diffuseur du son.

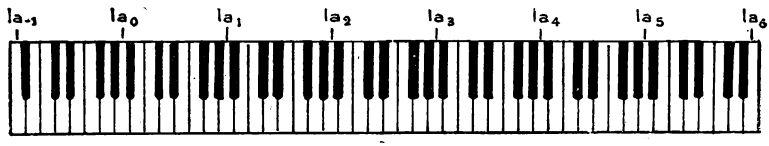


FIG. 176. — Clavier de piano.

Le *clavier* du piano (fig. 176) comprend autant de touches que de notes; ces touches sont blanches pour les notes naturelles et noires pour les notes altérées (dièses ou bémols). La touche, frappée par le musicien, détermine la rotation, à partir de sa position de repos, d'un marteau de bois feutré qui vient frapper la corde. Après avoir frappé, le marteau revient aussitôt en arrière en laissant la corde vibrer librement.

L'accord se fait en tournant, au moyen d'une clef, les chevilles sur lesquelles s'enroulent les cordes.

PROBLÈMES

1. Une corde vibrante qui rend son troisième harmonique fait entendre un son de fréquence égale à 300. Sachant qu'elle a un mètre de longueur et qu'elle est tendue par un poids de 40 kg, on demande :

1° la masse de cette corde;

2° la vitesse de propagation d'un ébranlement transversal le long de cette corde.

(*Bacc.*, Poitiers, 1925.)

2. Les quatre cordes d'un violoncelle donnent les notes :

$$ut_1 \qquad sol_1 \qquad ré_2 \qquad la_2.$$

Leur longueur utile est de 70 cm. Leur masse, à l'état tendu, est, pour une longueur de un mètre de chacunes d'elles :

pour l'ut_1 : 14,75 g; pour le sol_1 . 6,47 g;

pour le $ré_2$: 3,77 g; pour le la_2 : 1,53 g.

Calculer en kilogrammes la tension de chaque corde et la tension totale supportée par l'instrument.

On sait que le la_3 correspond à 435 vibrations par seconde.

On prendra pour valeur de g : 981 C. G. S. (*Bacc.*, Grenoble, 1920.)

3. Une corde vibrante, longue de 50 cm, dont la masse est de 0,981 g par centimètre, est éclairée par une source lumineuse devant laquelle tourne un disque opaque portant 10 trous équidistants.

a) La corde paraît immobile quand le disque fait 5 tours par seconde; d'autre part, le son fondamental de la corde est voisin de la_1. Combien la corde fait-elle exactement de vibrations par seconde ?

b) Quel est le poids qui tend la corde ?

c) Quel est le nombre exact de ses vibrations si, au lieu de paraître tout à fait immobile, elle fait une vibration apparente en 10 secondes ?

$la_3 = 435$ vibrations par seconde; $g = 981$ C. G. S. (*Bacc.*, Caen.)

4. Une corde vibrante en acier, ayant une longueur de 40 cm et une section de 0,4 mm², est tendue entre ses extrémités de manière à donner le la_2 comme son fondamental.

1° Calculer la tension (exprimée en kg) à laquelle elle est soumise.

2° Calculer, dans ces conditions, la vitesse de propagation du mouvement vibratoire le long de la corde.

3° Déterminer les notes correspondant aux quatre premiers harmoniques.

4° Pour amener la corde considérée à l'unisson d'une autre corde, on rend la tension 2,25 fois plus grande et on réduit la longueur de moitié. Calculer la hauteur du son ainsi obtenu et indiquer la note qui lui correspond.

Densité de l'acier : 7,8.

$g = 981$ C. G. S.

Fréquence correspondant au la_3 : 435.

Intervalles correspondant aux notes successives de la gamme :

$$1, \quad \frac{9}{8}, \quad \frac{5}{4}, \quad \frac{4}{3}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{5}{3}, \quad \frac{15}{8}, \quad 2.$$

(*Bacc.*, Lyon, 1927.)

5. Une corde vibrante est éclairée à intervalles réguliers, et chaque fois pendant un temps très court (éclairage stroboscopique), par un faisceau lumineux sur le passage duquel est interposé un disque percé de p trous régulièrement répartis sur une même circonférence ($p = 20$) et tournant à une vitesse de n tours par minute.

1° La plus grande valeur de n pour laquelle la corde paraît immobile dans l'une quelconque de ses positions successives est $n_0 = 1\,191$. Calculer la période T de vibration de la corde.

2° Calculer sa densité linéaire μ, sachant que la longueur $l = 100$ cm, qu'elle est tendue par un poids $P = 80$ kg et qu'elle rend le son fondamental.

3° Qu'observe-t-on quand le nombre de tours par minute est soit $\frac{n_0}{2}$, soit $2\,n_0$, soit $n_1 = 1\,200$, soit $n_2 = 2\,400$?

(*Bacc.*, Lille, 1930.)

CHAPITRE XXX

TUYAUX SONORES

258. Définition.

Un tuyau sonore est un tube qui peut émettre un son musical lorsqu'on met en vibration la colonne d'air qui le remplit.

Les parois du tuyau sont en bois ou en métal; elles doivent être assez épaisses et rigides pour ne pas prendre part à la vibration. Seul le gaz intérieur vibre et il s'y produit un système d'ondes stationnaires.

Les vibrations de l'air intérieur sont produites et entretenues à l'aide d'une *embouchure* placée à l'une des extrémités du tuyau et actionnée par un courant d'air qui s'obtient, soit avec la bouche, soit à l'aide d'une soufflerie.

259. Description des embouchures.

On distingue les *embouchures de flûte* et les *embouchures à anche*.

1° Embouchures de flûte. — Une embouchure de flûte est analogue au sifflet. L'air arrivant par le conduit C (fig. 177) traverse la fente étroite F appelée *lumière* et vient se briser contre le *biseau* aigu B. Cet air s'échappe alternativement vers l'extérieur et vers l'intérieur en produisant un son.

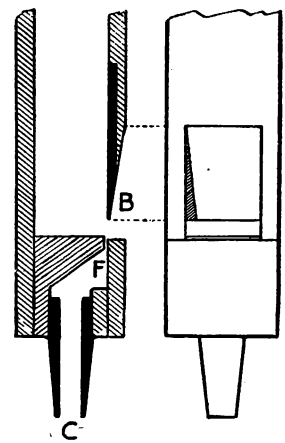


FIG. 177.

Embouchure de flûte.

Une embouchure de flûte peut être associée aussi bien avec un tuyau fermé à l'extrémité opposée qu'avec un tuyau ouvert à l'air libre, car il n'est pas nécessaire qu'un courant d'air traverse le tuyau.

2° Embouchures à anche. — L'air arrive dans une *boîte à vent* B et s'en échappe par une ouverture rectangulaire fermée par une *languette métallique* L dont une extrémité est fixe.

Lorsque les dimensions de la languette sont un peu plus petites que celles de l'ouverture elle peut vibrer sans rencontrer les bords : c'est l'*anche libre*. Pour faire varier la hauteur du son émis par l'anche, on modifie la longueur de la lame vibrante en poussant plus ou moins la *rasette* R (fig. 178).

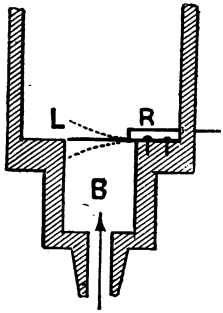


Fig. 178.
Anche libre.

L'*harmonium* utilise des anches libres sans tuyaux dont le son est complexe mais assez agréable.

Si la languette vibrante est plus grande que l'ouverture, on l'appelle *anche battante*. Son timbre est moins musical que l'anche libre, aussi ne l'emploie-t-on jamais seule. On l'associe à un tuyau de longueur telle que le son fondamental ait une fréquence très voisine de celle de l'anche.

Les tuyaux à anche sont nécessairement ouverts à l'extrémité opposée à l'embouchure, puisqu'un courant d'air doit traverser le tuyau.

Dans la plupart des instruments de cuivre (cor, clairon, cornet à pistons, etc.) on emploie une embouchure dite *embouchure de cor*. Elle a la forme d'un petit entonnoir sur lequel viennent s'appliquer, serrées l'une contre l'autre, les lèvres du musicien. Ce sont les lèvres qui vibrent et qui constituent une anche double.

260. Un tuyau sonore est un résonateur.

Le son émis par l'embouchure est souvent très complexe; mais le tuyau associé à l'embouchure, agissant comme résonateur, ne renforce que les sons de fréquence telle qu'il puisse s'établir dans le gaz du tuyau un système stable d'ondes stationnaires. De plus, le tuyau réagit sur l'embouchure à laquelle il peut imposer sa fréquence propre.

Expérience. — Faisons vibrer un diapason D près de l'ouverture d'une longue éprouvette E (fig. 179). Versons progressivement de l'eau dans l'éprouvette. Pour un certain niveau de l'eau, le son du diapason est considérablement renforcé et on l'entend dans toute la salle. Si maintenant l'on modifie un peu le niveau de l'eau, ou encore, si l'on emploie un diapason de fréquence différente, le son devient très faible.

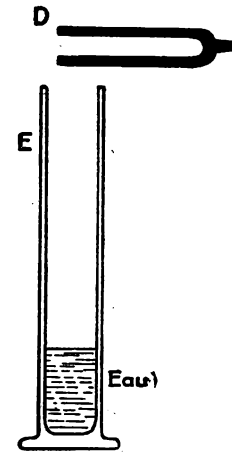


Fig. 179.
Un tuyau est un résonateur.

Il s'est établi dans l'air de l'éprouvette un système d'ondes stationnaires avec un ventre au voisinage de l'ouverture et un nœud au niveau de l'eau; la résonance a donc lieu lorsque la longueur de la colonne d'air contenue dans l'éprouvette est égale à un nombre entier de fois $\frac{\lambda}{4}$.

261. Remarque. — Les lois des tuyaux sonores sont très complexes. La hauteur des sons émis dépend de la forme et des dimensions du tuyau et non de la nature des parois; par contre, le timbre varie avec la nature des parois et avec l'embouchure. Ces lois deviennent plus simples si l'on considère ***un tuyau rectiligne, de section uniforme, muni d'une embouchure de flûte.*** C'est à ce cas particulier que nous limiterons notre étude.

Nous désignerons par longueur du tuyau la distance comprise entre la fente de l'embouchure et l'extrémité opposée du tuyau.

LOIS DES TUYAUX A EMBOUCHURE DE FLUTE

262. Influence de la section du tuyau.

Plaçons sur la soufflerie un certain nombre de tuyaux de même longueur, mais de sections diverses (cylindres, prismes à base carrée), les parois étant également formées de substances différentes (bois, métal, carton). Actionnons la soufflerie de manière à donner peu de vent; dans ces conditions, chaque tuyau donne le son fondamental, c'est-à-dire le son le plus grave qu'il soit capable d'émettre. Nous constatons que tous ces tuyaux produisent des sons de même hauteur. Au contraire, un tuyau de longueur différente donne, dans les mêmes conditions, un son de hauteur différente. Nous pouvons en conclure :

La hauteur du son fondamental émis par un tuyau ne dépend pas de la forme et des dimensions de la section, ni de la nature des parois.

Toutefois, cette loi n'est valable que lorsque la section est petite par rapport à la longueur.

La hauteur du son dépend par contre de la longueur du tuyau. Nous allons distinguer successivement le cas d'un tuyau dont l'extrémité opposée à l'embouchure est en communication avec l'atmosphère (tuyau ouvert) et le cas où cette extrémité est bouchée par une paroi rigide (tuyau fermé).

263. Tuyaux ouverts.

Si le tuyau possède une embouchure de flûte, il se produit un ventre à l'embouchure, au niveau de la fente; il existe également un ventre

au voisinage de l'extrémité ouverte à l'air libre, puisque la pression y demeure constante et égale à la pression atmosphérique. Or, la distance entre deux ventres est égale à un nombre entier de fois la demi-longueur d'onde (fig. 180). Par suite, l désignant la longueur du tuyau, λ la longueur d'onde et K un nombre entier quelconque :

$$l = \mathrm{K}\,\frac{\lambda}{2}.$$

Or, $\lambda = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{N}}$, V étant la vitesse de propagation du son dans le gaz qui remplit le tuyau et N la fréquence du son émis. On a donc :

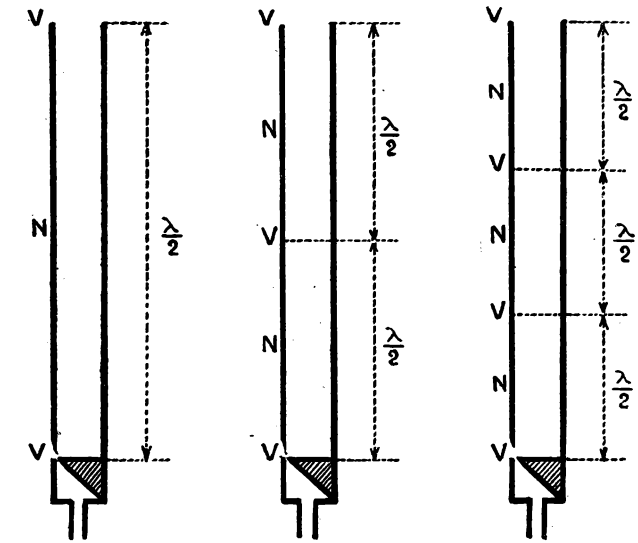
$$l = \mathrm{K}\frac{\mathrm{V}}{2\,\mathrm{N}}$$

d'où :

$$\boxed{\mathrm{N} = \mathrm{K}\,\frac{\mathrm{V}}{2\,l}.} \qquad (1)$$

La fréquence N_1 du son fondamental s'obtient en faisant $\mathrm{K} = 1$ dans la formule précédente :

$$\text{Son fondamental :}\quad \mathrm{N}_1 = \frac{\mathrm{V}}{2\,l}. \qquad (2)$$



Son fondamental ou 1re Harmonique. — 2e Harmonique. — 3e Harmonique.

FIG. 180.

Tuyau ouvert. Répartition des nœuds et des ventres.

Les formules (1) et (2) ne font que traduire les lois suivantes :

1re LOI : *La hauteur du son fondamental d'un tuyau ouvert varie en raison inverse de sa longueur.*

2e LOI : *La fréquence du son fondamental d'un tuyau ouvert est proportionnelle à la vitesse du son dans le gaz qui remplit le tuyau.* Cette fréquence dépend donc, pour un même tuyau, de la température et de la nature du gaz.

3e LOI : *Un tuyau ouvert peut rendre, en plus du son fondamental, toute la série des harmoniques.* Il émet, en général, ces harmoniques en même temps que le son fondamental.

264. Tuyaux fermés.

La tranche d'air intérieure immédiatement voisine de l'extrémité fermée ne peut vibrer; il existe donc un nœud à cette extrémité et un ventre au niveau de l'embouchure (fig. 181).

Comme la distance entre un nœud et un ventre est égale à un nombre impair de fois $\frac{\lambda}{4}$, on peut écrire avec les mêmes notations que précédemment :

$$l = (2\,\mathrm{K} - 1)\,\frac{\lambda}{4} = (2\,\mathrm{K} - 1)\,\frac{\mathrm{V}}{4\,\mathrm{N}}$$

ou :

$$\boxed{\mathrm{N} = (2\,\mathrm{K} - 1)\,\frac{\mathrm{V}}{4\,l}.} \qquad (3)$$

SON FONDAMENTAL : $\mathrm{N}_1 = \frac{\mathrm{V}}{4\,l}.$ (4)

D'où les lois suivantes :

1re LOI : *La hauteur du son fondamental d'un tuyau fermé varie en raison inverse de la longueur du tuyau.*

2e LOI : *La fréquence du son fondamental d'un tuyau fermé est proportionnelle à la vitesse du son dans le gaz qui remplit le tuyau.*

3e LOI : *Un tuyau fermé ne peut rendre, en plus du son fondamental, que les harmoniques impairs* et il les émet en même temps que le son fondamental.

4e LOI : *Le son fondamental d'un tuyau fermé est à l'octave grave de celui d'un tuyau ouvert de même longueur.*

On a, en effet, comme fréquences des sons fondamentaux :

tuyau ouvert : $N_1 = \frac{V}{2l}$

tuyau fermé : $N'_1 = \frac{V}{4l}$.

Donc : $N'_1 = \frac{N_1}{2}$.

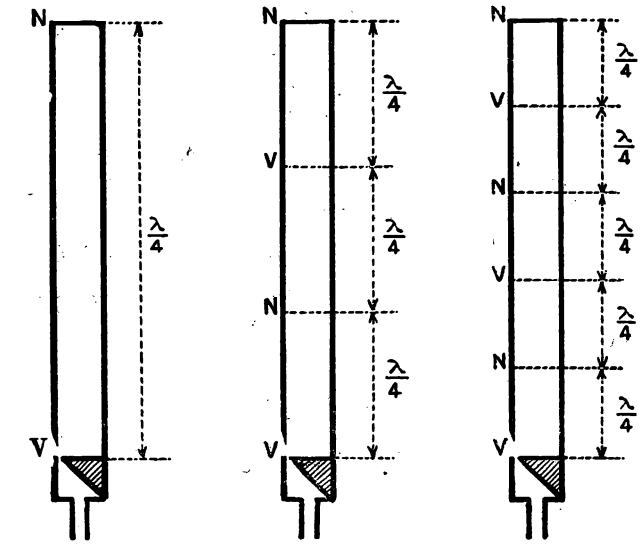


FIG. 181.

Tuyau fermé. Répartition des nœuds et des ventres.

265. Applications numériques.

1° *Calculer la longueur d'un tuyau ouvert dont le son fondamental est* ut_3. *Vitesse du son dans l'air du tuyau* = 340 *mètres par seconde.*

Fréquence de la note ut_3 :

$$N = 261 \text{ vibrations par seconde.}$$

Fréquence du son fondamental d'un tuyau ouvert :

$$N = \frac{V}{2l}$$

d'où : $$l = \frac{V}{2N} = \frac{340}{2 \times 261} = 0{,}651 \text{ m}.$$

2° *De combien s'élève le son fondamental émis par un tuyau lorsque la température passe de 0° à 20° C ?*

La fréquence du son fondamental émis par un tuyau est proportionnelle à la vitesse du son dans le gaz qui remplit le tuyau. Donc

$$\frac{N_{20}}{N_0} = \frac{V_{20}}{V_0} = \sqrt{1 + 20\alpha} \# 1 + \frac{10}{273} = \frac{283}{273}.$$

Or : $$\log \frac{283}{273} = 2{,}4518 - 2{,}4362 = 0{,}0156.$$

Le son monte donc de 15,6 savarts, environ 3 commas.

266. Expériences de vérification.

1° **Loi des longueurs.** — Les collections de Physique possèdent souvent une série de tuyaux ouverts à embouchures de flûte donnant les notes successives de la gamme : *ut, ré, mi, fa, sol, la, si, ut.* En mesurant leurs longueurs depuis la fente de l'embouchure jusqu'à l'autre extrémité, nous constatons que les rapports de ces longueurs à celle du premier tuyau sont sensiblement :

$$1 \quad \frac{8}{9} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{1}{2}.$$

Or, ces nombres sont les inverses des intervalles des diverses notes de la gamme avec la tonique. Nous vérifions ainsi que *la fréquence du son fondamental est inversement proportionnelle à la longueur du tuyau.*

En bouchant un tuyau pour le transformer en tuyau fermé, on constate que *le son fondamental baisse d'une octave.* Il faut toutefois prendre la précaution de maintenir très faible la pression de l'air envoyé par la soufflerie, sans quoi le tuyau pourrait donner, non plus le son fondamental, mais l'un des harmoniques.

Remarque. — En réalité, la loi des longueurs n'est qu'approchée. Dans le cas d'un tuyau ouvert, nous avons supposé qu'il existait un ventre dans le plan même de l'ouverture; or, l'expérience montre que le ventre se forme un peu plus loin et la longueur mesurée est toujours plus courte que la longueur donnée par le calcul. Cela tient à ce que le passage des ondes planes se propageant dans le tuyau aux ondes sphériques se propageant à l'extérieur se fait, non pas dans le plan de l'ouverture, mais un peu au-delà. Il faut alors ajouter, à la longueur mesurée, une quantité qui dépend de la section du tuyau.

2° **Loi des harmoniques.** — Si l'on augmente progressivement la pression de l'air qui actionne l'embouchure, on peut faire rendre au tuyau des sons de plus en plus aigus, correspondant aux harmoniques. Avec un tuyau ouvert à embouchure de flûte, on obtient ainsi successivement tous les harmoniques; un tuyau fermé ne donnera dans les mêmes conditions que la série des harmoniques impairs. Par exemple, le son fondamental étant ut_3, on entendra successivement :

Avec un tuyau ouvert : ut_3, ut_4, sol_4, ut_5, mi_5, etc.;

Avec un tuyau fermé : ut_3, sol_4, mi_5, etc.

En forçant de plus en plus le vent, on peut obtenir jusqu'au vingtième harmonique; toutefois, les tuyaux larges ne donnent pas les harmoniques élevés, tandis que les tuyaux très étroits fournissent difficilement le son fondamental.

3° **Existence des nœuds et des ventres.** — Pour mettre en évidence l'existence des nœuds et des ventres dans l'air d'un tuyau en vibration, on descend dans le tuyau, à l'aide d'un fil, une membrane de caoutchouc, saupoudrée de sable fin (fig. 182); le sable saute sur la membrane, *sauf aux nœuds* de vibration, dont on peut ainsi repérer les positions.

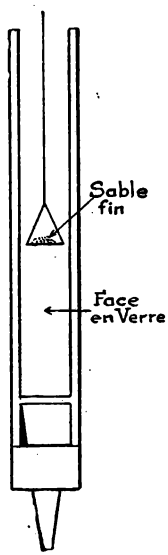


FIG. 182.
Le sable sautille aux ventres et reste immobile aux nœuds.

On reconnaît l'existence des ventres en descendant dans le tuyau une sorte de sonde formée d'un tube de verre dont l'extrémité supérieure est reliée à l'oreille par un tube de caoutchouc (fig. 183). Lorsque l'extrémité du tube de verre est dans le plan d'un ventre, où la pression est constante, l'oreille n'entend rien. Pour toute autre position de A, et surtout aux nœuds où la pression varie périodiquement, l'oreille perçoit le son du tuyau.

Si l'on ouvre un trou percé dans la paroi au niveau d'un ventre, le son du tuyau n'est pas modifié. Dans le plan d'un ventre, en effet, la pression est constante et égale à la pression atmosphérique; la communication directe avec l'atmosphère n'a donc rien changé à cette pression. Au contraire, si l'on démasque une ouverture partout ailleurs, et surtout au niveau d'un nœud où la pression éprouve les variations périodiques les plus intenses, le son est modifié.

267. Instruments à vent.

Les instruments de musique dits à vent sont presque tous des applications des tuyaux sonores.

L'**orgue** comprend un grand nombre de jeux, caractérisés chacun par un timbre différent. Chaque jeu possède une série complète de tuyaux, autant de tuyaux que de notes, car on ne fait donner à chaque tuyau que le son fondamental, accompagné de ses harmoniques; ces derniers n'étant pas utilisés séparément. Certains tuyaux, ouverts ou fermés, sont à embouchure de flûte; d'autres sont des tuyaux à anche, le plus souvent à anche battante.

En agissant sur les touches d'un clavier analogue à celui du piano, l'organiste fait arriver l'air d'une soufflerie dans les tuyaux correspondants. Il peut aussi coupler les jeux, une même touche faisant alors parler plusieurs tuyaux à la fois.

La **flûte** et le **flageolet** sont des tuyaux cylindriques à embouchure de flûte; la **clarinette,** également cylindrique, est munie d'une embouchure à anche battante, formée d'une simple languette de roseau. On produit les divers harmoniques en forçant le souffle. De plus, des ouvertures sont percées le long du tuyau; on peut les fermer ou les déboucher, soit directement avec les doigts, soit en agissant sur de petits leviers.

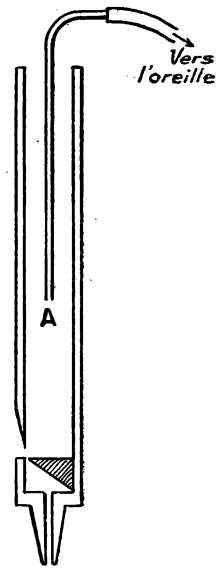


FIG. 183.

L'oreille ne perçoit aucun son lorsque l'extrémité A du tube est dans le plan d'un ventre.

Le **trombone** a une embouchure de cor. A l'aide d'une coulisse mobile, on fait varier la longueur du tuyau.

Le **clairon** est un tuyau conique à embouchure de cor. La longueur du tuyau étant invariable, on n'utilise que les harmoniques du son fondamental que l'on peut produire successivement en modifiant la pression des lèvres.

PROBLÈMES

1. 1° Une sirène dont le plateau est percé de 15 trous tourne à la vitesse de 1 305 tours par minute. Quelle note émet-elle ? (Fréquence du la_3 = 435 vibrations par seconde.)

2° Un tuyau fermé a une longueur réglable entre 50 cm et 1 m. Quelle longueur faut-il lui donner pour que l'un des sons qu'il peut émettre soit à l'unisson de celui de la sirène ?

Vitesse du son dans l'air du tuyau = 340 m à la seconde.

2. Une corde de 50 cm de longueur, de masse égale à 10 g, immobilisée à ses extrémités, vibre transversalement devant l'extrémité ouverte d'un tuyau de 1 m de longueur, dont l'autre extrémité est fermée. La corde est tendue par un poids P qu'on évalue en kilogrammes.

1° Le tuyau est rempli d'air et la corde rend le son fondamental. Calculer la plus petite valeur à donner au poids P pour qu'il y ait résonance entre la corde et le tuyau. Quelle est la hauteur du son rendu par la corde ?

2° Dans le tuyau, on remplace l'air par un autre gaz à la même température. La corde rend toujours le son fondamental. La plus petite tension qui donne la résonance égale 8,7 kg. Calculer la vitesse du son dans le gaz.

Vitesse du son dans l'air : 331 m/s.
Accélération de la pesanteur : 981 cm/s/s.

3. Une corde de violoncelle donne à vide, c'est-à-dire quand elle vibre dans toute sa longueur, la note ut_1. La longueur de cette corde est 69 cm et la masse totale de cette corde tendue est 11,12 g.

1° Quelle est, en kilogrammes, la tension de cette corde ?

2° A quelle distance de l'extrémité supérieure de cette corde doit se placer le doigt de l'instrumentiste pour obtenir la note ut_2 dièse ?

3° Quelle est la longueur du tuyau sonore ouvert, actionné par de l'air à la température de 15°, dont le son fondamental est à l'unisson du son donné à vide par la corde du violoncelle ?

Fréquence du la_3 . 435 vibrations par seconde.
Vitesse du son dans l'air à 0° : 331 m par seconde.

$$\alpha = \frac{1}{273} \qquad g = 981 \text{ C. G. S.}$$

(*Bacc.*, Aix-Marseille, 1925.)

4. Un tuyau ouvert a 1,70 m de long et est excité par de l'air à 15°. Calculer la fréquence du son fondamental du tuyau.

A côté du tuyau est une corde ayant 90 cm de long et pesant 16 cg/m. Calculer la tension nécessaire pour que le son fondamental de la corde ait la même fréquence que le 5e harmonique du tuyau. En déduire la vitesse de propagation des vibrations transversales dans la corde considérée, sachant que la vitesse du son dans l'air à 15° est égale à 340 m/s.

(*Bacc.*, Paris.)

5. Deux tuyaux sonores, l'un ouvert, l'autre fermé, sont alimentés par de l'air sec à 0°. Ils rendent le même son fondamental, qui est exactement la note ut_2.

1° Calculer leur longueur.

2° Indiquer les notes correspondant aux deux premiers harmoniques que peuvent donner ces tuyaux.

3° L'un des tuyaux est alimenté par de l'air sec à 0°, l'autre par de l'oxygène pur et sec à la même température. Indiquer la fréquence des battements produits par les sons fondamentaux des deux tuyaux.

Vitesse du son dans l'air à 0° : 330 m par seconde.
Fréquence de l'ut_2 : $N = 261$.
Densité de l'oxygène : $d = 1{,}10$.

(*Bacc.*, Rome, 1937.)

OPTIQUE

CHAPITRE XXXI

VIBRATIONS LUMINEUSES

268. Analogies de la lumière et du son.

Le son et la lumière présentent un certain nombre d'analogies :

1° **Vitesse de propagation.** — Comme le son, la lumière ne se propage pas instantanément. Remarquons toutefois une différence essentielle : alors que le son ne se transmet que dans les milieux matériels, la lumière traverse parfaitement le vide, qui n'absorbe aucune radiation. C'est pourquoi le Soleil et les étoiles peuvent nous envoyer leur lumière, alors cependant que le vide parfait existe dans les espaces interplanétaires.

La lumière parcourt 300 000 km par seconde dans le vide; dans un autre milieu, la vitesse est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction n, et sa valeur est de $\frac{300\,000}{n}$ km par seconde.

2° **Réflexion et réfraction.** — Nous avons étudié la réflexion et la réfraction de la lumière dans l'Optique géométrique (*Cours de Première*). Le phénomène de l'écho (§ 219) n'est qu'un cas particulier de la réflexion des ondes sonores que nous avons pu, comme la lumière, réfléchir sur des surfaces courbes (§ 220). On a réussi, plus difficilement d'ailleurs, à réaliser des expériences de réfraction du son par passage d'un gaz dans un autre, de l'air dans l'anhydride carbonique, par exemple.

3° **Interférences.** — Dans le chapitre suivant, nous décrirons des expériences d'interférences lumineuses. L'existence de ces interférences est incompatible avec l'hypothèse de la propagation rectiligne de la lumière; elles ont conduit à admettre que la lumière serait, comme le son, un phénomène périodique. L'hypothèse des vibrations lumineuses est parvenue à expliquer tous les faits essentiels de l'Optique, en particulier les phénomènes d'interférences.

269. Hypothèse des vibrations lumineuses.

Dans cette hypothèse, on admet que la lumière est due à des vibrations, dont la propagation dans les milieux transparents est analogue à celle du son dans les milieux élastiques. Mais, étant donné que la lumière se propage dans le vide, on a imaginé, comme support des vibrations lumineuses, un milieu immatériel qui existerait même dans le vide de matière, et que l'on appelle l'*éther*. Les molécules d'un milieu transparent baignent dans l'éther, et c'est lui qui propage les vibrations lumineuses.

La lumière serait due à un mouvement vibratoire de l'éther.

Longueur d'onde. — Chaque lumière simple ou monochromatique se distingue par sa période ou sa fréquence, tout comme un son de hauteur déterminée en Acoustique. La période des vibrations lumineuses est très petite et, par suite, leur fréquence très grande; aussi a-t-on préféré caractériser une radiation monochromatique par sa ***longueur d'onde dans le vide.*** Cette longueur d'onde étant très petite encore, on l'évalue en *microns :* le micron (abréviation μ) vaut un millième de millimètre. On emploie aussi comme unité l'*angström* (abréviation Å), qui vaut 10^{-4} microns :

$$1 \text{ Å} = 10^{-4}\ \mu = 10^{-8} \text{ cm.}$$

Les radiations du spectre visible ont une longueur d'onde comprise entre 0,4 μ pour le violet extrême et 0,8 μ pour le rouge extrême.

270. Application numérique. — *Calculer la fréquence correspondant à une radiation violette dont la longueur d'onde dans le vide est* 0,4 μ :

$$\lambda = VT = \frac{V}{N} \qquad \text{d'où} \qquad N = \frac{V}{\lambda}.$$

Or : $V = 300\,000 \text{ km/s} = 3.10^{10} \text{ cm/s.}$

Donc : $$N = \frac{3.10^{10}}{0{,}4.10^{-4}} = 7{,}5.10^{14},$$

c'est-à-dire 750 trillions de vibrations par seconde, nombre tellement considérable qu'il échappe à notre imagination. Cet exemple justifie le choix de la longueur d'onde pour caractériser une radiation, cette longueur d'onde, bien que petite, étant pour nous beaucoup plus accessible.

271. Surfaces d'onde et rayons lumineux.

Soit une source ponctuelle S. Le mouvement vibratoire issu de S à l'instant t, se propageant dans le milieu environnant, se trouve réparti, à l'instant $t + \Delta t$, sur une surface appelée *surface d'onde.* Il s'ensuit que ***tous les points d'une même surface d'onde sont en même phase de vibration.***

Ce que nous avons appelé *rayons lumineux*, dans l'optique géométrique, n'est pas autre chose que l'ensemble des normales aux surfaces d'onde. Dans un milieu homogène et isotrope, les surfaces d'onde issues d'une source ponctuelle S sont des sphères concentriques de centre S; les rayons lumineux sont les droites partant de S, qui en chaque point coupent normalement les ondes sphériques (fig. 184).

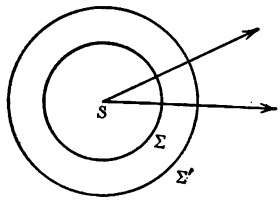


FIG. 184.

Les rayons lumineux coupent normalement les surfaces d'onde.

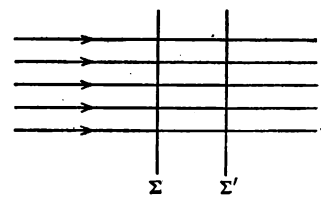


FIG. 185.

A un faisceau de rayons parallèles correspondent des ondes planes.

Lorsque le point S se trouve à l'infini, il émet un faisceau de rayons parallèles, et les surfaces d'onde sont les plans perpendiculaires au faisceau (fig. 185).

272. Réflexion de la lumière.

Considérons la réflexion sur un miroir plan. D'après les lois de l'optique géométrique, le miroir plan M donne, du point lumineux A, une image virtuelle A′, symétrique de A par rapport au miroir (fig. 186). La surface d'onde incidente Σ, qui est une sphère de centre A, doit donc donner naissance, après réflexion, à la surface d'onde Σ′ sphérique, de centre A′. En effet, le trajet AID′, que suit la lumière pour aller de A au point D′ de l'onde réfléchie Σ′, est égal au trajet AID parcouru par la lumière pour aller de A en un point quelconque de l'onde incidente Σ. Σ′ est donc bien l'onde réfléchie correspondant à l'onde incidente Σ.

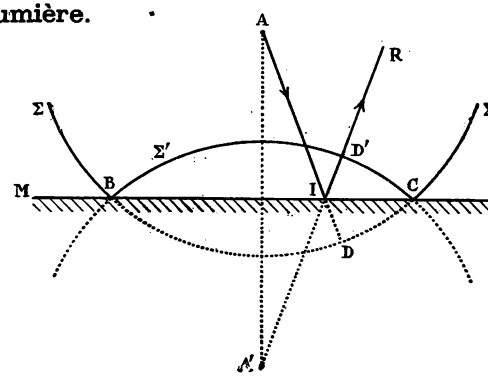


FIG. 186.

Réflexion sur un miroir plan.

273. Réfraction de la lumière.

Soit un *dioptre plan*, formé de deux milieux transparents, dans lesquels la vitesse a respectivement pour valeur V_1 et V_2, séparés par la surface plane dont la trace est *xy* (fig. 187). Un faisceau de rayons parallèles, limité par les rayons AI et BJ, est transformé après réfraction en un autre faisceau de rayons parallèles. Cela revient à dire que, à une onde incidente plane, correspond une onde réfractée également plane. Par exemple, l'*onde incidente* IC, normale aux rayons incidents, devient l'*onde réfractée* DJ, normale aux rayons réfractés. La lumière met donc le même temps pour parcourir le trajet CJ dans le premier milieu, et pour parcourir le trajet ID dans le second milieu; d'où :

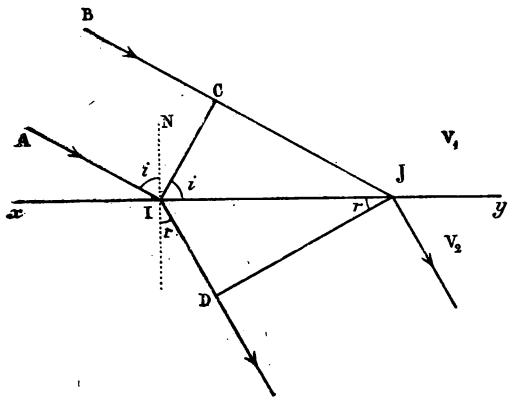


FIG. 187.
Réfraction dans un dioptre plan.

$$\frac{CJ}{V_1} = \frac{ID}{V_2}.$$

Désignons par i et r les angles d'incidence et de réfraction :

$$CJ = IJ \sin i, \qquad ID = IJ \sin r.$$

La relation précédente devient alors :

$$\frac{IJ \sin i}{V_1} = \frac{IJ \sin r}{V_2}$$

$$\sin i = \frac{V_1}{V_2} \sin r.$$

Nous retrouvons ainsi la loi de la réfraction :

$$\sin i = n \sin r.$$

L'indice de réfraction n du milieu 2 par rapport au milieu 1 est égal au rapport des vitesses de la lumière dans les milieux 1 et 2 :

$$n = \frac{V_1}{V_2}.$$

Rappelons que l'on appelle *indice absolu* d'un milieu son indice par rapport au vide. D'où, en désignant par v la vitesse de la lumière

dans le vide et par V_1 la vitesse de la lumière dans un milieu d'indice absolu n_1 :

$$n_1 = \frac{v}{V_1}.$$

274. Chemin optique.

Le chemin optique correspondant à un trajet e dans un milieu d'indice absolu n, franchi par la lumière pendant le temps t, est le trajet que parcourrait la lumière dans le vide pendant le même temps t.

Si l'on désigne par e' le chemin optique, par v et V les vitesses respectives de la lumière dans le vide et dans le milieu considéré, on a, par définition :

$$t = \frac{e'}{v} = \frac{e}{V} \qquad e' = \frac{v}{V}\, e = ne.$$

$$\boxed{e' = ne.}$$

CHAPITRE XXXII

INTERFÉRENCES LUMINEUSES

275. Production des interférences lumineuses (1).

Il existe plusieurs méthodes d'obtention des interférences lumineuses. Elles consistent toutes à former deux images d'une même source lumineuse, de telle sorte que les deux faisceaux de rayons émanant de ces images aient une partie commune. Les deux images se comportent alors comme deux sources lumineuses identiques. En certains points de la région commune aux deux faisceaux, les mouvements vibratoires issus des deux sources seront en même phase de vibration; il en résultera des maxima de lumière qui se manifesteront par ce que nous appellerons des ***franges brillantes.*** En d'autres points, les mouvements vibratoires issus des deux images seront en opposition de phase, et il y aura minimum de lumière et même obscurité : on aura des ***franges obscures.***

Nous allons étudier le dispositif connu sous le nom de ***biprisme de Fresnel.*** Nous décrirons d'abord l'aspect des franges en lumière monochromatique, et nous en déduirons un procédé de mesure des longueurs d'onde. Nous indiquerons ensuite ce que deviennent les franges en lumière blanche.

276. Expérience du biprisme en lumière monochromatique.

Deux prismes identiques, de petit angle, sont accolés par leurs bases (fig. 188). Ils donnent, d'une fente lumineuse F, parallèle aux arêtes des prismes, et située dans le plan des bases, deux images virtuelles A et B. Après réfraction à travers les prismes, les faisceaux lumineux qui semblent venir de A et B ont une partie commune dans laquelle on peut observer des franges d'interférence parallèles

(1) Dans le choix de l'expérience d'interférences qu'il présentera à ses élèves, le professeur se laissera guider par les ressources de son laboratoire. L'expérience des fentes de Young se réalise facilement et n'exige pas, comme celle des miroirs de Fresnel, des bilentilles de Billet ou du biprisme un matériel coûteux, mais l'explication du phénomène observé est moins aisée. (Instructions officielles du 20 juin 1947.)

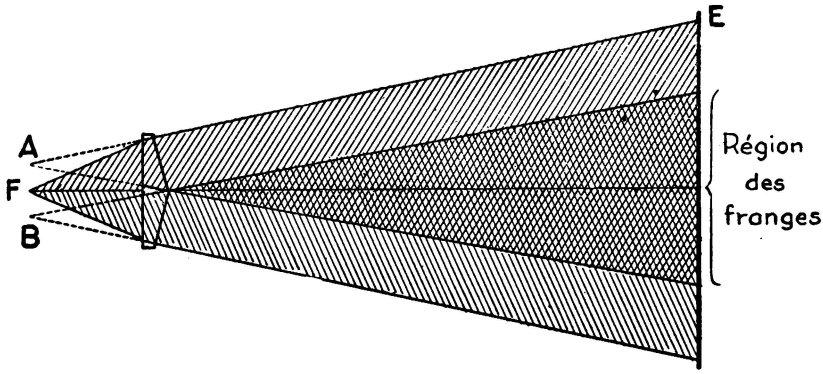


Fig. 188. — Expérience du biprisme.

à la fente F. Il suffit pour cela de disposer, parallèlement aux prismes, à une certaine distance, un écran E. L'observation est rendue plus aisée par l'emploi d'une loupe; on peut alors supprimer l'écran E.

Lorsque la fente F est éclairée en lumière monochromatique, on aperçoit sur l'écran, dans la région commune aux deux faisceaux, des raies brillantes séparées par des raies sombres (fig. 189). Il n'existe d'ailleurs pas de séparation nette entre les franges brillantes et les franges obscures; l'intensité lumineuse, qui est maximum au milieu d'une frange brillante, décroît régulièrement jusqu'au milieu de la frange obscure voisine, où elle est minimum.

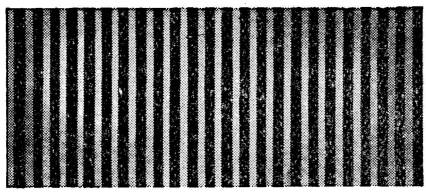


Fig. 189.
Aspect des franges en lumière monochromatique.

L'écartement des franges dépend de la lumière employée : ***les franges sont plus serrées en lumière violette qu'en lumière rouge.***

277. Calcul de la largeur des franges.

Prenons comme plan de la figure un plan quelconque perpendiculaire aux deux images A et B. Désignons par a la distance de ces images, et par d la distance du plan de AB à l'écran E, sur lequel on observe les franges. Du point I, milieu de AB, abaissons sur l'écran une perpendiculaire qui rencontre l'écran en O (fig. 190). Supposons la fente F éclairée en lumière monochromatique de longueur d'onde λ.

A et B étant les images d'une même source F, nous pouvons les considérer comme deux sources distinctes, de même période et de même phase. Pour connaître l'état vibratoire en un point C de l'écran,

à la distance x de O, nous devons alors calculer la différence de marche δ des mouvements vibratoires issus de A et B, et arrivant au point C :

$$\delta = AC - BC.$$

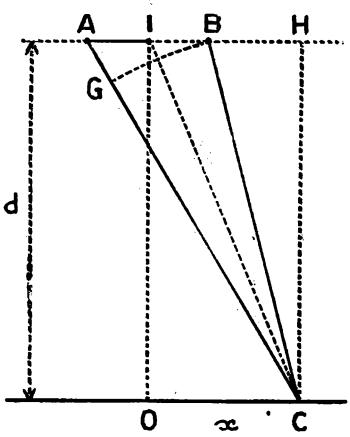


FIG. 190.

Pour cela, du point C comme centre, traçons un arc de cercle de rayon CB, qui coupe AC au point G :

$$\delta = AC - BC = AC - GC = AG.$$

L'angle ACB étant petit, on peut confondre l'arc GB avec la corde. Les angles ABG et CIO sont alors égaux comme ayant leurs côtés respectivement perpendiculaires; soit α leur valeur commune.

Dans le triangle ABG :

$$\sin \alpha = \frac{AG}{AB} = \frac{\delta}{a}.$$

Dans le triangle CIO :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CO}{IO} = \frac{x}{d}.$$

L'angle α étant petit, on peut confondre le sinus et la tangente.

$$\frac{\delta}{a} = \frac{x}{d} \qquad \text{d'où :} \qquad \boxed{\delta = \frac{ax}{d}} \qquad (1)$$

Franges brillantes. — Il se produit au point C un maximum de lumière lorsque la différence de marche est égale à un nombre entier de fois la longueur d'onde. K désignant un nombre entier quelconque, la position des franges brillantes est alors définie par la relation :

$$\delta = K\lambda, \qquad \text{ou :} \qquad \frac{ax}{d} = K\lambda.$$

$$\boxed{x = K\,\frac{\lambda d}{a}.} \qquad (2)$$

Pour une frange brillante donnée, K est un nombre entier déterminé et la différence de marche $\delta = K\lambda$ est constante. Si nous considérons A et B comme deux sources ponctuelles, la relation $\delta = K\lambda =$ constante définit un hyperboloïde de révolution admettant A et B comme foyers. Les franges observées dans le plan E seraient

alors des hyperboles, obtenues en coupant les hyperboloïdes par le plan de l'écran. La courbure de la partie centrale de ces hyperboles étant faible et la luminosité du phénomène diminuant rapidement lorsqu'on s'éloigne de cette région centrale, les franges se réduisent à de petites droites parallèles, perpendiculaires au plan de la figure.

Or, dans notre expérience, A et B sont deux fentes; le phénomène précédent se reproduit donc dans tous les plans parallèles au plan de la figure, c'est-à-dire perpendiculaires aux fentes A et B. Les franges produites par les divers points des fentes se prolongent les unes les autres en donnant des franges rectilignes parallèles aux fentes. L'équation (2) définit alors la distance des franges à l'axe O.

Pour $K = 0$, $x = 0$. En O se trouve une frange brillante que l'on appelle *frange centrale.*

Les autres franges brillantes, parallèles à la frange centrale, sont équidistantes les unes des autres de $\frac{\lambda d}{a}$.

Franges obscures. — Pour tous les points de l'écran tels que la différence de marche est égale à un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde, on obtient un minimum de lumière. Ces points sont alors les milieux des franges obscures et leur position est définie par la relation :

$$\delta = (2K - 1)\frac{\lambda}{2} \qquad \text{ou :} \qquad \frac{ax}{d} = (2K - 1)\frac{\lambda}{2}.$$

$$\boxed{x = (2K - 1)\frac{\lambda d}{2a}.} \qquad (3)$$

Les franges obscures situées entre les franges brillantes, sont aussi distantes les unes des autres de $\frac{\lambda d}{a}$.

278. Mesure des longueurs d'onde.

L'expérience du biprisme, en lumière monochromatique, fournit un procédé de détermination de la longueur d'onde utilisée. La distance des milieux de deux franges obscures consécutives étant égale à $\frac{\lambda d}{a}$ il suffit de mesurer a et d, ainsi que la distance qui sépare un certain nombre de franges, pour connaître λ. On mesure la distance des franges en les observant avec un oculaire micrométrique.

Les longueurs d'onde des diverses couleurs varient en sens inverse de l'indice de réfraction.

Le tableau suivant donne, à titre d'indication, les longueurs d'onde de quelques radiations importantes :

Élément	Couleur	Longueur d'onde en microns
Potassium	Violette γ	0,404
Hydrogène	Bleue F.	0,486
Thallium	Verte.	0,535
Sodium	Jaune D.	0,589
Hydrogène	Rouge orangé C.	0,656
Lithium	Rouge.	0,671
Potassium	Rouge.	0,768

279. Aspect des franges en lumière blanche.

Reprenons l'expérience du biprisme en éclairant la fente F avec de la lumière blanche. Les franges sont moins nombreuses et moins nettes (fig. 191). La frange centrale est blanche, puisque toutes les couleurs donnent en O une frange brillante. Mais les franges suivantes sont irisées; les minima nuls ayant lieu, pour les diverses radiations, à des distances différentes de O, il n'existe plus, en effet, de minimum absolument noir. En particulier, les franges voisines de la frange centrale sont bordées de violet en dedans et de rouge en dehors. Lorsqu'on s'éloigne de la frange centrale, les franges sont entièrement colorées et plus pâles. Enfin, à une distance suffisante, on observe une teinte blanche uniforme. Cette teinte résulte de ce qu'il subsiste, en chaque point, un grand nombre de couleurs réparties dans tout le spectre. Il manque cependant les radiations qui, au point considéré, forment une frange obscure. Cette lumière, qui paraît blanche pour l'œil, est appelée ***lumière blanche d'ordre supérieur.*** On l'analyse en disposant, parallèlement à la frange centrale, la fente d'un spectroscope; il apparaît des bandes noires ou *cannelures* réparties dans tout le spectre, et correspondant aux radiations éteintes à l'endroit où se trouve la fente du spectroscope; le spectre ainsi obtenu est dit ***spectre cannelé.***

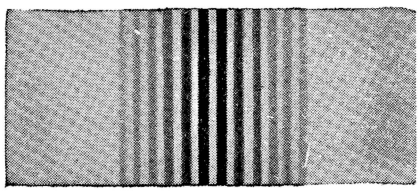


FIG. 191.
Franges d'interférence en lumière blanche.

280. Autres dispositifs d'interférences lumineuses.

Il s'agit toujours d'obtenir deux images d'une même source lumineuse, les faisceaux émanant de ces images ayant une partie commune.

Voici quelques-uns des dispositifs employés :

1° **Miroirs de Fresnel.** — Deux miroirs plans M et M′, faisant entre eux un angle voisin de 180°, donnent, d'une fente F parallèle à l'intersection I des miroirs, deux images virtuelles A et B. La figure 192 représente la marche des rayons; on observe des franges

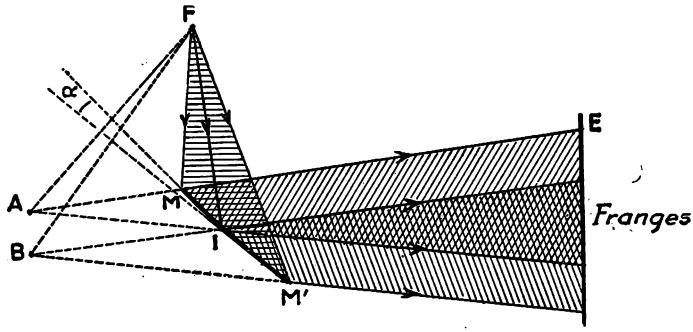


FIG. 192. — Miroirs de Fresnel.

d'interférence, sur l'écran E, dans la région commune aux deux faisceaux réfléchis.

2° **Demi-lentilles de Billet.** — Une lentille convergente a été divisée en deux parties L_1 et L_2, que l'on a légèrement écartées l'une de

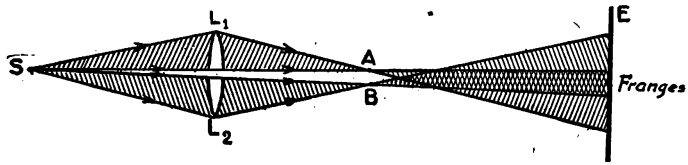


FIG. 193. — Demi-lentilles de Billet.

l'autre (fig. 193). Une fente lumineuse S est disposée perpendiculairement au plan de la figure, c'est-à-dire parallèlement au diamètre suivant lequel on a coupé la lentille. On obtient ainsi, de la fente S, deux images réelles A et B, dont la distance varie avec l'écartement de L_1 et L_2, et les franges d'interférence sont visibles dans la région commune aux deux faisceaux réfractés.

3° **Fentes d'Young.** — Cette expérience, bien que théoriquement moins simple que les précédentes, présente l'avantage de pouvoir être réalisée très facilement.

La fente fine F, perpendiculaire au plan de la figure, envoie de la lumière sur deux fentes parallèles A et B, découpées dans l'écran E,

(fig. 194). Les fentes A et B sont parallèles à F, et leur écartement est de l'ordre de grandeur du millimètre; la distance de F à l'écran E_1 est d'environ 1 mètre. Au-delà, on a disposé un verre dépoli E_2 parallèle à E_1.

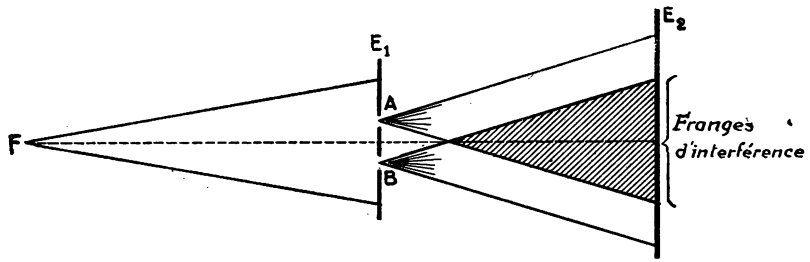


FIG. 194. — Expérience des fentes d'Young.

La lumière, en traversant les fentes étroites A et B, au lieu de continuer en ligne droite, s'est étalée en éventail; on dit que *la lumière se diffracte.* Tout se passe donc comme si les deux fentes A et B étaient devenues deux sources identiques de lumière, ayant même phase de vibration lorsque les distances FA et FB sont égales. Sur l'écran E_2, assez éloigné de E_1, on observe alors deux sortes de franges :

a) Des franges larges qui subsistent lorsqu'on masque l'une des fentes, A ou B; elles sont dues à des phénomènes de diffraction : ce sont des ***franges de diffraction;***

b Des franges fines situées dans la partie centrale commune aux deux faisceaux; ces franges disparaissent lorsqu'on masque l'une des fentes : ce sont des ***franges d'interférence*** analogues à celles que nous avons obtenues dans l'expérience du biprisme. Ces franges fines deviennent plus facilement visibles si l'on emploie une loupe qui vise dans le plan de E_2, cet écran pouvant alors être supprimé.

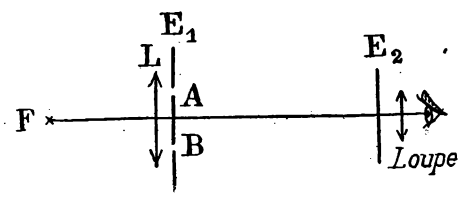


FIG. 195.

Dispositif de l'expérience d'Young : En l'absence de E_1, la lentille L donnerait une image réelle de F sur l'écran E_2.

On augmente considérablement l'éclat du phénomène en interposant en avant des fentes A et B une lentille convergente L et en choisissant, comme plan d'observation E_2, le plan conjugué par rapport à la lentille du plan de la fente (fig. 195).

REMARQUE. — On peut encore réaliser l'expérience d'Young plus simplement en

traçant au canif, sur une plaque photographique voilée (ou à défaut sur une carte de visite) deux fentes fines très rapprochées. Il suffit de placer l'œil en arrière des deux fentes et de regarder au travers un filament rectiligne de lampe à incandescence : on observe de part et d'autre de belles franges d'interférence.

281. Déplacement des franges.

Expérience. — Réalisons une expérience d'interférences comme l'expérience des fentes d'Young (fig. 194) et interposons devant l'une des fentes, B par exemple, une lamelle de verre ou une lame de mica extrêmement mince, d'épaisseur e (quelques microns) et d'indice n. Les franges, tout en gardant la même largeur, subissent un déplacement. Si nous utilisons de la lumière blanche, nous voyons que la frange centrale, qui reste blanche, est déplacée du côté de B d'une longueur x (fig. 196).

Calcul du déplacement x. — Avec les mêmes notations que précédemment, la différence de trajet géométrique AC — BC a pour valeur $\frac{a\,x}{d}$ (§ 277) :

$$AC - BC = \frac{ax}{d}.$$

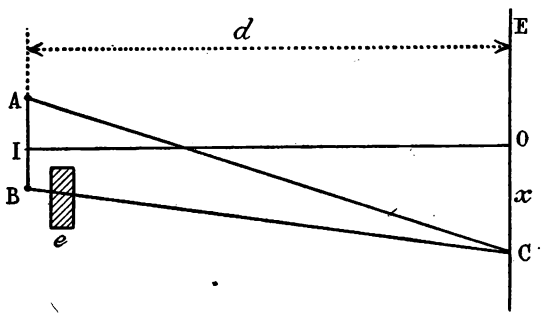


Fig. 196.
La lame à faces parallèles produit un déplacement des franges.

Mais l'interposition de la lame à faces parallèles a remplacé le trajet e dans l'air (ou, ce qui revient au même, dans le vide, car l'indice de l'air est très voisin de l'unité) par le chemin optique ne (§ 274). Le chemin optique de B à C se trouve donc augmenté de $ne - e = (n - 1)\,e$, et la différence de marche optique δ des mouvements vibratoires issus de A et de B et arrivant au point C a pour valeur :

$$\delta = \frac{ax}{d} - (n - 1)\,e.$$

La frange centrale, qui correspond à une différence de marche nulle, a lieu pour :

$$\frac{ax}{d} - (n - 1)\,e = 0. \qquad \boxed{x = \frac{(n - 1)\,ed}{a}.}$$

La frange centrale est déplacée du côté de la lame, et avec elle toutes les autres franges. Le déplacement x, proportionnel à l'épaisseur de la lame, est indépendant de la longueur d'onde considérée. On comprend ainsi que, en lumière blanche, ***la frange centrale reste blanche.***

PROBLÈMES

1. Le biprisme de Fresnel est, comme on le sait, formé de deux prismes de verre, identiques, accolés par leurs bases et symétriques l'un de l'autre par rapport à cette base commune. On éclaire le biprisme en lumière monochromatique au moyen d'une fente fine et courte, parallèle aux arêtes du biprisme et située dans le plan de la base commune. A l'aide d'une loupe micrométrique placée devant l'œil, un observateur vise un plan perpendiculaire au plan de symétrie et distant de la fente de 36,65 cm.

1° Décrire et expliquer les phénomènes observés et hachurer la partie de la figure où on peut les obtenir.

2° Au moyen de la loupe micrométrique, l'observateur mesure la distance de deux franges consécutives; la valeur moyenne obtenue est 0, 1056 mm. D'autre part, en plaçant une lentille convergente C entre le biprisme et la loupe, l'observateur aperçoit, en visant dans le même plan que ci-dessus, une double image nette de la fente, pour deux positions distinctes de la lentille S; dans un cas, l'écart des deux images observées ainsi simultanément est de 10,32 mm; dans l'autre cas, 0,432 mm. Quelle est la longueur d'onde de la radiation utilisée ? A quelle partie du spectre appartient-elle ?

(*Bacc.*, Dijon, 1934.)

2. On produit des franges d'interférences au moyen du dispositif des trous d'Young ou des miroirs de Fresnel. Les deux sources, distantes de 1 mm sont situées à 1 m du plan dans lequel on observe les franges.

1° On utilise tout d'abord de la lumière monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 0{,}546\ \mu$ (radiation verte de l'arc au mercure). Calculer, dans ces conditions, la distance comprise entre la 5e frange brillante à droite et la 5e frange brillante à gauche de la frange centrale.

2° On répète l'expérience avec de la lumière blanche (lampe à incandescence). On place dans le plan d'observation, à 4 mm de la frange centrale, la fente d'un spectroscope, disposée parallèlement aux franges. Le spectre obtenu est sillonné d'un certain nombre de franges ou cannelures sombres parallèles à la fente du spectroscope. Expliquer la formation de ces franges, déterminer leur nombre dans toute l'étendue du spectre visible (c'est-à-dire entre les longueurs d'onde 0,8 μ et 0,4 μ) et calculer les longueurs d'onde auxquelles elles correspondent.

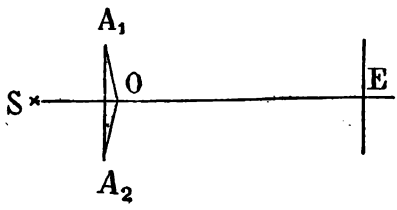
(*Bacc.*, Lyon, 1931.)

3. On réalise l'expérience d'Young à l'aide de deux fentes étroites, parallèles, A et B, distantes de 2 mm éclairées par une source éloignée qui émet de la lumière monochromatique de longueur d'onde 0,5 μ. On observe les franges produites par un écran placé parallèlement au plan des fentes A et B, à 1 m de distance.

1° Déterminer la distance à la frange centrale de la 5e frange sombre.

2° On remplace la source lumineuse par une autre source qui émet simultanément les radiations de longueur d'onde égales à 0,5 μ et à 0,6 μ. Décrire le phénomène observé.

(*Bacc.*, Caen, 1932.)



4. Deux prismes identiques d'angle A égal à 20 minutes et d'indice $n = 1{,}5$, sont accolés par leurs bases supposées rigoureusement parallèles à leurs arêtes, la distance de l'arête à la base étant pour chacun des prismes de 1 cm. Une source lumineuse ponctuelle monochromatique S, émettant de la lumière de longueur d'onde $\lambda = 0{,}5\ \mu$, est placée sur l'axe du système (intersection du plan de base des deux prismes et du plan P perpendiculaire au milieu de leurs arêtes) à une distance $d = 50$ cm des prismes. Montrer que ce système permet d'observer des franges d'interférence. Figurer le trajet des faisceaux lumineux dans le plan P. En supposant que l'on observe des franges sur un écran E perpendiculaire à l'axe et placé à une distance $D = 2$ m des deux prismes, calculer la largeur $2u$ de la région dans laquelle on peut observer des franges. Calculer l'intervalle X_0 entre deux franges consécutives et le nombre total N des franges observées.

(*Bacc.*, Lille, 1932.)

5. Une lentille convergente, de distance focale 20 cm est coupée en deux moitiés par un plan passant par son axe, et les deux moitiés sont écartées de 0,5 mm de part et d'autre du centre optique O et perpendiculairement à la coupure. Une fente lumineuse F de lumière monochromatique est placée à 30 cm de O, parallèlement à la coupure.

1° Calculer l'écart des deux images S et S′ de F.

2° Expliquer le phénomène d'interférences qui se produira sur un écran E placé à 1,20 m de O, perpendiculairement à l'axe. Calculer la longueur d'onde de la lumière qui éclaire la fente, si l'écart de deux franges obscures est 110 microns.

3° La fente est ensuite éclairée par de la lumière blanche. La fente d'un spectroscope est placée dans le plan de l'écran E, en un point à 1 mm de l'axe. Calculer les longueurs d'onde des radiations manquant dans le spectre visible.

N. B. — Les radiations visibles ont des longueurs d'onde comprises entre 0,785 μ et 0,410 μ.

(*Bacc.*, Alexandrie, 1931.)

6. On réalise l'expérience des deux trous d'Young avec deux trous distants de 1 mm. On observe les franges sur un écran parallèle à celui qui porte les trous et distant de $d = 200$ cm de ce dernier.

On utilise une lumière monochromatique dont la longueur d'onde dans l'air est $\lambda = 0{,}5\ \mu$.

1° Décrire le phénomène observé.

2° Calculer la distance x qui sépare la 5e frange noire du plan de symétrie de la figure.

3° Qu'arrive-t-il si l'on recouvre l'un des trous d'une lame transparente d'indice $n = \frac{3}{2}$ et d'épaisseur $e = 0{,}01$ mm ?

Si l'on opère alors en lumière blanche, où se trouve la frange centrale ? Comment la reconnaîtra-t-on ?

(*Bacc.*, Dijon, 1935.)

CHAPITRE XXXIII

POLARISATION DE LA LUMIÈRE

I. — POLARISATION PAR RÉFLEXION (1)

282. Lumière naturelle.

Nous appellerons *lumière naturelle* celle qui provient directement d'une source lumineuse, sans avoir subi aucune réflexion ni aucune réfraction.

Un faisceau cylindrique de lumière naturelle reçu sur un miroir de verre donne toujours un faisceau réfléchi, et le pouvoir réflecteur du miroir dépend uniquement de l'incidence; autrement dit, l'intensité du faisceau réfléchi reste la même lorsqu'on fait tourner le miroir autour de la direction de la lumière incidente comme axe, de manière à conserver la même valeur à l'angle d'incidence.

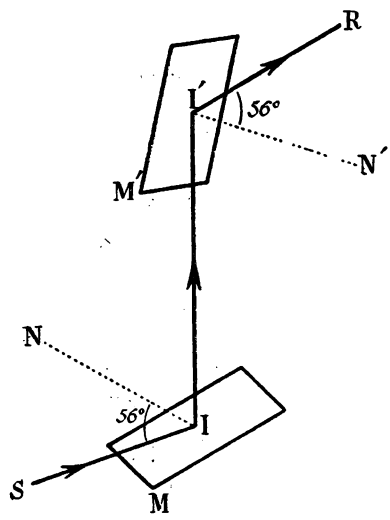


FIG. 197.
Polarisation de la lumière par réflexion.

283. Lumière polarisée.

EXPÉRIENCE. — Recevons sur un miroir de verre noir M, et sous l'incidence $i = 56°$, un faisceau cylindrique SI de lumière naturelle (fig. 197). Le faisceau réfléchi II' arrive sur un second miroir de verre noir M' sous la même incidence $i = 56°$. Le nouveau faisceau réfléchi I'R forme une tâche sur un écran (non représenté sur la figure).

1° Lorsque les deux miroirs sont parallèles, le faisceau I'R, réfléchi deux fois en I et I', a une certaine intensité.

(1) L'expérience de polarisation rectiligne se fera, suivant les disponibilités en matériel, soit avec des miroirs travaillant sous l'incidence de Brewster, soit avec des nicols, des rhomboèdres de spath d'Islande, des cristaux de tourmaline ou des polaroïds. (Instructions officielles du 20 juin 1947.)

2° Faisons tourner le miroir M′ autour de II′ comme axe de façon à conserver toujours la même incidence 56° : l'intensité du faisceau réfléchi I′R ne reste pas constante.

Pour un tour complet du miroir M′, l'intensité du faisceau I′R a passé par deux *maxima* lorsque les plans d'incidence en I et I′ étaient parallèles, et l'intensité s'est *annulée* deux fois lorsque les deux plans d'incidence étaient perpendiculaires.

Conclusion. — Le faisceau de lumière réfléchie II′ n'a pas les mêmes propriétés que le faisceau de lumière naturelle SI : il peut être éteint par une nouvelle réflexion. On dit que la lumière II′ est ***polarisée***: le plan d'incidence sur le miroir M est appelé ***plan de polarisation.***

Le premier miroir M est le ***polariseur;*** le second miroir M′ est l'***analyseur.***

Appareil. — Pour réaliser facilement les expériences précédentes, on utilise un tube T (fig. 198) formé en réalité de deux tubes ayant

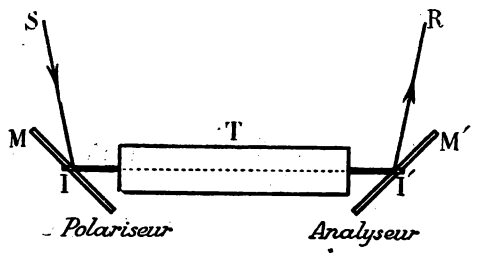


Fig. 198.

Appareil pour polariser la lumière par réflexion.

même axe et pouvant tourner l'un dans l'autre; chacun d'eux porte un des miroirs. La lumière va d'un miroir à l'autre suivant la direction de l'axe du tube. On peut régler à volonté l'angle d'incidence sur chaque miroir.

284. Polarisation rectiligne. Polarisation partielle.

Lorsque, pour une certaine position de l'analyseur, on peut arriver à l'extinction complète du faisceau réfléchi, on dit que le faisceau II′ est *complètement polarisé* ou encore qu'il s'agit de ***polarisation rectiligne.***

Au lieu de faire réfléchir la lumière naturelle sur le polariseur sous l'incidence de 56°, faisons-la maintenant réfléchir sous un angle différent. Nous constatons qu'il n'est plus possible de l'éteindre complètement par une seconde réflexion sur l'analyseur; pour un tour complet de l'analyseur, l'intensité du faisceau I′R passe par deux maxima et deux minima sans jamais s'annuler. On dit que la lumière II′ est *partiellement polarisée.*

Loi de Brewster. — L'expérience montre que la lumière est *partiellement* polarisée par réflexion sur tous les corps et pour tous les angles. Par réflexion sur les corps *transparents*, elle est *complètement* polarisée lorsque l'angle d'incidence i satisfait à la relation :

$$\operatorname{tg} i = n \qquad \text{(loi de Brewster)},$$

n étant l'indice de réfraction. Cet angle i est appelé ***incidence de Brewster.***

Pour $n = 1{,}50$, la relation précédente donne $i = 56° 19'$. L'incidence de Brewster, dans le cas de réflexion sur le verre, est donc voisine de 56°, angle que nous avions choisi dans l'expérience de la figure 197.

Remarques. — 1° Dans la polarisation partielle, le faisceau I'R est le plus intense possible lorsque les plans d'incidence en I et I' sont parallèles; le plan de polarisation partielle est donc toujours confondu avec le plan d'incidence sur le miroir polariseur.

2° Il y a encore *polarisation partielle dans tous les phénomènes de réfraction.* Par exemple, un faisceau est partiellement polarisé par son passage *dans une direction oblique* à travers une lame de verre à faces parallèles; le plan de polarisation partielle est normal au plan de réfraction, par conséquent au plan d'incidence sur la lame.

285. Explication de la polarisation.

Pour expliquer les phénomènes de polarisation, on admet que les vibrations lumineuses s'effectuent, non pas dans le sens de la direction de propagation (comme les vibrations de l'air), mais normalement à cette direction, comme les vibrations des points d'une corde pincée ou attaquée par un archet. Autrement dit :

Les vibrations lumineuses sont transversales.

1° Dans la *lumière naturelle*, les vibrations, situées dans un plan normal au rayon, sont orientées successivement dans toutes les directions; il n'y a aucun azimut privilégié. C'est pourquoi un rayon de lumière naturelle donne toujours un rayon réfléchi.

2° Dans la *lumière polarisée rectilignement*, la vibration s'effectue parallèlement à une direction invariable; on admet que ***la vibration est perpendiculaire au plan de polarisation.***

La lumière polarisée par un miroir vibre donc parallèlement à la surface du miroir.

3° Enfin, la *lumière partiellement polarisée* peut être considérée, suivant les cas, comme la superposition de lumière naturelle et de lumière polarisée rectilignement, ou comme une vibration de forme, non plus rectiligne, mais elliptique.

II. — POLARISATION PAR DOUBLE RÉFRACTION

286. Double réfraction du spath d'Islande.

Le spath d'Islande est du carbonate de calcium pur; on le trouve dans la nature cristallisé en forme de rhomboèdre, solide dont les six faces sont deux à deux parallèles et ont la forme de losanges égaux (fig. 199).

Regardons un objet à travers un cristal de spath d'Islande : nous le voyons généralement double. Donc, à un rayon incident, correspondent dans le cristal deux rayons réfractés : c'est le phénomène de la ***double réfraction.***

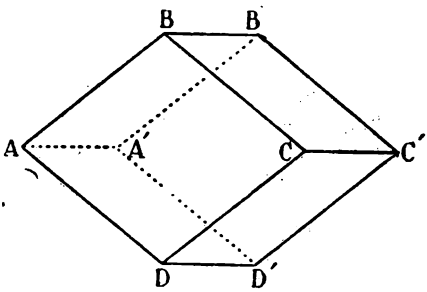


FIG. 199.
Rhomboèdre de spath d'Islande.
CA' est l'axe du cristal.

L'un des rayons, appelé ***rayon ordinaire,*** suit toujours les lois de la réfraction de Descartes; l'autre rayon, appelé ***rayon extraordinaire,*** ne suit les lois de Descartes que si le plan d'incidence est normal à l'axe.

EXPÉRIENCE. — Faisons tomber un faisceau cylindrique étroit de lumière naturelle SI normalement à la face ABCD (fig. 200); le faisceau se dédouble en traversant le cristal. A leur sortie de la face A'B'C'D', les deux faisceaux réfractés sont encore parallèles au faisceau incident SI. L'un des faisceaux I'O est exactement dans le prolongement de SI, conformément aux lois de la réfraction à travers une lame à faces parallèles : c'est le faisceau *ordinaire*. L'autre faisceau I''E a été dévié dès la première réfraction, bien que l'incidence fût normale; il ne suit donc pas les lois ordinaires de la réfraction : c'est le faisceau *extraordinaire*.

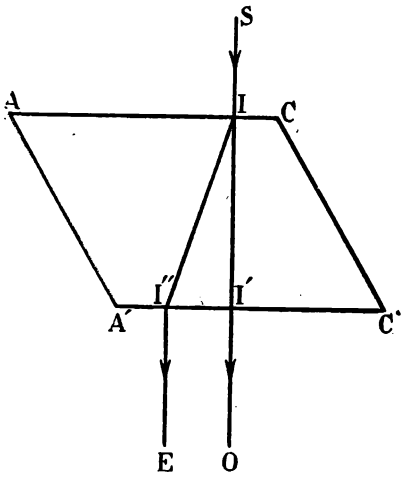


FIG. 200.
Double réfraction du spath.

Coupons les faisceaux réfractés par un écran : ils dessinent sur

cet écran deux taches O et E. Faisons tourner le cristal autour de la direction SI comme axe : la tache O reste immobile et la tache E tourne autour de O.

287. Polarisation des deux rayons réfractés.

Première expérience. — Regardons à travers un spath l'image d'une bougie obtenue par réflexion sur un verre noir. La bougie est placée suffisamment loin du miroir pour que tous les rayons qu'elle envoie soient sensiblement parallèles; on incline le miroir pour que la réflexion se fasse sous l'angle de polarisation complète, voisin de 56°.

Si l'on fait tourner le spath autour d'un axe parallèle aux rayons réfléchis, on constate que les deux images ont des intensités variables avec l'azimut. Quand l'une des images a l'intensité maximum, l'autre disparaît; de plus, les azimuts d'extinction sont rectangulaires.

Conclusion. — Dans cette expérience, le spath a servi d'*analyseur;* il s'est comporté comme un ensemble de deux miroirs dont les azimuts seraient rectangulaires.

Deuxième expérience. — Envoyons maintenant un étroit faisceau lumineux cylindrique sur le spath et analysons avec un miroir les deux faisceaux émergents. Nous constatons qu'ils sont tous deux *complètement polarisés*, et dans des plans à peu près rectangulaires : quand le miroir éteint l'un des faisceaux, l'autre est réfléchi avec la plus grande intensité possible.

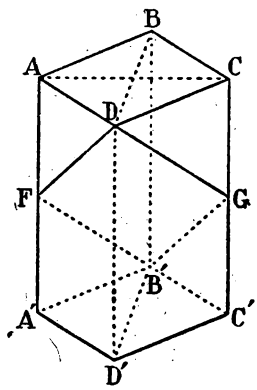


Fig. 201.

Prisme de Nicol.

AC est une grande diagonale, A'ACC' le plan de polariastion, BD est une petite diagonale. D'DBB' la section principale.

Conclusion. — Le spath d'Islande servant de *polariseur* se comporte encore comme un ensemble de deux miroirs dont les azimuts seraient rectangulaires.

288. Autres appareils polariseurs et analyseurs. Nicols. Tourmalines.

On a utilisé la biréfrigérence des cristaux pour construire des polariseurs qui ont l'avantage, sur les polariseurs par réflexion, de polariser complètement la lumière et de conserver une grande clarté.

Prisme de Nicol. — Le prisme de Nicol, appelé plus simplement ***nicol***, que l'on emploie fréquemment comme polariseur et comme analyseur, est un cristal de spath assez allongé que l'on a sectionné par un plan FDGB' perpendiculaire à une section principale (fig. 201)

et dont on a recollé les deux moitiés à l'aide d'une mince couche de baume de Canada. La section est disposée de telle sorte que, lorsqu'un rayon frappe le prisme parallèlement aux arêtes latérales, le rayon réfracté ordinaire, dont l'indice est plus élevé que celui du rayon extraordinaire, subit la réflexion totale sur la couche de baume et est renvoyé de côté (fig. 202). Seul, le rayon extraordinaire sort dans une direction parallèle au rayon incident : ***ce rayon est complètement polarisé dans un plan normal à la section principale;*** autrement, la vibration s'effectue dans le plan de la section principale.

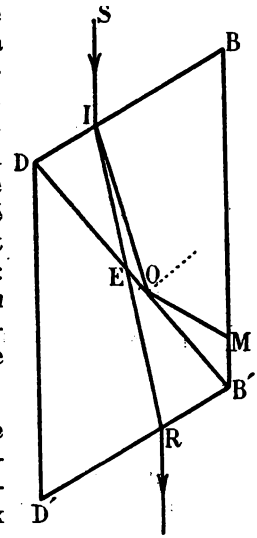


FIG. 202.
Dans un nicol, le rayon ordinaire se réfléchit totalement en O et le rayon ordinaire sort seul.

EXPÉRIENCE. — Plaçons deux nicols dans le prolongement l'un de l'autre (fig. 203) et recevons à travers l'ensemble un faisceau cylindrique de lumière naturelle, parallèle aux longues arêtes; le premier nicol est le polarisateur, le second nicol est l'analyseur. En faisant tourner l'analyseur autour de l'axe du système, on modifie l'intensité du faisceau de sortie, cette intensité étant donnée par la formule :

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

α désignant l'angle des sections principales des deux nicols.

L'intensité est donc maximum si les sections principales des deux nicols sont parallèles; elle est nulle si elles sont rectangulaires : on dit alors que *les nicols sont croisés.*

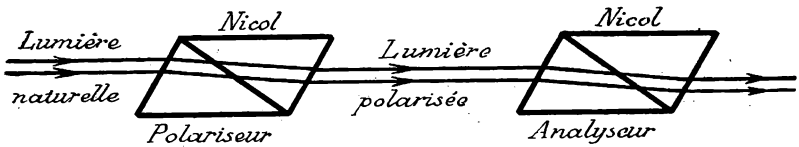


FIG. 203.
Emploi de nicols comme polariseur et analyseur.

Tourmaline. — La tourmaline est un cristal généralement coloré en rouge ou en vert. Taillée parallèlement à l'axe, sous une épaisseur de 2 mm, elle ne laisse passer que le rayon extraordinaire, qui sort polarisé rectilignement. Cela tient à ce que les deux rayons sont très inégalement absorbés par le cristal : le rayon ordinaire se trouve pratiquement éliminé sous une épaisseur de 2 mm.

La tourmaline est un polarisateur et analyseur très simple; malheureusement, la clarté est toujours faible.

ÉLECTRICITÉ

CHAPITRE XXXIV

LOIS GÉNÉRALES DU COURANT ÉLECTRIQUE

Avant d'aborder l'étude des phénomènes d'induction et du courant alternatif, nous allons rappeler les propriétés générales du courant continu, que nous avons étudiées dans le *Cours de Première*.

289. -- Un générateur de courant continu (pile ou accumulateur) comporte deux bornes ou *pôles*. Lorsque ces pôles sont réunis par une suite ininterrompue de corps conducteurs, c'est-à-dire lorsque *le circuit est fermé*, il se produit des phénomènes chimiques, calorifiques et magnétiques qui caractérisent le passage du courant.

290. Sens du courant.

Les effets chimique et magnétique du courant électrique sont des phénomènes dirigés, c'est-à-dire qu'ils changent de sens lorsqu'on intervertit les pôles du générateur. On a donc été amené à choisir sur le circuit un sens positif :

Par définition, ***le sens du courant est la direction suivie, dans l'électrolyse, par les métaux ou par l'hydrogène-acide.***

Les deux pôles du générateur sont appelés respectivement *positif* et *négatif*. A l'extérieur du générateur, le courant se dirige du pôle positif au pôle négatif.

EFFET CHIMIQUE DU COURANT ÉLECTRIQUE

291. — Lorsque deux électrodes, réunies aux bornes d'un générateur, plongent dans un liquide, trois cas peuvent se présenter.

1° Le courant électrique ne passe pas dans le circuit; le liquide est alors un isolant : c'est le cas du pétrole.

2° Le courant électrique s'établit dans le circuit, et il échauffe le liquide, sans aucun autre phénomène; c'est le cas du mercure ou d'un métal fondu.

3° Non seulement le liquide est le siège d'un dégagement de chaleur par passage du courant, mais encore il s'y produit des décompositions chimiques; on dit que le liquide est un *électrolyte*.

Les électrolytes sont constitués par des acides, des bases ou des sels fondus ou dissous dans l'eau.

La masse d'électrolyte décomposé ou, ce qui revient au même, la masse de métal déposé à la cathode est proportionnelle à la *quantité d'électricité* qui a traversé l'électrolyte; cette loi peut être considérée comme une définition de la quantité d'électricité.

L'*intensité du courant* est égale au quotient de la quantité d'électricité par la durée de passage du courant.

292. Définitions pratiques du coulomb et de l'ampère.

1° L'unité pratique de quantité d'électricité est le *coulomb*, défini théoriquement dans l'Electromagnétisme, et dont voici la définition internationale :

Le coulomb est la quantité d'électricité qui, traversant un voltamètre à azotate d'argent, libère à la cathode 1,118 mg d'argent.

2° L'unité pratique d'intensité de courant est l'*ampère*, qui correspond à un coulomb par seconde :

L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, traversant un voltamètre à azotate d'argent, libère à la cathode 1,118 mg d'argent par seconde.

293. Lois de Faraday.

Les lois de l'électrolyse, connues sous le nom de lois de Faraday, peuvent s'énoncer :

96 500 coulombs, traversant un électrolyte quelconque, libèrent à la cathode une valence-gramme du métal.

La valence-gramme désigne le quotient $A : n$ de la masse atomique A du métal par sa valence n dans le composé électrolysé. D'où, pour valeur de la masse m de métal déposé à la cathode, évaluée en grammes :

$$m = \frac{1}{96\,500} \cdot \frac{A}{n} \cdot It \qquad (1)$$

avec :

$$Q^{\text{coulombs}} = I^{\text{ampères}} \times t^{\text{secondes}} \qquad (2)$$

EFFET CALORIFIQUE DU COURANT ÉLECTRIQUE

294. — Le courant électrique, traversant un conducteur quelconque, y produit un dégagement de chaleur; cette propriété calorifique du courant est connue sous le nom d'*effet Joule*.

295. Loi de Joule. Résistance électrique.

La quantité de chaleur dégagée dans un conducteur par un courant constant est :

1° proportionnelle à la durée de passage du courant;

2° proportionnelle au carré de l'intensité du courant;

3° variable avec le conducteur.

La quantité de chaleur peut être exprimée, soit en joules comme les autres formes d'énergie, soit en calories; d'où les formules qui résument la loi de Joule :

$$W^{joules} = RI^2t, \qquad \text{ou :} \qquad q^{calories} = \frac{RI^2t}{4{,}18} \tag{3}$$

Dans ces formules, le coefficient R est une grandeur caractéristique du conducteur, appelée *résistance;* on l'évalue en *ohms :*

L'ohm est la résistance d'un conducteur tel qu'un courant de 1 ampère y abandonne par seconde, sous forme de chaleur par effet Joule, une énergie de 1 joule.

296. Résistance d'un fil.

On utilise souvent des conducteurs, dont la section est faible par rapport à la longueur : ce sont les fils. Or, la résistance d'un fil homogène de section constante est une fonction simple des dimensions donnée par la formule :

$$R = \rho \frac{l}{s} \tag{4}$$

l étant la longueur du fil, en cm; s la section, en cm^2;

ρ un facteur caractéristiuqe du conducteur employé, appelé *résistivité* ou *résistance spécifique;* on l'évalue en ohms-cm.

297. Puissance d'un générateur et d'un récepteur.

Un générateur fournit de l'énergie au courant. La puissance ainsi fournie, proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse le générateur, peut être mise sous la forme :

$$P^{watts} = EI. \tag{5}$$

E étant une grandeur caractéristique du générateur, appelé *force électromotrice*. Cette f. é. m. s'évalue en *volts*.

De même, un récepteur (cuve électrolytique, moteur électrique) emprunte au courant, en dehors de l'effet Joule, une puissance qui a pour expression :

$$P^{watts} = e\,I,$$

e désignant la force contre-électromotrice du récepteur, laquelle s'exprime également en volts.

298. Lois d'Ohm.

Entre deux points d'un circuit parcouru par un courant, il existe un état de tension électrique, analogue à la différence de pression entre deux points d'une canalisation d'eau. Cette tension électrique, évaluée en *volts*, comme une f. é. m., peut être mesurée à l'aide d'appareils appelés *voltmètres* : on l'appelle *différence de potentiel* entre les deux points.

Lorsqu'on parcourt le circuit, les variations de potentiel sont données par les lois suivantes :

1° S'il n'y a entre les points A et B aucun générateur ni récepteur (cuve électrolytique ou moteur), toute l'énergie du courant dans cette partie de circuit est transformée en chaleur, d'après la loi de Joule; le potentiel diminue quand on parcourt le circuit dans le sens du courant, et la différence de potentiel $V_A - V_B$ est égale au produit de la résistance R par l'intensité I :

$$V_A - V_B = RI, \tag{6}$$

RI s'appelle encore la *chute ohmique de tension.*

Le volt est la différence de potentiel qui existe entre les deux extrémités d'une résistance de 1 ohm lorsque cette résistance est parcourue par un courant de 1 ampère.

2° Dans la traversée d'un récepteur, la chute de potentiel est la somme de deux termes : d'une part, la f. c. é. m. *e* du récepteur, d'autre part la chute ohmique de tension RI :

$$V_A - V_B = e + RI. \tag{7}$$

3° Dans la traversée d'un générateur, au contraire, si le potentiel tend à diminuer de la quantité *r* I, *r* désignant la résistance intérieure du générateur, ce dernier fournit de l'énergie au courant, ce qui remonte le potentiel d'une quantité E égale à la f. é. m. La différence de potentiel aux bornes du générateur a donc pour expression :

$$V_A - V_B = E - r\,I. \tag{8}$$

4° L'intensité du courant dans un circuit fermé est donnée par la relation :

$$\Sigma E - \Sigma e = I.\Sigma R,$$

ΣE désignant la somme des forces électromotrices,
Σe la somme des forces contre-électromotrices
et ΣR la résistance totale du circuit.

EFFET MAGNÉTIQUE DU COURANT

299. — 1° Le courant crée autour de lui un champ magnétique. Une aiguille aimantée placée à proximité d'un fil parcouru par le courant électrique tend à se mettre en croix avec le courant (expérience d'Œrsted).

2° Un circuit particulièrement important, appelé *solénoïde*, est constitué par un fil métallique isolé, régulièrement enroulé en hélice sur un cylindre, et parcouru par un courant. Un solénoïde se comporte comme un véritable aimant, le pôle sud étant la face devant laquelle devrait se placer un observateur pour voir le courant circuler dans le sens des aiguilles d'une montre.

Un solénoïde crée à l'extérieur un champ magnétique analogue à celui d'un aimant rectiligne. De même, un solénoïde se dirige dans un champ magnétique comme le ferait un aimant. Mais les lignes de force qui, à l'extérieur, partaient du pôle nord pour rentrer par le pôle sud, se prolongent à l'intérieur du pôle sud au pôle nord. Elles sont alors rectilignes et parallèles à l'axe du solénoïde, ce qui caractérise un champ magnétique uniforme. Dans le cas d'un solénoïde comportant au total N spires, et dont la longueur l est assez grande par rapport à la section, le champ intérieur a pour expression :

$$H^{gauss} = \frac{4\pi NI}{10\,l} \qquad \text{ou :} \qquad H = \frac{4\pi N_1 I}{10} \qquad (4)$$

N_1 désignant le nombre de spires par centimètre.

3° Inversement, un champ magnétique fixe agit sur un circuit mobile parcouru par le courant; ce phénomène est utilisé dans les galvanomètres et ampèremètres à cadre mobile.

CHAPITRE XXXV

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

I. — ÉTUDE QUALITATIVE

300. Définition du flux magnétique.

1° Considérons une surface plane S placée dans un champ magnétique uniforme d'intensité H gauss, et désignons par α l'angle de la normale à la surface avec la direction du champ magnétique (fig. 204). Par définition, le ***flux magnétique*** à travers la surface S a pour expression :

$$\varphi = \text{SH} \cos \alpha, \qquad (1)$$

Si $\alpha = 0$, la surface est perpendiculaire aux lignes de force; le flux est *maximum* et égal à SH;

Si $\alpha = 90°$, $\cos \alpha = 0$, la surface est parallèle aux lignes de force et le flux qui la traverse est *nul*.

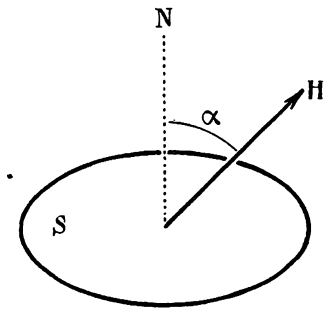


FIG. 204.
φ = SH cos α.

2° Dans le cas général d'une surface quelconque et d'un champ magnétique non uniforme, on peut décomposer la surface en éléments très petits, de telle sorte que chacun d'eux puisse être considéré comme une petite surface plane, placée dans un champ uniforme; le flux total est la somme des flux à travers les divers éléments.

REMARQUE. — Pour nous représenter ce qu'est le flux, imaginons un cerceau placé dans un courant d'eau. La quantité d'eau qui traverse le cerceau par unité de temps dépend à la fois de la surface du cerceau, de l'intensité du courant d'eau et de l'inclinaison du cerceau par rapport au courant. Ce qu'on pourrait appeler flux du courant d'eau à travers le cerceau est ainsi maximum lorsque le cerceau est perpendiculaire au courant, et nul si le cerceau est parallèle au courant d'eau.

Unité. — Dans la formule (1), S étant évalué en cm^2 et H en gauss, le flux φ est exprimé en *maxwells :*

Le maxwell est le flux qui traverse une surface de 1 cm^2 placée normalement aux lignes de force d'un champ magnétique uniforme de 1 gauss.

301. Flux d'induction.

Si le milieu considéré a pour perméabilité μ, le *flux d'induction* (Première, § 307) a pour valeur :

$$\varphi' = \mu\varphi = \mu S H \cos\alpha. \qquad (2)$$

Dans un milieu non magnétique, la perméabilité est égale à 1 et le flux d'induction se confond avec le flux magnétique.

302. Existence des courants induits.

Toute variation de flux à travers un circuit fermé crée dans ce circuit un courant appelé courant induit.

Les expériences suivantes permettent de le vérifier :

1° Variation de H.

a) Une bobine B est reliée à un galvanomètre G (fig. 205). Si l'on approche de la bobine le pôle nord d'un aimant NS, *le galvanomètre dévie, puis revient au zéro.* Le galvanomètre dévie en sens contraire quand on éloigne l'aimant.

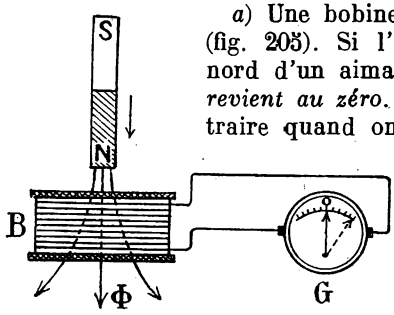


FIG. 205.

Le déplacement de l'aimant produit un courant induit dans la bobine B.

On aurait un phénomène analogue en approchant ou éloignant le pôle sud, mais alors les déviations de G seraient en sens contraire.

b) Un solénoïde est assimilable à un aimant. On peut reprendre l'expérience précédente en employant, au lieu de l'aimant NS, un solénoïde parcouru par un courant.

c) Dans les expériences qui viennent d'être décrites, le courant induit était produit par le mouvement : il reviendrait d'ailleurs au même de déplacer la bobine B par rapport à l'aimant NS supposé fixe. Or, il peut y avoir variation de flux et par suite courant induit sans mouvement relatif du circuit.

La bobine B′, en série avec un générateur P, un rhéostat R*h* et un interrupteur K, est fixe par rapport à la bobine B, elle-même reliée

au galvanomètre G (fig. 206). La bobine B′ envoie un certain flux Φ à travers B. On peut faire varier ce flux en fermant ou en ouvrant le

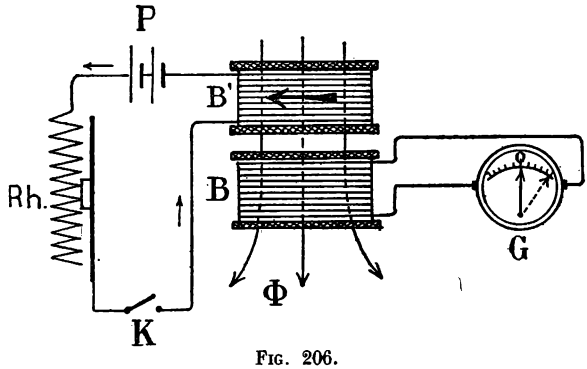


FIG. 206.

Les variations de l'intensité du courant dans la bobine B′ créent un courant induit dans la bobine B.

circuit de B′ à l'aide de l'interrupteur K, ou en modifiant l'intensité au moyen du rhéostat R*h*. Quand l'intensité augmente dans B′, le galvanomètre dévie; lorsque l'intensité dans B′ diminue, le galvanomètre dévie en sens contraire.

2° Variation de S.

Un circuit déformable comprend quelques dizaines de spires dont les extrémités sont reliées aux bornes d'un galvanomètre G (fig. 207). Le circuit ayant une force circulaire (position 1) est placé devant le pôle nord N d'un aimant.

Aplatissons brusquement les spires (position 2) afin de diminuer leur surface : le galvanomètre dévie, puis revient au zéro.

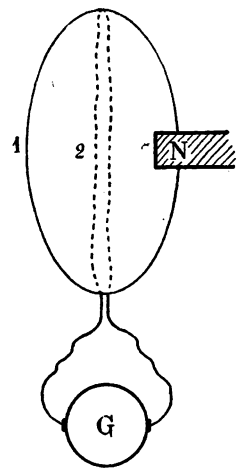


FIG. 207.

Production d'un courant induit par déformation d'un circuit dans un champ magnétique.

3° Variation de α.

On peut encore modifier le flux qui traverse la bobine B en changeant son inclinaison par rapport aux lignes de force d'un champ fixe, le champ magnétique terrestre T, par exemple (fig. 208); à chaque variation de l'angle α, le galvanomètre sensible G dévie.

Mais si l'on déplace la bobine B parallèlement à elle-même dans un champ magnétique uniforme, il n'y a pas variation de flux : le galvanomètre ne dévie pas.

Cette production de courant induit par rotation d'un circuit dans un champ magnétique est très importante industriellement; on l'utilise dans les dynamos et les alternateurs.

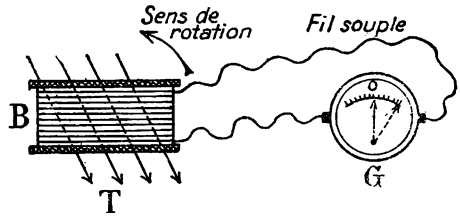


FIG. 208.
Production d'un courant induit par rotation de la bobine B.

4° Variation de μ.

Reprenons l'expérience de la figure 206. Le courant étant établi dans la bobine B', le galvanomètre est au zéro. Enfonçons dans la bobine un noyau de fer doux : on observe une déviation du galvanomètre, ce qui montre la production d'un courant induit dans la bobine B.

Toutes les autres conditions restant les mêmes, l'intensité du courant induit est plus intense si les bobines B et B' renferment du fer. Le flux magnétique est alors remplacé par le *flux d'induction*, et les variations du flux d'induction créent dans le circuit des courants induits.

303. Lois qualitatives de l'induction.

1° Toute ***variation du flux d'induction*** à travers un circuit fermé crée dans le circuit un courant appelé courant induit.

2° Le courant induit est un ***courant temporaire :*** il ne dure que pendant la variation de flux.

3° Le sens du courant induit est donné par la loi suivante, connue sous le nom de *loi de Lenz :*

Le flux Φ' produit par le courant induit tend à s'opposer à la variation du flux inducteur Φ.

Donc :

— lorsque le flux inducteur Φ augmente, le flux induit Φ' est de sens contraire (pour s'opposer à l'augmentation de Φ) (fig. 209);

— lorsque le flux inducteur Φ diminue, le flux induit Φ' est de même sens (pour s'opposer à la diminution de Φ) (fig. 210).

304. Courants induits produits par déplacement.

Revenons à l'expérience schématisée par la figure 209. Nous approchons de la bobine le pôle nord de l'aimant; le sens du courant induit est tel que la face de la bobine située du côté de l'aimant est une face nord : elle repousse donc le pôle nord N de l'aimant et s'oppose au déplacement.

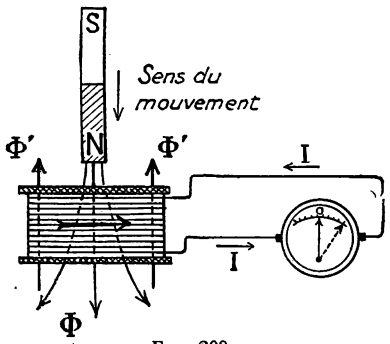


FIG. 209.

Le flux inducteur Φ *augmente.*
Le flux induit Φ' est *de sens contraire.*

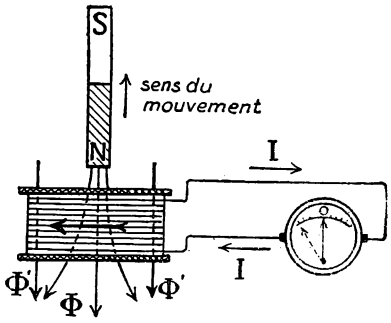


FIG. 210.

Le flux inducteur Φ *diminue.*
Le flux induit Φ' est *de même sens.*

Sur la figure 210, au contraire, on éloigne l'aimant de la bobine; le sens du courant induit est tel que la face de la bobine située du côté de l'aimant est maintenant une face sud, qui attire le pôle nord N de l'aimant et s'oppose encore au déplacement.

Ce résultat, établi dans un cas particulier, est général et on peut énoncer :

Lorsque le courant induit est produit par le mouvement, les forces électromagnétiques qu'il crée s'opposent au déplacement.

Cet énoncé est équivalent au premier énoncé de la loi de Lenz, mais il est moins général, puisqu'il suppose que le courant induit est produit par un déplacement.

EXEMPLE. — Nous avons vu dans le *Cours de Première* (§ 298) que ***le galvanomètre à cadre mobile est apériodique,*** c'est-à-dire qu'il prend sa position d'équilibre sans osciller.

C'est une conséquence des phénomènes d'induction. Le cadre se déplaçant dans un champ magnétique, il y a variation de flux et, par suite, formation de courants induits qui, d'après la loi de Lenz, s'opposent au déplacement : ils arrêtent donc le cadre. Ces courants induits ne modifient pas la position d'équilibre, car ce sont des courants temporaires qui n'existent plus aussitôt que le cadre est arrêté.

305. Corrélation entre les phénomènes d'induction et les phénomènes d'action d'un champ sur un courant.

Les deux phénomènes sont inverses l'un de l'autre. Pour le montrer, nous allons reprendre quelques-unes des expériences réalisées en *Première* à propos de l'action d'un champ magnétique sur un courant. Si l'on envoie un courant dans l'appareil, il en résulte un déplacement : c'est une transformation d'énergie mécanique en énergie électrique; au contraire, si l'on déplace le circuit dans un champ magnétique, il se produit des courants induits : c'est la transformation inverse d'énergie mécanique en énergie électrique.

1re Expérience. — **Fil métallique vertical OA passant entre les branches d'un aimant en fer à cheval.**

Sur la figure 211, le courant passant dans le fil de A en O, le fil OA est dévié vers la gauche (règle d'Ampère) en coupant les lignes de force de l'aimant.

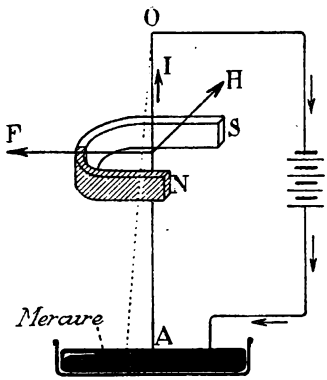


Fig. 211.

Le courant se dirigeant de A vers O, le fil OA est dévié vers la gauche.

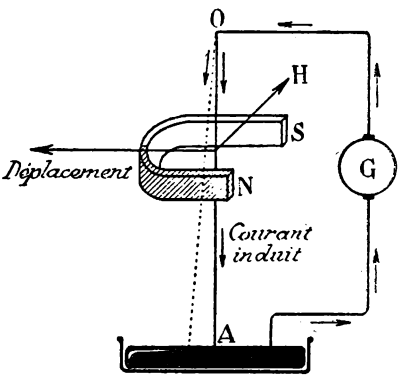


Fig. 212.

En déplaçant le fil OA vers la gauche, on obtient un courant induit qui se dirige de O vers A.

Dans l'expérience de la figure 212, le même appareil est maintenant relié à un galvanomètre très sensible G; si l'on déplace rapidement le fil OA vers la gauche, en coupant les lignes de force de l'aimant, le galvanomètre indique le passage d'un courant induit qui se dirige de O vers A. On peut remarquer que la force électromagnétique produite par l'action du champ sur le courant induit est de sens contraire au déplacement, conformément à la loi de Lenz.

2e Expérience. — **Roue de Barlow et roue de Faraday.**

Lorsqu'on envoie un courant dans la *roue de Barlow*, elle se met à tourner (fig. 213).

Le même appareil relié à un galvanomètre sensible G constitue une *roue de Faraday* (fig. 214); si l'on fait tourner la roue, le galvanomètre dévie, ce qui montre l'existence d'un courant induit.

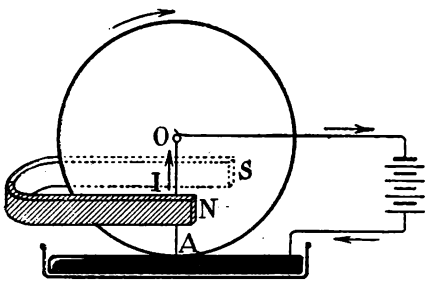


FIG. 213.
Roue de Barlow.
Lorsqu'on envoie un courant dans l'appareil, la roue tourne.

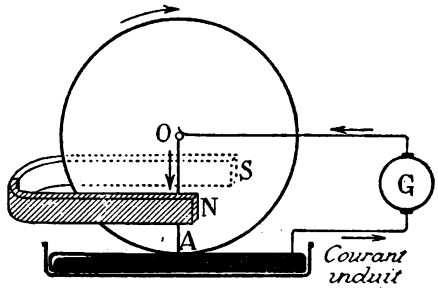


FIG. 214.
Roue de Faraday.
En faisant tourner la roue entre les branches de l'aimant NS, on produit un courant induit.

Pour un même sens de rotation de la roue, les courants dans les deux appareils sont de sens contraires.

II. — ÉTUDE QUANTITATIVE

306. Force électromotrice d'induction.

Nous avons vu qu'un générateur (pile ou accumulateur, par exemple), produit du courant dans un circuit fermé, parce qu'il possède une force électromotrice. Par analogie, nous allons admettre que, dans un circuit parcouru par un courant induit, existe une force électromotrice appelée ***force électromotrice d'induction.***

Désignons par E cette force électromotrice et supposons le circuit constitué uniquement par une résistance R. L'application de la loi d'Ohm fournit la relation :

$$E = RI.$$

Comme R et I sont des grandeurs mesurables, la relation précédente peut être considérée comme une définition de la force électromotrice d'induction.

On appelle force électromotrice d'induction la force électromotrice d'un générateur, sans résistance intérieure, qui produirait dans le circuit un courant de même intensité que celle du courant induit.

307. Loi fondamentale de l'induction.

Nous avons vu, dans le Cours de Première, que le travail des forces électromagnétiques relatif à un déplacement très faible du circuit a pour expression :

$$W^{\text{joules}} = 10^{-8}\, I.d\varphi. \tag{3}$$

Si la variation de flux $d\varphi$ a lieu pendant le très petit intervalle de temps dt, la puissance a pour valeur :

$$P^{\text{watts}} = \frac{W}{dt} = 10^{-8}\, I.\ \frac{d\varphi}{dt} \tag{4}$$

Supposons qu'il s'agisse de la roue de Barlow. D'après le principe de la conservation de l'énergie, la puissance de l'appareil représente l'énergie empruntée au courant, par seconde, en dehors de l'effet Joule, et il en résulte une force contre-électromotrice e telle que :

$$P^{\text{watts}} = eI. \tag{5}$$

En égalant les relations (2) et (3), on trouve :

$$e^{\text{volts}} = 10^{-8}\ \frac{d\varphi}{dt} \tag{6}$$

Le travail W est dans ce cas un *travail moteur* et e représente la force contre-électromotrice du récepteur.

L'expérience montre que les formules (3) et (6) restent vraies, au signe près, quelle que soit la cause de la variation de flux. En particulier, si l'on déplace le circuit, le travail W est *résistant* et l'énergie ainsi fournie est transformée en énergie électrique; l'appareil, au lieu d'être récepteur, est devenu générateur et produit des *courants induits*. La formule (6) donne alors la valeur de la *force électromotrice d'induction*.

D'où la loi suivante :

La force électromotrice d'induction est proportionnelle à la dérivée du flux par rapport au temps.

C'est ce qu'exprime la formule :

$$\boxed{e = -\ 10^{-8}\ \frac{d\varphi}{dt}.} \tag{7}$$

dans laquelle la f. é. m. d'induction e s'évalue en volts, le flux d'induction φ en maxwells et le temps t en secondes. Le signe — du second membre rappelle que la f. é. m. d'induction s'oppose à la variation du flux.

308. APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Une bobine comprend 200 spires de 10 cm de diamètre; le champ magnétique, normal aux spires, varie linéairement de 50 gauss à zéro en 1/10 de seconde. Calculer la force électromotrice d'induction dans la bobine.*

Le flux initial qui traverse toute la bobine a pour valeur :

$$\Phi = \text{NSH} = 200 \times \pi \times 25 \times 50 = 785\,000 \text{ maxwells.}$$

Le flux final étant nul, la variation de flux est :

$$\Delta\Phi = 785\,000 \text{ maxwells.}$$

Comme la variation de flux se fait proportionnellement au temps, on a :

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{785\,000}{0{,}1} = 7{,}85.10^6.$$

La loi fondamentale de l'induction donne alors :

$$e = 10^{-8}.\frac{d\varphi}{dt} = 10^{-8} \times 7{,}85.10^6;$$

$$e = 0{,}0785 \text{ volt} \# 0{,}08 \text{ volt.}$$

Cette f. é. m. est faible. Aussi, pour obtenir des effets d'induction marqués, il faudra réaliser des variations de flux *intenses* et très *rapides*.

309. Quantité d'électricité induite.

Soit R la résistance totale du circuit fermé. Dans le cas où le circuit ne contient aucune autre f. é. m., l'intensité du courant à un instant donné a pour expression :

$$i^{\text{ampères}} = \frac{e}{R} = -10^{-8}.\frac{1}{R}.\frac{d\varphi}{dt}$$

et la quantité d'électricité induite :

$$Q^{\text{coulombs}} = \Sigma i dt = \frac{10^{-8}}{R}\Sigma d\varphi = \frac{10^{-8}}{R}\Delta\Phi, \qquad (8)$$

$\Delta\Phi$ représentant la variation totale de flux.

Dans cette formule, le temps n'intervient pas. Donc :

La quantité d'électricité induite est proportionnelle à la variation de flux; elle est indépendante de la durée.

Si la variation de flux est assez rapide, un *galvanomètre balistique* placé sur le circuit permettra de mesurer la quantité d'électricité induite Q, et par suite la variation de flux $\Delta\Phi$.

310. Expression de la force électromotrice d'induction dans un élément de circuit.

La f. é. m. d'induction est localisée dans les parties de circuit qui coupent les lignes de force.

Cherchons l'expression de cette f. é. m. dans une partie rectiligne de circuit, de longueur l cm, perpendiculaire aux lignes de force d'un champ magnétique uniforme H gauss, se déplaçant avec une vitesse constante v dans une direction perpendiculaire au champ et au fil.

Le flux balayé par l'élément $AB = l$ pendant le temps t (fig. 215) a pour expression :

$$\varphi = SH = AB \times AA' \times H$$
$$= l\,v\,t\,H.$$

La loi générale d'induction donne alors :

$$e^{volts} = 10^{-8} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = 10^{-8}\, l\,H\,v.$$

$$\boxed{e^{volts} = 10^{-8}\, l\,H\,v.}$$

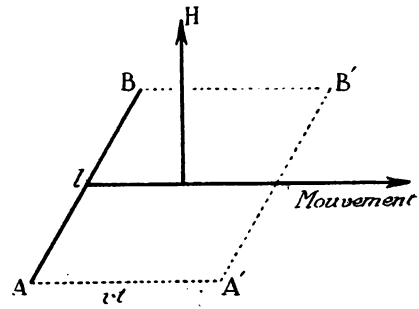


Fig. 215.

311. Courants de Foucault.

Nous n'avons opéré, jusqu'à présent, qu'avec des conducteurs ayant la forme de fils; or, des courants induits peuvent également prendre naissance dans des *blocs métalliques;* on les appelle alors *courants de Foucault.*

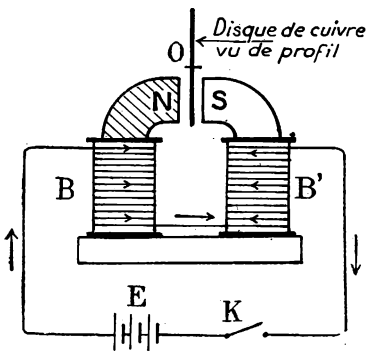


Fig. 216.

On arrête la rotation du disque de cuivre en fermant le circuit de l'électro-aimant.

Ces courants ont les deux propriétés caractéristiques des courants induits :

1° ils *échauffent* le bloc métallique (loi de Joule);

2° ils *s'opposent au mouvement* qui les produit (loi de Lenz).

L'expérience suivante, due à Foucault, permet de mettre en évidence la formation de ces courants :

Expérience. — Un disque de cuivre peut tourner librement autour de son axe dans l'entrefer d'un électro-aimant (fig. 216). Les frottements étant faibles le mouvement de rota-

tion dure un certain temps lorsque le courant ne circule pas dans les bobines B et B'. Excitons l'électro-aimant en fermant l'interrupteur K : brusquement, le disque s'arrête. A l'aide d'une manivelle, faisons tourner le disque, le circuit étant fermé, il faut fournir de l'énergie qui se retrouve sous forme de chaleur : on constate que le disque s'échauffe.

Recommençons l'expérience précédente avec un autre disque de cuivre dans lequel on a pratiqué des traits de scie suivant les rayons (fig. 217); en fermant l'interrupteur K, le disque ne s'arrête plus. C'est que la résistance est considérable d'un secteur à l'autre; l'intensité des courants induits est très faible et leurs effets sensiblement annulés. Pour la même raison, dans les machines utilisant les phénomènes d'induction, on emploie, au lieu de blocs de fer doux, des paquets de fils de fer doux ou des tôles feuilletées.

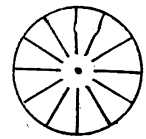


FIG. 217.

III. — SELF-INDUCTION

312. Force électromotrice de self-induction. Self-inductance d'un circuit.

Dans la formule

$$e^{\text{volts}} = -10^{-8}\frac{d\varphi}{dt}$$

qui traduit la loi fondamentale de l'induction, φ représente le flux total à travers le circuit. Ce flux total est la somme du flux produit par les aimants et les courants voisins et du *flux que le circuit s'envoie dans lui-même*. A ce dernier, on a donné le nom de ***flux de self-induction.***

Le flux de self-induction, proportionnel à l'intensité du courant i, peut se mettre sous la forme :

$$\varphi = k\,i,$$

k étant une constante qui dépend, non seulement des unités choisies, mais encore de la forme et des dimensions du circuit.

Lorsque l'intensité varie, le flux de self-induction varie; il prend alors naissance dans le circuit une ***force électromotrice de self-induction*** qui, d'après la loi de Lenz, ***tend à s'opposer aux variations d'intensité,*** et dont la valeur est donnée par l'équation :

$$e^{\text{volts}} = -10^{-8}\frac{d\varphi}{dt} = -10^{-8}\,k\,\frac{di}{dt}.$$

Posons $10^{-8} k = L$.

On obtient :

$$\boxed{e^{\text{volts}} = -L \frac{di}{dt}} \qquad (9)$$

L est appelé *coefficient de self-induction* du circuit ou encore *self-inductance*.

313. Unité de self-inductance : henry.

Dans la formule (9), si l'on évalue i en ampères, t en secondes et e en volts, la self-inductance L s'exprime en une unité appelée *henry*.

L'henry est la self-inductance d'un circuit tel qu'une variation de l'intensité du courant de 1 ampère par seconde y produise une f. é. m. de self-induction de 1 volt.

314. Calcul de la self-inductance d'un solénoïde.

Le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde est donné par la formule :

$$H^{\text{gauss}} = \frac{4\pi Ni}{10\,l}.$$

Désignons par S cm^2 la surface de chacune des spires. Comme le champ est normal à la surface, le flux à travers une spire est SH et à travers les N spires :

$$\varphi = NSH = \frac{4\pi N^2 Si}{10\,l}.$$

Avec les notations précédentes, on a donc :

$$k = \frac{4\pi N^2 S}{10\,l} \qquad \text{et} \qquad L = 10^{-8} k = \frac{4\pi N^2 S}{10^9\,l}.$$

$$\boxed{L^{\text{henrys}} = 10^{-9} . \frac{4\pi N^2 S}{l}.} \qquad (7)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Une bobine de 20 cm de longueur comporte 200 spires, la surface de chaque spire étant de 20 cm^2. Calculer la self-inductance de cette bobine.*

$$L = \frac{4 \times 3{,}14 \times \overline{200}^2 \times 20}{10^9 \times 20} = 5{,}02 \,.\, 10^{-4} \text{ henrys}$$

315. Cas d'une bobine contenant du fer. — Si la bobine était enroulée sur un noyau de fer, on devrait, dans les calculs précédents, remplacer le champ magnétique H par le vecteur induction $B = \mu H$, μ désignant le coefficient de perméabilité du fer. Comme μ n'est pas constant, L n'est pas nettement déterminé et on ne peut, en toute rigueur, parler de coefficient de self-induction, pour une bobine contenant du fer. Cependant, en adoptant pour μ une valeur moyenne, on obtient l'ordre de grandeur de la self-inductance d'une telle bobine.

Exemple. — La bobine de l'exemple précédent contient du fer dont le coefficient de perméabilité est $\mu = 500$. Sa self-inductance a pour valeur :

$$L = 5{,}02 \cdot 10^{-4} \times 500 = 0{,}251 \text{ henry.}$$

On augmente donc considérablement la self-inductance d'une bobine en introduisant à l'intérieur un noyau de fer doux.

316. Extra-courants de fermeture et de rupture.

La self-induction a une importance considérable dans l'étude du courant alternatif, dont l'intensité varie à chaque instant.

Dans le cas d'un courant continu, la self-induction n'interviendra guère qu'au moment de la fermeture et de la rupture du circuit, produisant *les extra-courants de fermeture et de rupture*. A la fermeture du circuit, la self-induction empêche le courant de prendre aussitôt sa valeur maximum; à la rupture, la self-induction provoque des étincelles parfois très brillantes à l'interrupteur, surtout s'il y a un électro-aimant sur le circuit.

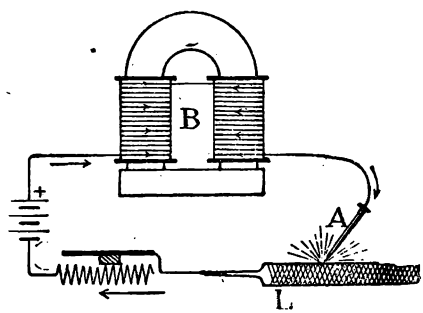


Fig. 218.

On obtient de belles étincelles en frottant l'extrémité de la pointe A sur la lime.

Expériences. — 1° Plaçons sur le circuit un électro-aimant muni de son armature, le circuit aboutissant, d'une part à une lime L, de l'autre à une pointe A (fig. 218). Si nous passons rapidement l'extrémité de la pointe sur la lime, les grains de cette dernière produisent des interruptions brusques et on observe des étincelles très brillantes.

2° Le montage représenté par la figure 219 comprend, disposés en série : une batterie d'accumulateurs E, une lampe à incandescence L,

un rhéostat R et un interrupteur K; en dérivation aux bornes de la lampe est montée une bobine B à noyau de fer doux. Fermons d'abord le circuit et réglons le rhéostat, de façon que la lampe éclaire à peine.

Coupons le circuit brusquement : la lampe brille d'un vif éclat pendant un court instant, puis s'éteint. La rupture brusque du courant a fait naître dans B une force électromotrice de self-induction très supérieure à celle de la batterie; l'étincelle de rupture en K est courte, l'extra-courant ayant trouvé un autre chemin à travers la lampe.

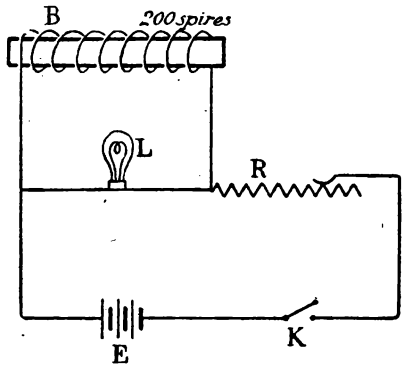


FIG. 219.

Quand on ferme ou ouvre l'interrupteur K, la lampe L brille vivement.

Fermons le circuit : la lampe brille encore pendant un temps très court, puis le courant s'établit dans la bobine, dont la résistance est faible par rapport à celle de la lampe, et celle-ci s'éteint.

317. Importance des phénomènes d'induction. — Les phénomènes d'induction, découverts par Faraday en 1831, ont permis de grands progrès dans les applications pratiques de l'électricité. Tous les puissants générateurs utilisés actuellement (dynamos, alternateurs) sont basés sur l'induction; il en est de même des moteurs électriques, des transformateurs pour courant alternatif, etc.

PROBLÈME

Sur une bobine ayant 10 centimètres de diamètre et 3 mètres de longueur, on enroule régulièrement 1 884 mètres de fil de cuivre dans lequel on fait passer un courant de 1 ampère. On demande de calculer le champ au centre O de cette longue bobine. On place en O, normalement à l'axe de cette longue bobine, une petite bobine à fil fin, ayant 1 000 spires de 10 centimètres carrés de surface. Quelle est la force électromotrice induite dans la petite bobine, lorsqu'on fait varier le courant qui traverse la longue bobine de 0 à 1 ampère en 1/100e de seconde, la variation de ce courant se faisant proportionnellement au temps ?

(*Bacc.*, Toulouse.)

CHAPITRE XXXVI

CONDENSATEURS

318. — Dans l'étude du courant électrique, nous avons été habitués à considérer qu'il ne peut y avoir de courant permanent dans un circuit non fermé. Nous allons voir maintenant qu'il peut se produire un courant momentané dans un circuit présentant une coupure occupée par un isolant.

319. Expérience fondamentale.

Réalisons le montage représenté par la figure 220, qui comprend :
un générateur, de f. é. m. E;
un galvanomètre balistique G (*Première*, § 294), permettant de mesurer la quantité d'électricité qui le traverse pendant un temps très court;
deux grandes plaques métalliques P et P′ disposées parallèlement à une faible distance l'une de l'autre;
une manette M mobile autour de l'axe O, qui pourra établir successivement les contacts avec les plots 1 et 2.

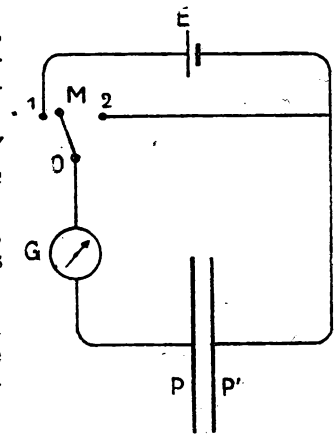


FIG. 220.
Charge et décharge d'un condensateur.

1° Plaçons M sur le contact 1. Bien que le circuit ne soit pas fermé (puisque P et P′ ne se touchent pas), le galvanomètre G dévie d'une certaine quantité, puis revient aussitôt au zéro.

2° Enlevons la manette du plot 1. aucun phénomène ne se produit et le galvanomètre ne bouge pas.

3° Plaçons la manette sur le plot 2, ce qui revient à mettre en communication par un fil métallique les plaques P et P′ : le galvanomètre G dévie en sens contraire de tout à l'heure de la même quantité, puis revient à nouveau au zéro.

320. Explication du phénomène. Principe du condensateur.

La déviation maximum du galvanomètre balistique G, dans chacune des expériences, est proportionnelle à la quantité d'électricité qui l'a traversé; les déviations étant égales et de sens contraires, la même quantité d'électricité a traversé le circuit dans les deux cas.

1° Dans la première expérience (contact 1), lorsque les deux plaques P et P′, qui constituent un *condensateur*, sont reliées aux bornes du générateur, une certaine quantité d'électricité Q circule dans le circuit; le condensateur *se charge*. Il existe alors entre les plaques une différence de potentiel V égale et opposée à la force électromotrice E du générateur.

2° Lorsqu'on réunit ensuite par un fil métallique (contact 2) les deux plaques du condensateur, celui-ci envoie dans le circuit, en sens contraire de tout à l'heure, la même quantité d'électricité Q : le condensateur *se décharge*. Il joue pendant un temps très court le rôle d'un générateur et la différence de potentiel entre les plaques appelées *armatures* redevient nulle.

La quantité d'électricité Q, emmagasinée par le condensateur à la charge et restituée pendant la décharge, s'appelle ***charge*** du condensateur.

321. Capacité d'un condensateur.

L'expérience montre que la quantité d'électricité mise en jeu pendant la charge et la décharge d'un condensateur, et mesurée par le galvanomètre balistique, est proportionnelle à la f. é. m. E du générateur, c'est-à-dire à la différence de potentiel V entre ses armatures :

La charge Q d'un condensateur est proportionnelle à la différence de potentiel V entre ses armatures.

On peut donc écrire :

$$\boxed{Q = CV.} \qquad (1)$$

C étant un coefficient caractéristique du condensateur, qu'on appelle sa *capacité*.

Si l'on évalue Q en coulombs et V en volts, la capacité C s'exprime en une unité appelée *farad* (abréviation F) :

$$Q^{\text{coulombs}} = C^{\text{farads}} \times V^{\text{volts}}.$$

Le farad serait la capacité d'un condensateur qui prendrait une charge de 1 coulomb quand on établit une différence de potentiel de 1 volt entre ses armatures.

Nous verrons que le farad est une unité excessivement grande; aussi utilise-t-on pratiquement un sous-multiple, le *microfarad* (abréviation μF) qui vaut 10^{-6} farad.

322. Expression de la capacité d'un condensateur.

Si l'on charge successivement des condensateurs différents sous la même différence de potentiel V, la relation (1) montre que les charges sont proportionnelles aux capacités; en mesurant la charge Q à l'aide du galvanomètre balistique, on peut donc en déduire la capacité C.

L'expérience conduit alors aux résultats suivants :

La capacité d'un condensateur constitué par deux plaques métalliques de même surface S, situées parallèlement à une faible distance l'une de l'autre, est :

1° *proportionnelle à la surface* S *de chacune des armatures;*

2° *inversement proportionnelle à leur distance e;*

3° *indépendante de la nature du métal des armatures;*

4° *variable avec la nature de l'isolant.*

La capacité a sensiblement pour expression :

$$C^{\text{farads}} = \frac{KS}{9.10^{11} \times 4\pi e}.$$

Dans cette formule, S est évalué en cm^2 et e en cm; K désigne un coefficient caractéristique de l'isolant appelé ***pouvoir inducteur spécifique*** ou constante diélectrique. Sa valeur est 1 pour l'air, 2 pour la paraffine, 4 pour le papier paraffiné, 6 pour le verre, 8 pour le mica.

Application numérique. — *Calculer la capacité d'un condensateur à lame d'air formé de deux plaques métalliques carrées de 40 cm de côté situées parallèlement à 1 mm l'une de l'autre.*

$$C = \frac{KS}{9 \,.\, 10^{11} \,.\, 4\pi e} = \frac{40 \times 40}{9 \times 10^{11} \times 4 \times 3{,}14 \times 0{,}1} = 1{,}42 \,.\, 10^{-9} \text{ farad;}$$

ou :

$$C = 1{,}42 \,.\, 10^{-3} \ \mu F.$$

La capacité d'un tel condensateur est donc faible. Si l'on établit entre ses armatures une différence de potentiel de 40 volts, la charge aura pour valeur :

$$Q = 1{,}42 \,.\, 10^{-3} \times 40 = 5{,}68 \,.\, 10^{-2} \text{ microcoulomb.}$$

Comme un bon galvanomètre balistique ne peut déceler une quantité d'électricité inférieure à 10^{-8} coulombs, c'est-à-dire 10^{-2} microcoulombs, on se rend compte que l'expérience du paragraphe 315 n'est réalisable qu'en employant de très grandes plaques métalliques.

323. Condensateurs usuels.

On donne aux condensateurs diverses formes, dont voici les plus usuelles :

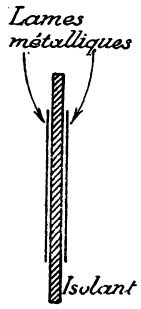


FIG. 221. Condensateur plan.

1° **Condensateur plan.** — C'est le condensateur que nous avons utilisé jusqu'à présent; il est constitué par deux plaques métalliques séparées par un isolant (fig. 221). On réalise simplement un tel condensateur en collant une feuille d'étain ou d'aluminium de chaque côté d'une lame de verre.

2° **Bouteille de Leyde.** — Pour des différences de potentiel élevées, on donne encore souvent au condensateur la forme d'une bouteille : c'est la *bouteille de Leyde* (fig. 222). Une bouteille en verre constitue l'isolant appelé encore *diélectrique;* sur la face extérieure de la bouteille, on a collé une feuille d'étain qui ne va pas jusqu'au goulot et qui forme l'armature externe. L'armature interne est constituée par des feuilles métalliques qui remplissent la bouteille. Une tige métallique, fixée par un bouchon, fait communiquer les feuilles avec l'extérieur. Comme l'électricité tend à s'écouler par les pointes, on évite celles-ci en terminant par une boule la tige de l'armature interne.

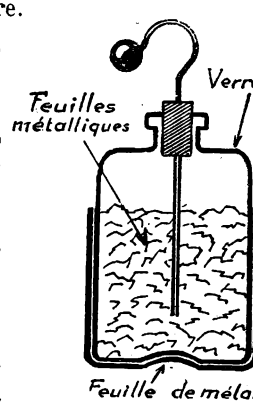


FIG. 222. Bouteille de Leyde.

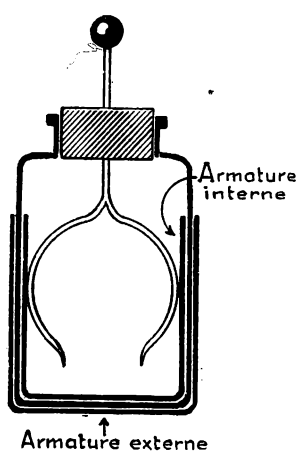


FIG. 223. — Jarre.

Une bouteille de Leyde de grandes dimensions est appelée *jarre* (fig. 223). Le goulot étant large, on a pu coller sur le verre à l'intérieur de la bouteille une feuille métallique qui forme l'armature interne; la capacité est ainsi mieux déterminée qu'avec un paquet de feuilles qui n'appliquent jamais bien contre le verre.

La capacité d'une bouteille de Leyde est faible (quelques millièmes de microfarad); mais elle peut supporter de grandes différences de potentiel, jusqu'à 30 000 volts par exemple, sans que le verre soit percé.

3° On réalise un **condensateur de grande capacité** et peu encombrant, en empilant

des lames de mica séparées par des feuilles métalliques (fig. 224), les feuilles de rang impair réunies entre elles formant l'une des armatures et les feuilles de rang pair l'autre armature. Avec des feuilles

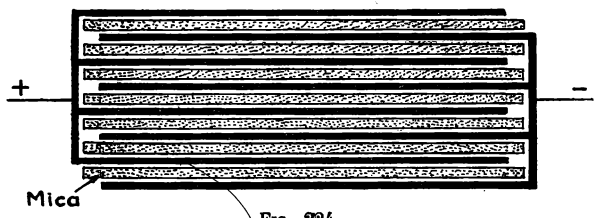


FIG. 224.
Condensateur à lames de mica.

de mica argentées de faible épaisseur (1/10 mm par exemple), on réalise sous faible volume des capacités de l'ordre du microfarad. Mais l'appareil ne peut supporter qu'une faible différence de potentiel. On utilise de tels condensateurs en téléphonie.

4° Condensateur variable. — La figure 225 représente un condensateur variable, de faible capacité, employé en T. S. F. Entre une série de lames métalliques fixes sont intercalées d'autres lames en forme de demi-cercle. Ces dernières peuvent tourner autour d'un axe perpendiculaire à leur plan, ce qui modifie les surfaces en regard et, par suite, la capacité du condensateur. La capacité est maximum et de l'ordre de 0,001 μF, lorsque les lames mobiles sont complètement à l'intérieur des intervalles laissés entre les lames fixes.

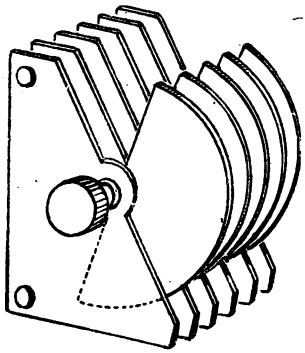


FIG. 225.
Condensateur variable.

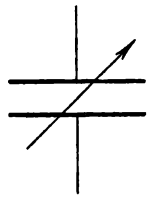


FIG. 226.
Représentation schématique d'un condensateur variable.

Dans les schémas, on représente conventionnellement un condensateur variable comme l'indique la figure 226.

324. Association de condensateurs.

1° Association en parallèle. — Dans ce montage, appelé encore groupement *en surface*, toutes les armatures de même nature sont reliées à un point A; les autres armatures sont reliées à un point B (fig. 227).

Chaque condensateur supporte entre ses armatures la différence de

potentiel totale V. Si l'on désigne par C_1, C_2, C_3, ..., etc., les capacités des condensateurs, leurs charges sont respectivement C_1V, C_2V, C_3V, ... et la charge totale :

$$Q = C_1V + C_2V + C_3V + \ldots = (C_1 + C_2 + C_3 + \ldots)\,V.$$

L'ensemble équivaut à un condensateur unique de capacité :

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots}$$

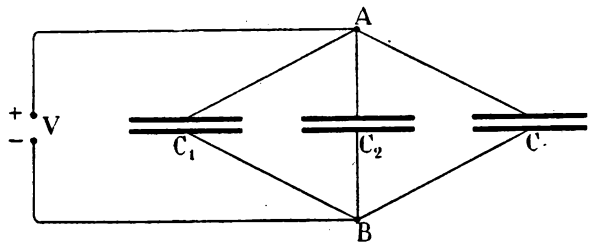


FIG. 227.
Condensateurs en parallèle (ou en surface).

En particulier, s'il s'agit de n condensateurs identiques de capacité c, la capacité de l'ensemble est :

$$C = nc.$$

De cette façon, on groupe de grosses bouteilles de Leyde ou jarres en les plaçant dans une caisse ouverte dont l'intérieur est tapissé d'une feuille d'étain (fig. 228); cette feuille met en communication les armatures externes des bouteilles. Des conducteurs réunissent les boules qui communiquent avec les armatures internes.

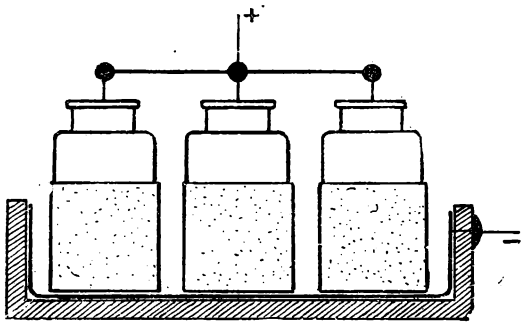


FIG. 228.
Batterie de jarres (condensateurs associés en surface).

2° Association en série. — Dans ce mode d'association, appelé encore groupement *en cascade*, les condensateurs sont placés les uns à la suite des autres, comme l'indique la figure 229.

On démontre que la capacité C de l'ensemble est donnée par la relation :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots.$$

et s'il s'agit de n condensateurs identiques de capacité c :

$$\frac{1}{C} = \frac{n}{c} \qquad \text{ou :} \qquad C = \frac{c}{n}.$$

La capacité est diminuée, mais chaque condensateur ne supporte qu'une fraction de la différence de potentiel totale V.

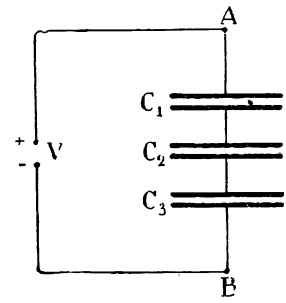


FIG. 229.
Condensateurs en série (ou en cascade).

325. Charge et décharge.

Pour charger un condensateur, on réunit ses armatures aux deux pôles d'un générateur électrique, comme nous l'avons fait au paragraphe 319. On obtiendra une très grande différence de potentiel en employant une machine électrostatique comme la machine de Wimshurt, ou encore une bobine d'induction. Dans ce cas, on emploiera une bouteille de Leyde ou une batterie de jarres, capable de supporter une grande différence de potentiel.

Pour décharger un condensateur, on fait communiquer les deux armatures par un conducteur. Il est commode d'utiliser à cet effet des tiges métalliques articulées. Avant même que le contact soit établi, une étincelle se produit, dont la longueur augmente avec la différence de potentiel et la grosseur avec la charge.

326. Energie d'un condensateur chargé.

Quand on décharge un condensateur en reliant ses armatures par un fil métallique, le courant qui circule dans le fil y produit un dégagement de chaleur par effet Joule; la décharge d'un condensateur fournit donc de l'énergie. Cette énergie peut encore se manifester, au moment de la décharge, par la production d'une étincelle, la rupture d'un isolant, etc. D'une façon générale :

On appelle énergie d'un condensateur chargé la quantité d'énergie qu'il peut fournir à la décharge.

Lorsqu'on décharge le condensateur, les deux armatures reviennent au même potentiel. La différence de potentiel qui était égale à V pour

le condensateur chargé tombe donc à zéro et sa valeur moyenne pendant la décharge est égale à $\frac{V}{2}$. Aussi, l'énergie du condensateur a-t-elle pour expression :

$$\boxed{W = \frac{1}{2} QV} \qquad (2)$$

ou, en tenant compte de la relation $Q = CV$:

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Si l'on évalue Q en coulombs, V en volts et C en farads, W s'exprime en joules.

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Une batterie de jarres a une capacité de 1/100 de microfarad; on établit entre ses armatures une différence de potentiel de 20 000 volts. Calculer sa charge et l'énergie qu'elle peut fournir à la charge.*

La charge de la batterie est :

$$Q = CV = \frac{1}{100} \times 10^{-6} \times 20\,000 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ coulomb},$$

et son énergie :

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 20\,000 = 2 \text{ joules}.$$

En transformant cette énergie en chaleur, on obtiendrait 2 : 4,18 = 0,48 calorie, c'est-à-dire la quantité de chaleur capable d'échauffer 1 g d'eau de 0°,48. Cette énergie est donc très faible.

327. Usages des condensateurs.

En dehors de leur emploi dans les machines électrostatiques et dans la bobine d'induction, les condensateurs sont utilisés en télégraphie et en téléphonie. Associés à des selfs convenables, ils servent à produire les oscillations électriques (§ 399). Enfin, nous verrons leur intérêt dans l'étude du courant alternatif.

PROBLÈMES

1. Les armatures AB d'un condensateur C d'une capacité de 0,1 microfarad, sont en relations avec les extrémités d'une batterie de piles, parfaitement isolée du sol, de force électromotrice $V_0 = 20$ volts. Ces relations entre le condensateur C et la batterie de piles étant rompues, on réunit les armatures de C aux armatures correspondantes A'B' d'un condensateur C', de capacité 9 fois plus grande que celle de C (soit 0,9 microfarad). C' et C étant supposés

parfaitement isolés du sol, et C′ étant à l'état neutre avant d'être relié à C, on demande : 1° de calculer la charge primitive du condensateur C; 2° de déterminer la différence de potentiel V existant entre les armatures des condensateurs, après liaison établie entre C et C′, ainsi que leurs charges respectives.

2. 1° Un condensateur est formé par deux disques métalliques plans, de même axe, de rayon 10 cm, séparés par une couche d'air d'épaisseur 1 mm. Quelle est sa capacité ?

2° On établit entre les armatures une différence de potentiel de 5 000 volts. Quelle est la charge du condensateur et l'énergie qui s'y trouve emmagasinée ?

3° On réunit respectivement les deux armatures de ce condensateur initialement chargé sous la différence de potentiel de 5 000 volts, aux deux armatures d'un autre condensateur de même capacité. Que devient la différence de potentiel entre les armatures ? Que devient l'énergie initialement emmagasinée ?

LES DEUX SORTES D'ELECTRICITE

Existence de deux espèces d'électricité.

Nous avons vu que, pendant la charge d'un condensateur, le générateur a fourni un courant très court et débité une certaine quantité d'électricité Q. Ce courant n'est d'ailleurs pas fermé, car il ne peut pas traverser la couche d'air ou d'isolant qui sépare les deux plateaux. La quantité d'électricité ainsi produite est restée localisée sur les deux plateaux, qui ont pu la débiter à leur tour pendant la décharge.

La présence de cette électricité a communiqué aux plateaux des propriétés nouvelles, d'ailleurs différentes pour chacun d'eux. Nous appellerons ***électricité positive*** celle qui se trouve sur le plateau A relié au pôle positif du générateur, et ***électricité négative*** celle qui se trouve sur le plateau B relié au pôle négatif du générateur.

Expérience. — Les deux plateaux A et B étant chargés, supprimons le générateur et, après avoir éloigné les deux plateaux, mettons les séparément en communication avec le sol (par l'intermédiaire d'une conduite d'eau ou de gaz). On reconnaît à l'aide des galvanomètres G et G′ (fig. 1) que chaque plateau produit un courant très court. Chacun des courants débite encore la même quantité d'électricité Q que précédemment, mais ces courants sont de sens inverses : celui produit par A est *dirigé de* A *vers le sol, celui* qui produit B est *dirigé du sol vers* B.

Nous désignerons par + Q la charge électrique du plateau A et par — Q la charge électrique du plateau B. La charge + Q du plateau A en s'écoulant dans le sol a produit un courant allant de A vers le sol; la charge — Q de B en s'écoulant dans le sol a produit un courant allant du sol vers B.

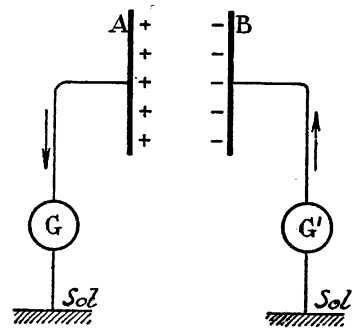


Fig. 1.
Décharge de deux plateaux dans le sol.

Donc :

Quand un courant électrique transportant Q coulombs se produit d'un corps vers un autre, il revient au même de dire que le premier corps a cédé une quantité Q d'électricité positive au second, ou que le second a cédé une quantité — Q d'électricité négative au premier.

Attractions et répulsions électriques.

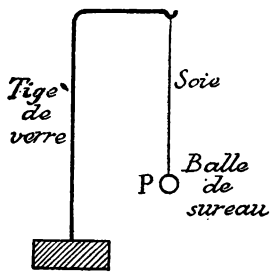


FIG. 2
Pendule électrique.

EXPÉRIENCES. — Prenons un petit pendule formé d'une sphère très légère P, en moelle de sureau, recouverte de papier d'étain et soutenue par un fil de soie isolant attaché à une potence en verre (fig. 2).

Le plateau A étant électrisé positivement et tenu par son support isolant, approchons-le de façon à toucher la balle P : la balle est vivement repoussée (fig. 3). Enlevons le plateau A et approchons maintenant du pendule le plateau B chargé négativement : la balle est attirée (fig. 4).

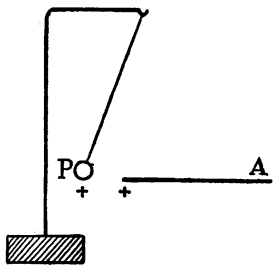


FIG. 3.

Le pendule chargé par contact avec A, est repoussé par la plaque A.

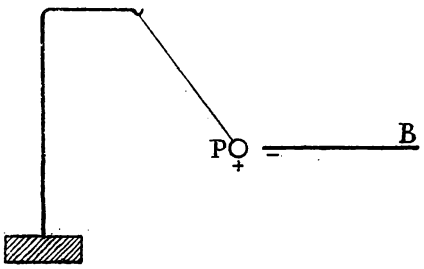


FIG. 4.

La balle, chargée par contact avec A, est attirée par la plaque B.

EXPLICATION. — Dans la première expérience, la sphère P s'est chargée, par contact, d'électricité de même signe que le plateau A : ces deux électricités de même signe se sont repoussées; au contraire, dans la deuxième expérience, le plateau B chargé négativement a attiré la sphère P chargée positivement.

Le phénomène est général et on peut énoncer la loi :

Deux électricités de même signe se repoussent; deux électricités de signes contraires s'attirent.

Electroscope à feuilles d'or.

Cet appareil, beaucoup plus sensible que le pendule électrique, se compose d'une tige métallique T, terminée d'un côté par une boule conductrice B, de l'autre par des petites feuilles métalliques très légères F, habituellement en or (fig. 5). La tige T passe dans un bouchon isolant en paraffine et les feuilles sont enfermées dans une boîte métallique reliée au sol. Des ouvertures, munies de glaces, permettent de voir les feuilles d'or.

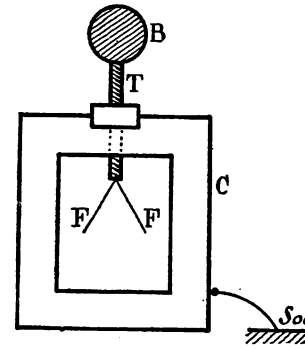


FIG. 5.
Electroscope à feuilles d'or.

Si l'on touche la boule B avec un corps électrisé, la boule et les feuilles prennent un peu d'électricité; les deux feuilles, chargées d'électricité de même signe, se repoussent : elles s'écartent. Il suffit de toucher du doigt le bouton B pour que les feuilles retombent; c'est que le corps humain est suffisamment conducteur pour que l'électricité s'écoule immédiatement dans le sol.

Loi de Coulomb.

L'action mutuelle de deux charges électriques varie en raison inverse du carré de la distance qui les sépare.

On suppose que les deux corps chargés, placés en présence l'un de l'autre, ont des dimensions petites par rapport à la distance qui les sépare. Si cette distance devient 2 fois, 3 fois plus grande, l'action que l'un des corps exerce sur l'autre devient 4 fois, 9 fois plus petite.

Cette loi, établie directement par Coulomb, est surtout vérifiée par l'ensemble de ses conséquences.

Champ électrique.

Dans le voisinage d'un corps chargé d'électricité, les autres corps électrisés sont repoussés ou attirés.

On appelle *champ électrique* la portion de l'espace où se font sentir ces attractions et ces répulsions.

L'intensité du champ électrique en un point est la force qui s'exercerait sur l'unité de quantité d'électricité positive placée en ce point. Comme le champ magnétique, le champ électrique en un point est donc représenté par un *vecteur*.

L'expérience montre qu'entre les deux plateaux d'un condensateur chargé, le champ est constant en grandeur et en direction; on dit que ce champ est *uniforme*. Il est toujours dirigé du plateau positif vers le plateau négatif.

CHAPITRE XXXVII

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES COURANTS ALTERNATIFS

328. Définitions.

Dans le *Cours de Première*, nous avons étudié les propriétés des courants d'intensité constante : ce sont des ***courants continus.***

On utilise aussi des courants *variables* dont l'intensité et le sens sont des fonctions du temps. Les plus importants sont les ***courants périodiques*** dont l'intensité est une fonction périodique du temps.

Lorsque l'intensité change de sens au cours d'une période, le courant est *alternatif*. Le plus souvent, on appelle ***courant alternatif*** le courant périodique dont la période se décompose en deux demi-périodes égales et de signes contraires (fig. 230). Ce courant est donc

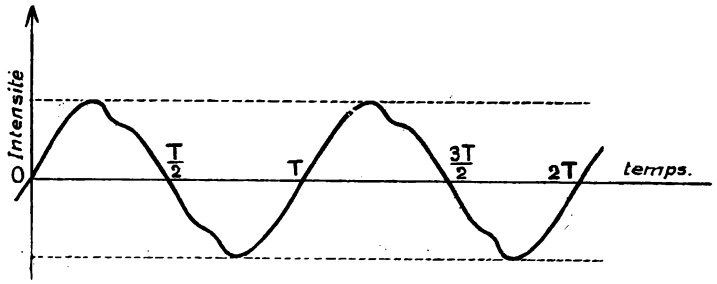


FIG. 230.
Courbe d'intensité d'un courant alternatif quelconque.

alternativement dirigé dans les deux sens et la valeur moyenne de son intensité, successivement positive et négative, est nulle au bout d'une période. Chacune des demi-périodes s'appelle une *alternance*.

Le plus simple des courants alternatifs est celui dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps (fig. 231), représentée par l'équation :

$$i = I_m \sin \omega t \qquad \text{ou} \qquad i = I_m \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

i désignant l'intensité du courant à l'instant donné t, I_m l'intensité maximum, ω la pulsation et T la période.

Au temps $t = 0$, l'intensité du courant est nulle; elle augmente pour prendre sa valeur maximum I_m au bout d'un quart de période $\left(t = \frac{T}{4}\right)$; puis l'intensité décroît et redevient nulle au temps $t = \frac{T}{2}$. Le courant change alors de sens, atteint sa valeur maximum en sens contraire de tout à l'heure au temps $t = \frac{3\,T}{4}$ pour s'annuler à nouveau au temps $t = T$.

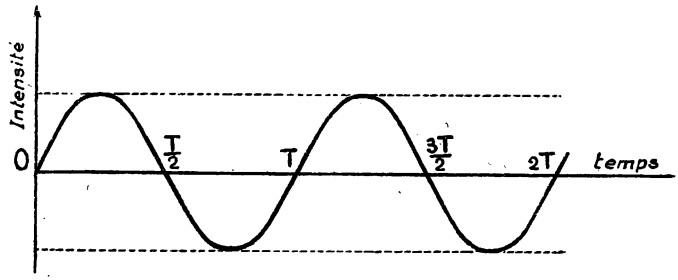


FIG. 231.
Courbe d'intensité d'un courant sinusoïdal.

Un tel courant est donc caractérisé par son *intensité maximum* I_m et par sa période T; on peut aussi donner sa *fréquence* f, qui désigne le nombre de périodes par seconde, et qui a pour valeur l'inverse de la période :

$$f = \frac{1}{T} \qquad \text{et} \qquad i = I_m \sin 2\pi f t.$$

REMARQUES. — 1° Les courants alternatifs utilisés industriellement sont pratiquement des courants sinusoïdaux.

2° D'après le théorème de Fourier (§ 245) un courant périodique quelconque, de fréquence f, peut être considéré comme la somme de courants sinusoïdaux de *fréquences* f, $2f$, $3f$, etc.

329. Exemple de production d'un courant alternatif.

Un cadre rectangulaire sans fer ABCD, formé de N spires isolées, est placé dans un champ magnétique uniforme d'intensité H gauss (fig. 232). Le cadre peut tourner d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire ω, autour de l'axe xy perpendiculaire aux lignes de force

du champ. Désignons par S la surface de chacune des spires et par α l'angle que fait la normale au cadre avec la direction du champ.

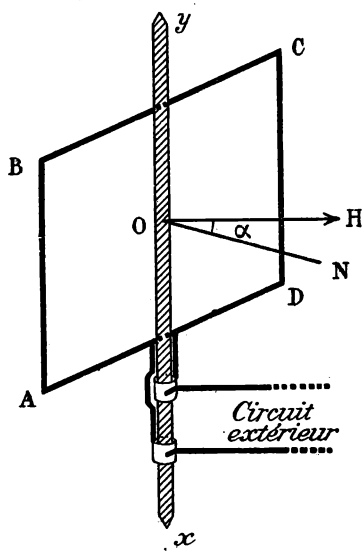


FIG. 232.
Le cadre tournant ABCD est parcouru par un courant alternatif.

A un instant donné, le flux magnétique à travers le cadre a pour expression :

$$\varphi = \text{NSH} \cos \alpha = \text{NSH} \cos \omega t.$$

Comme ce flux varie, le cadre est le siège d'une force électromotrice d'induction e :

$$e = -10^{-8} \frac{d\varphi}{dt}$$

$$= 10^{-8} \text{NSH}\omega \sin \omega t,$$

ou, en posant $10^{-8} \text{NSH}\omega = \text{E}_m$:

$$e = \text{E}_m \sin \omega t.$$

Pour fermer le circuit, on réunit les deux fils qui constituent les extrémités du cadre à deux bagues isolées sur lesquelles frottent deux balais, lesquels sont reliés au circuit extérieur. Ce circuit est alors parcouru par un courant sinusoïdal.

Comme nous l'avons fait pour le courant continu, nous allons étudier successivement les propriétés chimiques, calorifiques et magnétiques du courant alternatif.

I. — EFFETS CHIMIQUES DU COURANT ALTERNATIF

330. Exemples d'électrolyse en courant alternatif.

Les phénomènes qui se produisent en courant alternatif sont inverses l'un de l'autre pendant les deux alternances et, le plus souvent, l'effet chimique total est nul ou du moins sans intérêt pratique. En voici deux exemples.

1° **Electrolyse d'une solution d'acide sulfurique** (*électrodes en platine*) **ou d'une solution de soude** (*électrodes en fer*).

En courant continu, on obtiendrait un dégagement d'hydrogène à la cathode et d'oxygène à l'anode. Mais en courant alternatif, chaque électrode est successivement cathode et anode; sur une électrode, il se dégage donc de l'hydrogène pendant une alternance et de l'oxygène

pendant l'alternance suivante, si bien que l'on recueille sur chacune des électrodes un mélange détonant formé de 2 volumes d'hydrogène et 1 volume d'oxygène (fig. 233).

Toutefois, une partie des gaz se recombine et le volume gazeux obtenu est toujours moindre que le volume trouvé par le calcul en appliquant les lois de Faraday.

2° **Electrolyse d'une solution de sulfate de cuivre** (*électrodes en cuivre*). En courant continu, l'anode diminue de masse et la cathode augmente; tout se réduit à un simple transport de cuivre de l'anode à la cathode : c'est l'électrolyse avec anode soluble (*Première*, § 179, 5°).

En courant alternatif les deux électrodes jouant successivement le même rôle, il n'en résulte aucune variation de masse des lames de cuivre.

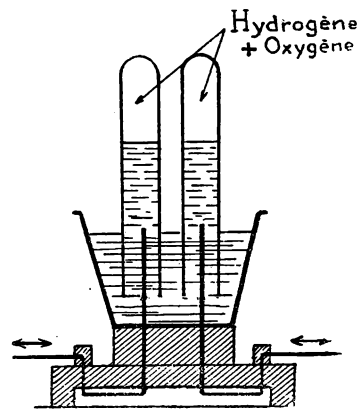


FIG. 233.
Electrolyse d'une solution d'acide sulfurique ou de soude par un courant alternatif.

CONSÉQUENCE. — On ne peut donc pas utiliser le courant alternatif à la place du courant continu dans les applications chimiques : préparation des corps par électrolyse, purification électrolytique des métaux, galvanoplastie, charge des accumulateurs, etc.

Cependant, on a basé sur l'électrolyse un procédé de mesure de la fréquence d'un courant alternatif.

331. Application de l'électrolyse à la mesure de la fréquence d'un courant alternatif.

1° EXPÉRIENCE. — Sur une plaque métallique, plaçons un papier imprégné d'une solution de chlorure d'ammonium $ClNH_4$ et de ferrocyanure de potassium. Relions la plaque à l'un des pôles d'un circuit alternatif, l'autre pôle aboutissant à une pointe en fer (on intercalera sur le circuit un rhéostat ou une lampe). En déplaçant sur le papier l'extrémité de la pointe en fer, celle-ci trace un trait bleu discontinu (fig. 234).

2° EXPLICATION. — Le passage du courant électrolyse le chlorure d'ammonium, qui se décompose en ions Cl et en ions NH_4. Lorsque le fer est anode, l'ion Cl y produit du chlorure ferrique qui, avec le ferrocyanure de potassium, donne un précipité de bleu de Prusse (ferrocyanure ferrique). Lorsque le fer est cathode, l'électrolyse dirige

sur le fer l'ion NH_4 qui se décompose en gaz ammoniac NH_3 et hydrogène, sans action sur le fer. Donc : *les traits bleus correspondent aux alternances pendant lesquelles le fer est anode.*

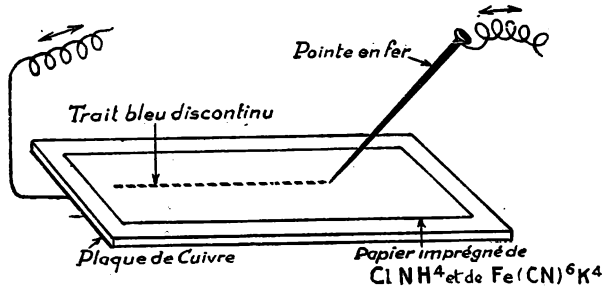


FIG. 234.

La pointe en fer produit un trait bleu lorsqu'elle est anode.

3° AUTRE DISPOSITIF DE L'EXPÉRIENCE. — Le papier imbibé de ferrocyanure de potassium repose sur une plaque de verre. Le circuit à cou-

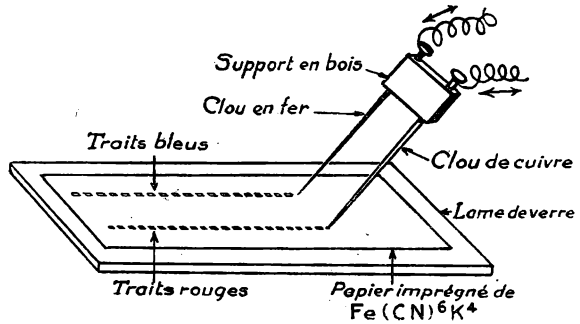


FIG. 235.

Les traits bleus et les traits rouges correspondent aux alternances successives.

rant alternatif arrive, d'une part à un clou en fer, d'autre part à un clou en cuivre (fig. 235). Lorsque les deux clous frottent sur le papier, le circuit se trouve fermé par l'électrolyte. Le fer inscrit alors un trait bleu discontinu et le cuivre un trait rouge également discontinu. Les traits bleus correspondent aux alternances pour lesquelles le fer est anode et les traits rouges aux alternances pour lesquelles le cuivre est anode. On sait en effet que le ferrocyanure de potassium donne, avec les sels de cuivre, un précipité rouge brun de ferrocyanure de cuivre.

4° APPLICATION A LA MESURE DE LA FRÉQUENCE D'UN COURANT ALTERNATIF. — Pour transformer les expériences précédentes en mesure de la fréquence du courant, il suffit d'enrouler le papier sur un

cylindre enregistreur et d'inscrire, à côté du trait bleu discontinu, le mouvement d'un pendule qui bat la seconde. Le nombre de traits bleus par seconde représente la fréquence du courant alternatif.

Sur ce même principe est basé l'appareil suivant (1) :

Un cylindre enregistreur en laiton, entraîné par un petit moteur électrique peut tourner d'un mouvement uniforme autour de son axe; sur le cylindre, on a appliqué une feuille de papier filtre imbibée de la solution de ferrocyanure de potassium et de nitrate d'ammonium (fig. 236). Un pendule métallique, dont la période est 1 seconde, se termine à sa partie inférieure par une lame d'acier dont la pointe appuie légèrement sur le cylindre. Le pendule et l'axe du cylindre sont réunis respectivement à l'une des bornes d'une prise de courant.

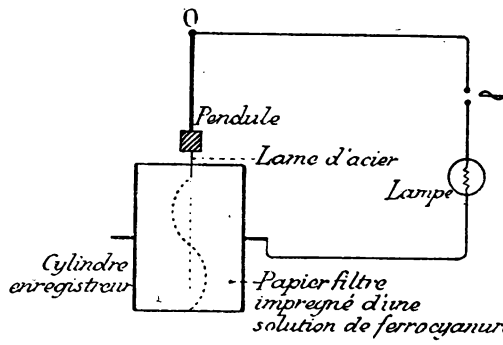


FIG. 236.
Mesure de la fréquence d'un courant alternatif.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'une prise de courant continu dont le pôle positif est relié au cylindre : la lame d'acier va inscrire un trait bleu sur le papier. Lorsque le pendule n'oscille pas, le trait obtenu est une droite; si le pendule oscille, la courbe tracée est une sinusoïde.

Employons maintenant du courant alternatif; on obtient une sinusoïde en pointillé (fig. 237); en comptant le nombre de points bleus correspondant à une période de la courbe, on a la fréquence du courant alternatif.

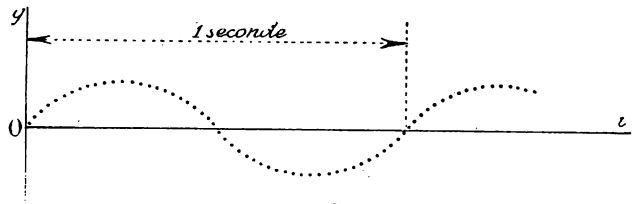


FIG. 237.
Le nombre de points bleus par période mesure la fréquence du courant alternatif.

(1) Cet appareil très élégant a été conçu et réalisé, par MM. Peschard et Zurcher, au laboratoire du lycée Janson-de-Sailly.

II. — EFFETS CALORIFIQUES DU COURANT ALTERNATIF

332. Le courant alternatif produit un dégagement de chaleur par effet Joule.

Puisque l'effet Joule ne dépend pas du sens du courant, il est facile de prévoir que le courant alternatif produira un dégagement de chaleur dans les conducteurs. L'expérience montre qu'il en est bien ainsi, et le courant alternatif peut servir pour le ***chauffage*** et l'***éclairage.*** Toutefois, quand on l'emploie pour l'éclairage, la fréquence doit être assez grande pour que les variations d'éclat du filament, qui correspondent aux variations d'intensité du courant, ne soient pas sensibles à l'œil. Cette fréquence est généralement égale à 50.

333. Intensité efficace d'un courant alternatif.

DÉFINITION. — ***On appelle intensité efficace d'un courant alternatif l'intensité d'un courant continu qui, passant dans le même conducteur pendant le même temps, y produirait la même quantité de chaleur.***

La loi de Joule s'applique alors au courant alternatif, à condition d'utiliser dans la formule l'intensité efficace I :

$$W^{\text{joules}} = RI^2t \qquad \text{ou} \qquad q^{\text{calories}} = \frac{RI^2t}{4{,}18}.$$

CALCUL DANS LE CAS D'UN COURANT SINUSOÏDAL. — Par un choix convenable de l'origine des temps, le courant sinusoïdal peut se mettre sous la forme :

$$i = I_m \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

L'énergie ΔW dépensée sous forme de chaleur par effet Joule, pendant l'intervalle de temps Δt, dans un conducteur de résistance R a pour valeur, en joules :

$$\Delta W = Ri^2 \,.\, \Delta t = RI^2_m \,.\, \sin^2 2\pi \frac{t}{T} \,.\, \Delta t.$$

Or :
$$\sin^2 2\pi \frac{t}{T} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos 4\pi \frac{t}{T}\right).$$

Donc :
$$\Delta W = \frac{1}{2} RI_m^2 \left(1 - \cos 4\pi \frac{t}{T}\right) \Delta t.$$

Pendant un temps t égal à un nombre entier de périodes, la valeur moyenne de $\cos 4\pi \frac{t}{T}$ est nulle, ce terme étant alternativement positif et négatif. L'énergie W transformée en chaleur est alors :

$$W = \frac{1}{2} RI_m^2 t.$$

Etant donné que t est toujours très grand par rapport à une période, la formule précédente peut être considérée comme valable, quel que soit t. En la mettant sous la forme :

$$W = R \cdot \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 t,$$

on voit que la quantité de chaleur dégagée par le courant alternatif est la même que s'il s'agissait d'un courant constant d'intensité $\frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Par définition, c'est la valeur de l'intensité efficace du courant alternatif :

$$\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.}$$

***Dans le cas d'un courant sinusoïdal, l'intensité efficace* I *est égale au quotient de l'intensité maximum* I_m *par* $\sqrt{2}$.**

334. Mesure de l'intensité efficace. Ampèremètre thermique.

On mesure l'intensité efficace d'un courant alternatif au moyen d'un ampèremètre thermique, représenté schématiquement par la figure 238. Le courant circulant dans le fil métallique fin AB l'échauffe et le dilate. Au milieu C de AB est attaché un fil isolant qui, après s'être enroulé sur une poulie P dont l'axe est fixe, est tendu par un ressort R. Les déplacements du point C sont ainsi transmis par

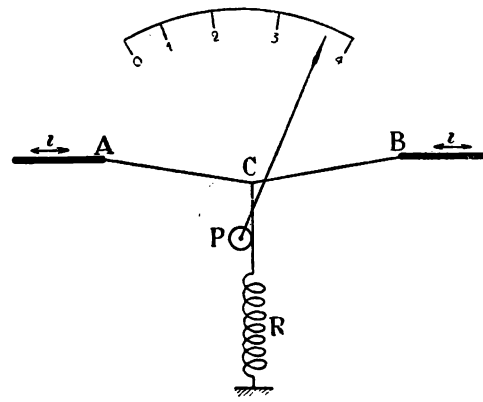


FIG. 238.
Ampèremètre thermique.

l'intermédiaire de la poulie, à une longue aiguille mobile devant un cadran. On gradue l'appareil avec des courants continus d'intensités connues; son indication en courant alternatif donne l'intensité efficace, par définition. Les divisions ne sont pas égales; elles sont très serrées vers le zéro.

Comme les appareils à cadre mobile, les ampèremètres thermiques peuvent être shuntés; l'emploi successif de plusieurs shunts pour le même ampèremètre permet de modifier sa sensibilité.

335. Voltmètre thermique. Tension efficace d'un courant alternatif.

Sur le même principe que l'ampèremètre thermique, on peut construire un voltmètre thermique. Pour cela, on ajoute une résistance en série de façon à augmenter la résistance totale de l'appareil et celui-ci, non shunté, est placé en dérivation entre les points dont on veut mesurer la différence de potentiel.

On gradue le voltmètre thermique, en courant continu, par comparaison avec un voltmètre à cadre mobile. Si l'on veut l'utiliser en courant alternatif, il faut prendre une résistance additionnelle non inductive. Le voltmètre thermique mesure alors ce qu'on appelle la ***différence de potentiel efficace*** ou *tension efficace* entre les deux points considérés.

La tension efficace entre deux points d'un circuit alternatif a pour mesure l'indication d'un voltmètre thermique placé en dérivation entre les deux points.

Lorsque la tension est une fonction sinusoïdale du temps, la tension efficace V est égale au quotient de la tension maximum V_m par $\sqrt{2}$:

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}.$$

III. — EFFETS MAGNÉTIQUES DU COURANT ALTERNATIF

336. *Un courant alternatif, de fréquence 50 par exemple, n'a généralement pas d'action sur un galvanomètre à cadre mobile.*

Cela tient à ce que la période d'oscillation de l'appareil est grande par rapport à celle du courant. Le système mobile, sollicité dans un certain sens pendant une alternance, n'a pas le temps de se déplacer sensiblement qu'il est déjà sollicité en sens contraire pendant l'alternance suivante. Aussi, dans le cas d'un courant rigoureusement alter-

natif, l'effet moyen est-il nul; tout au plus le système effectue-t-il des vibrations de faible amplitude autour du zéro.

Cependant, si la période d'oscillation du système mobile est du même ordre de grandeur que la période du courant, les vibrations peuvent prendre une amplitude notable. Ce cas se trouve réalisé dans les expériences suivantes.

337. Action d'un champ magnétique sur un filament de lampe.

Prenons une ancienne *lampe à filament de carbone* dont le filament, très flexible, a une période de vibration assez courte. Approchons de la lampe le pôle nord d'un aimant. Si la lampe est alimentée en courant continu, le filament incandescent subit une déviation permanente dans un certain sens (fig. 239, I). Mais, en courant alternatif, on voit le filament vibrer (fig. 239, II) et, s'il y a résonance, l'amplitude de ces oscillations peut être assez grande pour que le filament vienne toucher les parois de la lampe.

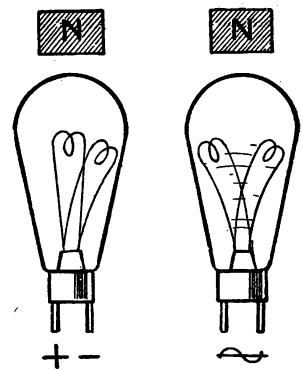


FIG. 239.

Action d'un aimant sur un filament de lampe.
I. en courant continu.
II. en courant alternatif.

338. Application des effets magnétiques à la mesure de la fréquence d'un courant alternatif.

Une corde d'acier AB est tendue sur un sonomètre. A proximité du milieu C de la corde se trouve un petit électro-aimant droit E, *à noyau de fer doux* (fig. 240). Envoyons un courant alternatif dans l'électro-aimant : la corde se met à vibrer légèrement. En réglant la tension à l'aide d'une clef, on peut obtenir la résonance et la corde se met alors à vibrer fortement. Supposons qu'elle prenne la forme d'un seul fuseau et qu'elle émette ainsi le son fondamental. Comme l'attraction de la corde d'acier est indépendante du sens du courant, elle se trouve attirée à chaque alternance; la résonance a donc lieu lorsque la fréquence N des vibrations de la corde est double de la fréquence f du courant alternatif :

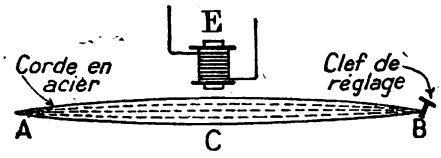


FIG. 240.

La résonance se produit pour une certaine tension de la corde.

$$N = 2f.$$

Remarque. — Si le noyau de l'électro-aimant E était constitué par un aimant en acier, il se pourrait que le courant alternatif ne modifie pas la nature du pôle en regard de la corde, qui resterait par exemple un pôle Nord. L'attraction du pôle Nord sur la corde serait seulement renforcée pendant une alternance et diminuée pendant l'alternance suivante. Dans ces conditions, la corde n'effectuerait plus qu'une seule vibration par période du courant alternatif et la fréquence N de la corde serait égale à la fréquence f du courant.

339. Oscillographe.

Faisons maintenant passer le courant alternatif dans un fil de cuivre tendu entre les pôles d'un aimant (fig. 241). Le sens de la force électromagnétique exercée par le champ sur le courant change à chaque alternance. La résonance aura donc lieu lorsque $N = f$.

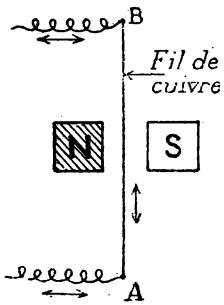


Fig. 241.

La fréquence N des vibrations du fil est égale à la fréquence f du courant.

Ce principe est appliqué dans l'*oscillographe*. Cet instrument se compose de deux fils métalliques verticaux AA′ et BB′, tendus par un ressort R entre les branches d'un aimant en fer à cheval (fig. 242). Les fils ont une période de vibrations très courte par rapport à la période des courants à étudier; si d'autre part leurs oscillations propres sont amorties, ils se laisseront imposer des vibrations forcées dont l'amplitude, d'ailleurs faible, ne dépendra pas de la fréquence (§ 201). Si l'on envoie un courant alternatif dans les fils, leurs vibrations reproduiront alors fidèlement les variations de l'intensité du courant. Etant donnée la faible amplitude de ces oscillations, on les amplifie par la méthode optique.

A un instant donné, le courant est de sens contraire dans les deux fils AA′ et BB′; quand l'un des fils se déplace en arrière du plan de la figure, l'autre fil se déplace donc en avant. Un miroir concave M collé sur les fils participe aux vibrations. Ce miroir donne, d'un point lumineux, une image réelle sur un écran. Lorsque le système vibre, l'image lumineuse se déplace horizontalement en décrivant un petit segment de droite. En interposant sur le trajet du faisceau lumineux un miroir tournant d'axe horizontal, on obtient sur un écran une courbe sinusoïdale qui représente les variations de l'intensité du courant en fonction du temps. On pourra photographier cette courbe en remplaçant l'écran par une plaque sensible.

Remarque. — Si l'on emploie, pour entraîner le miroir tournant, un moteur synchrone actionné par un courant alternatif pris sur le

même réseau de distribution que le courant à étudier, le miroir tournant reprend la même position au bout d'un nombre entier de périodes du courant, et le point lumineux décrit la même courbe sur l'écran à chaque tour du miroir. Grâce à la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, on observe ainsi une courbe lumineuse fixe.

Dans le même entrefer, on peut loger deux cadres et enregistrer simultanément deux courants de même période. Nous utiliserons cet oscillographe à deux cadres pour étudier la relation entre l'intensité efficace et la tension efficace d'un courant alternatif (§ 356).

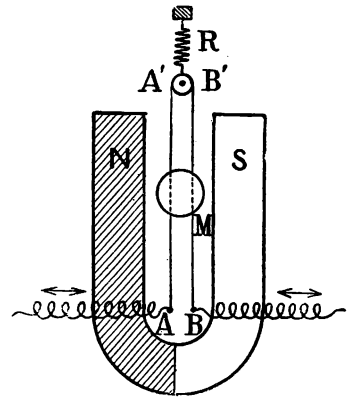


FIG. 242.
Oscillographe.

PROBLÈME

Un fil de fer est tendu horizontalement, sur une longueur AB = 1 m, entre une petite poulie A et l'une des branches B d'un diapason entretenu disposé de telle sorte que le déplacement de B soit transversal par rapport au fil. Au-delà de la poulie, le fil supporte un plateau chargé d'un poids P. Le poids de 10 m du fil considéré est égal à 2 g. La fréquence N des oscillations du diapason est égale à 100. On rappelle que la vitesse de propagation des vibrations le long du fil est égale à $\sqrt{\frac{P}{\mu}}$, désignant par P le poids tenseur et par μ la masse de l'unité de longueur du fil. Lorsqu'on fait varier progressivement le poids P, on constate que, pour certaines valeurs de ce poids, le fil vibre fortement en formant un ou plusieurs fuseaux. Ecrire la relation entre le nombre k des fuseaux et le poids tenseur P. Quelle valeur doit-on donner à celui-ci pour faire apparaître 3 fuseaux ?

On cesse de faire vibrer le diapason et l'on place la région moyenne du fil entre les pôles d'un électro-aimant en fer à cheval alimenté par du courant alternatif de fréquence N' = 50. Calculer la valeur du poids P pour laquelle le fil vibre avec une grande amplitude sans se partager en plusieurs fuseaux.

Dans une autre expérience, on fait passer le courant alternatif dans le fil lui-même et on alimente l'électro-aimant en courant continu. Calculer la valeur du poids P qui permet d'obtenir la résonnance dans les mêmes conditions que précédemment.

(*Racc. Sc. expérimentales*, Lyon, 1949.)

CHAPITRE XXXVIII

RELATIONS ENTRE L'INTENSITÉ EFFICACE ET LA TENSION EFFICACE INFLUENCE DE LA SELF ET DE LA CAPACITÉ

---

340. — Les lois d'Ohm, énoncées dans le cas d'un courant continu, sont applicables à chaque instant en courant alternatif, *à condition de tenir compte des forces contre-électromotrices de self-induction qui prennent naissance dans le circuit.* Il en résulte une différence de phase entre l'intensité et la tension, et aussi une diminution de l'intensité efficace. De plus, un condensateur intercalé sur un circuit alternatif donne lieu à des phénomènes très différents de ceux que nous avons observés en courant continu. Nous allons examiner les divers cas qui peuvent se présenter.

1° LE CIRCUIT COMPREND UNE RÉSISTANCE NON INDUCTIVE

341. — Dans ce cas, l'intensité i est à chaque instant égale au quotient de la tension v par la résistance R du circuit, conformément à la loi d'Ohm :

$$i = \frac{v}{R}.$$

Il s'ensuit que ***l'intensité est en phase avec la différence de potentiel.*** Si la tension est représentée par la fonction sinusoïdale

$$v = V_m \sin \omega t$$

l'intensité a pour valeur :

$$i = I_m \sin \omega t$$

avec $I_m = \frac{V_m}{R}$. On a une relation identique entre les valeurs efficaces :

$$\boxed{I = \frac{V}{R}.}$$

C'est le cas d'un circuit rectiligne, dont la *self-inductance*, ou plus brièvement la *self*, est négligeable.

2° LE CIRCUIT COMPREND UNE SELF

342. — Lorsque le circuit a une self-inductance appréciable, s'il contient par exemple une bobine, surtout si celle-ci est enroulée sur un noyau de fer, l'expérience montre que ***l'intensité efficace est plus petite que le quotient de la tension efficace par la résistance :***

$$I < \frac{V}{R}.$$

Tout se passe comme si la résistance du circuit était augmentée et l'on peut écrire :

$$I = \frac{V}{Z}$$

Z désignant la *résistance apparente* du circuit, supérieure à la résistance R. A cette résistance apparente Z, on donne le nom d'***impédance,*** R étant appelé ***résistance ohmique.***

L'examen des courbes de la tension et de l'intensité, obtenues à l'aide de l'oscillographe (§ 356), montre d'ailleurs que ***l'intensité est en retard de phase sur la tension.*** Le calcul que nous allons faire rend compte de cette différence de phase et donne la valeur de l'impédance.

343. Calcul de l'impédance dans le cas d'un courant sinusoïdal.

Soit $v = V_m \sin \omega t$ la tension alternative aux bornes du circuit de résistance R. En désignant par L la self-inductance du circuit, la variation d'intensité du courant crée à chaque instant dans le circuit la force contre-électromotrice de self-induction $L \frac{di}{dt}$ (§ 312), et la loi d'Ohm s'écrit, à un instant donné :

$$v = R\,i + L\,\frac{di}{dt}. \qquad (1)$$

Après un intervalle très court pour l'établissement du courant, l'intensité i est donnée par la formule :

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi),$$

I_m et φ étant deux constantes que l'on obtiendra en identifiant les deux membres de l'équation (1) :

$$V_m \sin \omega t = RI_m \sin(\omega t - \varphi) + LI_m\omega \cos(\omega t - \varphi).$$

Dans cette équation, faisons successivement $\omega t = \varphi$ et $\omega t = \varphi + \frac{\pi}{2}$:

$$\begin{cases} V_m \sin \varphi = LI_m\omega \\ V_m \cos \varphi = RI_m \end{cases}$$

d'où l'on tire :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} \qquad \text{et} \qquad I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}.$$

La *résistance apparente* du circuit, ou ***impédance,*** est alors :

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}.}$$

Cette impédance croît avec la self L; elle croît également lorsque la pulsation ω, et par suite la fréquence du courant alternatif, augmente.

La relation précédente peut encore s'écrire :

$$Z = R\sqrt{1 + \frac{L^2\omega^2}{R^2}} = R\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{R}{\cos \varphi}$$

d'où :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Ainsi, ***l'intensité du courant est en retard sur la tension aux extrémités du circuit.***

La différence de phase φ entre l'intensité et la tension peut être calculée à l'aide d'une des formules :

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\cos \varphi = \frac{R}{Z}.}$$

344. Expérience. — Entre les bornes d'une prise de courant alternatif, montons en série une lampe à incandescence (1) et une bobine peu résistante (fig. 243). La lampe éclaire, car, la self-inductance de la bobine étant faible, l'impédance du circuit est sensiblement égale à la résistance ohmique.

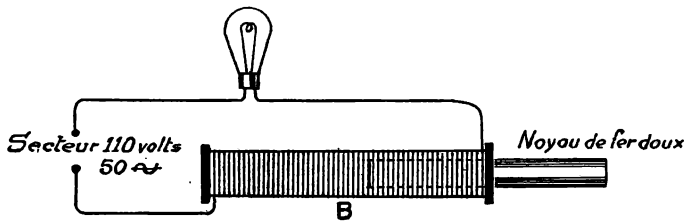


Fig. 243.

L'éclat de la lampe diminue quand on introduit le fer doux dans la bobine.

Enfonçons dans la bobine un paquet de fils de fer doux : l'éclat de la lampe diminue et elle éclaire à peine. La présence du fer doux a augmenté considérablement la self de la bobine (§ 315) et, par suite, l'impédance du circuit : l'intensité efficace a donc diminué.

Conséquence. — On peut agir sur l'intensité efficace d'un courant alternatif, soit en modifiant la résistance ohmique du circuit à l'aide d'un rhéostat, soit en faisant varier la self, comme dans l'expérience précédente. Une bobine à noyau de fer doux, appelée ***bobine de réaction,*** joue en courant alternatif le rôle d'un rhéostat; mais nous verrons qu'une telle bobine présente l'avantage, sur un rhéostat sans self, de consommer très peu d'énergie.

345. Exemples numériques. — Soit une bobine sans fer de résistance $R = 1\ \Omega$ et de self-inductance $L = 0{,}03$ henry.

1° Calculons l'impédance de cette bobine pour un courant alternatif de fréquence $f = 50$.

$$\omega = 2\pi f = 100\,\pi, \qquad L\omega = 3\,\pi,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \# 10\ \Omega.$$

(1) On emploiera une lampe assez puissante ou, plus simplement, plusieurs lampes montées en parallèle.

2° Pour un courant de fréquence $f = 5\,000$, l'impédance de la bobine serait $Z \# 1\,000\ \Omega$. *Une bobine de self se laisse donc difficilement traverser par les courants de haute fréquence.*

3° Si la bobine était enroulée sur un noyau de fer, son impédance atteindrait plusieurs milliers d'ohms pour une basse fréquence telle que $f = 50$. La différence de phase entre le courant et la tension serait alors voisine de $\frac{\pi}{2}$; on dit que le courant et la tension sont en *quadrature*.

346. Emploi de la construction de Fresnel en courant alternatif.

Beaucoup de problèmes de courant alternatif peuvent se résoudre graphiquement, d'une manière élégante, en utilisant la construction de Fresnel (§ 185), d'après la remarque suivante :

Lorsque des grandeurs sinusoïdales de même espèce, ayant toutes la même fréquence, s'ajoutent algébriquement à chaque instant, les vecteurs qui les représentent s'ajoutent géométriquement.

Vérifions d'abord que *la dérivée d'une fonction sinusoïdale est en avance de phase de* $\frac{\pi}{2}$ *par rapport à la fonction*. En effet, la fonction :

$$y = a \sin \omega t,$$

a pour dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dy}{dt} = a\omega \cos \omega t = a\omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

ce qui démontre la proposition énoncée.

Nous allons appliquer la construction de Fresnel à la résolution graphique du problème posé au paragraphe 343 et représenté par l'équation :

$$v = \mathrm{R}i + \mathrm{L}\frac{di}{dt}. \qquad (1)$$

Les grandeurs sinusoïdales $\mathrm{R}i$ et $\mathrm{L}\frac{di}{dt}$ sont en quadrature et leurs valeurs maxima sont respectivement RI_m et $\mathrm{LI}_m\omega$ (le facteur ω a été introduit en dérivant).

Sur la figure 244, qui traduit l'équation (1), les deux vecteurs RI_m et $\mathrm{LI}_m\omega$ ont pour somme géométrique V_m. On voit aussitôt que l'inten-

sité est en retard sur la tension d'un angle φ tel que :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{LI_m\omega}{RI_m} = \frac{L\omega}{R}.$$

D'autre part, d'après le théorème de Pythagore :

$$R^2I_m^2 + L^2I_m^2\omega^2 = V_m^2,$$

$$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}.$$

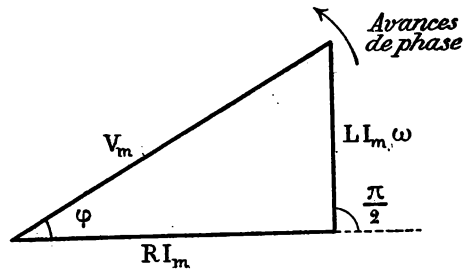


FIG. 244.

On a une relation identique entre les valeurs efficaces. Nous retrouvons ainsi les deux formules démontrées précédemment :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R}. \qquad I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}.$$

3° LE CIRCUIT COMPREND UNE CAPACITÉ

347. — Supposons maintenant que, sur le circuit de résistance non inductive, soit intercalé un condensateur AB (fig. 334). S'il s'agissait de courant continu, le condensateur prendrait une charge telle que la différence de potentiel entre ses armatures soit égale et opposée à la tension du secteur (§ 319). Lorsqu'il en serait ainsi, aucun courant ne passerait plus dans les fils de jonction.

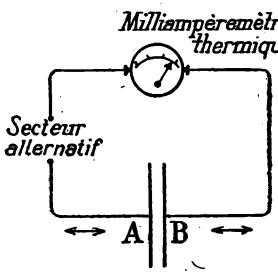


FIG. 245.

Un condensateur interposé sur le circuit n'empêche pas l'existence d'un courant alternatif.

Mais cet équilibre ne peut jamais s'établir dans le cas d'un courant alternatif, la tension aux bornes étant à chaque instant variable. Un condensateur interposé sur un circuit empêche donc l'existence d'un courant permanent, ***il n'empêche pas l'existence d'un courant alternatif.*** Ses armatures, à tout instant chargées de quantités d'électricité égales et de signes contraires, se chargent et se déchargent alternativement. Les fils de jonction sont alors parcourus par un courant alternatif dont on mesure l'intensité efficace à l'aide d'un milliampèremètre thermique.

Dans le cas d'une tension sinusoïdale, la théorie et l'expérience

montrent que l'intensité efficace I peut s'exprimer, en fonction de la tension efficace V, par la relation :

$$I = \frac{V}{Z}.$$

Dans cette formule, l'impédance Z du circuit, supérieure à la résistance ohmique R des fils de jonction, a pour valeur :

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$$

C désignant la capacité du condensateur, évaluée en farads.

De plus, ***l'intensité est en avance de phase sur la tension.*** Cette avance de phase φ est donnée par l'une des deux formules :

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{RC\omega}} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\cos\varphi = \frac{R}{Z}.}$$

348. DÉMONSTRATION. — Soit $v = V_m \sin \omega t$ la tension alternative aux extrémités du circuit. Si, à un instant donné, la charge du condensateur est q, la différence de potentiel entre ses armatures est $\frac{q}{C}$. On peut donc écrire :

$$v = R\,i + \frac{q}{C}.$$

Dérivons par rapport au temps les deux membres de cette équation :

$$\frac{dv}{dt} = R\,\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\,\frac{dq}{dt}$$

$\frac{dq}{dt}$ est l'intensité i du courant. Par suite :

$$\frac{dv}{dt} = R\,\frac{di}{dt} + \frac{i}{C}. \qquad (2)$$

Les grandeurs sinusoïdales $\frac{dv}{dt}$, $R\,\frac{di}{dt}$ et $\frac{i}{C}$ ont respectivement pour valeur maximum $V_m\omega$, $RI_m\omega$ et $\frac{I_m}{C}$. D'autre part, $\frac{di}{dt}$ est en avance de phase de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à i (§ 346).

La figure 246 représente alors la construction de Fresnel qui traduit l'équation (2). Le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$R^2 I_m^2 \omega^2 + \frac{I_m^2}{C^2} = V_m^2 \omega^2,$$

d'où : $$I_m = \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}.$$

et, pour valeur de l'impédance du circuit:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}.$$

Comme $\frac{dv}{dt}$ est en avance de phase de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à v, la figure 246 montre que l'intensité i est en avance de phase par rapport à la tension v.

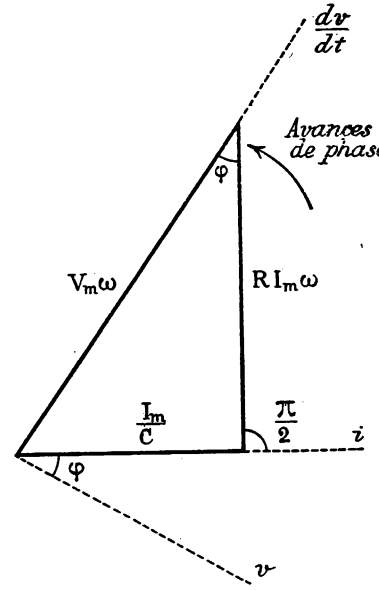


FIG. 246.

Cette avance de phase φ est telle que :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_m}{C} : RI_m\omega = \frac{1}{RC\omega}$$

ou encore : $$\cos\varphi = \frac{RI_m\omega}{V_m\omega} = \frac{R}{\frac{V_m}{I_m}} = \frac{R}{Z}.$$

Ce sont bien les formules annoncées dans le paragraphe précédent.

349. EXEMPLES NUMÉRIQUES. — Soit un circuit de résistance $R = 1\ \Omega$, sur lequel est intercalé un condensateur de capacité :

$$C = 1\ \mu F = 10^{-6}\ F.$$

Pour un courant alternatif de fréquence $f = 50$ ou de pulsation $\omega = 2\pi f = 100\pi$, l'impédance du circuit a pour valeur :

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} = \sqrt{1 + \frac{10^{12}}{10^4\,\pi^2}} \# \frac{10^4}{\pi}$$

$$Z \# 3\,000 \text{ ohms}.$$

Pour une fréquence $f = 5\,000$, on aurait :

$$Z \# 30 \text{ ohms.}$$

A l'inverse d'une self, le condensateur laisse donc passer d'autant plus facilement le courant alternatif que la fréquence est plus élevée.

Dans les deux cas, on a respectivement $\cos\varphi = \frac{1}{30}$ et $\cos\varphi = \frac{1}{3\,000}$, qui correspondent à des différences de phase un peu inférieures à $\frac{\pi}{2}$; le courant est en avance de presque un quart de période sur la tension.

4° LE CIRCUIT COMPREND UNE SELF ET UNE CAPACITÉ

350. — Les effets de la self et de la capacité peuvent s'annuler, de telle sorte que l'intensité du courant soit en phase avec la tension. L'impédance du circuit est alors égale à la résistance ohmique, et l'intensité efficace prend sa valeur maximum; on dit que ***le circuit est en résonance.***

Supposons que, aux extrémités d'un circuit de résistance R, de self-inductance L et comprenant une capacité C (fig. 247), on établisse une différence de potentiel sinusoïdale :

$$v = V_m \sin \omega t.$$

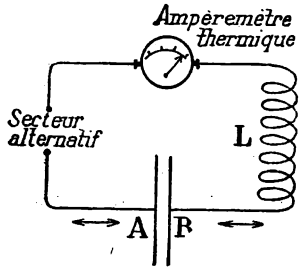


FIG. 247.
Circuit comprenant une self et une capacité.

Le calcul montre que, une fois le régime permanent établi, le circuit est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal représenté, en prenant la même origine pour le temps, par la relation :

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi),$$

avec : $I_m = \frac{V_m}{Z}$ ou $I = \frac{V}{Z}$.

L'impédance Z a pour valeur :

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.}$$

Le retard de phase φ (positif ou négatif) du courant sur la tension est donné par l'une des formules :

$$\boxed{\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}.} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\cos\varphi = \frac{R}{Z}.}$$

351. Représentation géométrique de l'impédance.

L'impédance est représentée géométriquement par l'hypoténuse AC d'un triangle rectangle, dont les côtés de l'angle droit AB et BC ont respectivement pour valeur R et $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ (fig. 248). L'angle CAB est précisément égal à la différence de phase φ entre l'intensité et la tension.

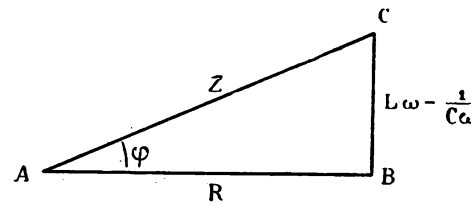


FIG. 248.
Représentation géométrique de l'impédance.

On retrouve facilement sur la figure les relations indiquées précédemment.

352. Résonance.

L'intensité I du courant dépend de l'impédance Z du circuit; l'intensité est maximum lorsque l'impédance est minimum, c'est-à-dire lorsque :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0, \qquad \text{ou} \qquad \boxed{LC\omega^2 = 1.}$$

L'impédance Z est alors égale à la résistance ohmique R et *le courant est en phase avec la tension*. On dit que le circuit est ***en résonance.***

La période T du courant qui produit la résonance est alors :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}.}$$

353. EXEMPLE NUMÉRIQUE. — *Calculer la capacité d'un condensateur qui, intercalé sur un circuit alternatif de fréquence 50 et de self-inductance 2 henrys, pourrait annuler les effets de la self.*

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3{,}14 \times 50 = 314$$

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{2 \times 314^2} \text{ farad,}$$

ou : $$C = \frac{10^6}{2 \times 314^2} \mu F \# 5 \text{ microfarads.}$$

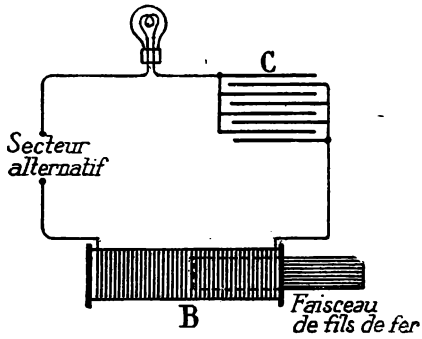


FIG. 249.

L'éclat de la lampe passe par un maximum quand on enfonce progressivement dans la bobine le faisceau de fils de fer.

354. EXPÉRIENCE. — Entre les bornes d'un secteur alternatif sont placés en série : une lampe à incandescence, un condensateur C formé de feuilles minces d'étain entre des feuilles de papier paraffiné, et une bobine B dont on modifie la self-inductance en enfonçant plus ou moins à l'intérieur un paquet de fils de fer (fig. 249). Si la capacité C du condensateur a été convenablement choisie, l'éclat de la lampe passe par un maximum quand on enfonce progressivement le faisceau de fils.

355. Tensions aux bornes de la self et de la capacité.

Supposons que la bobine de self ait une résistance négligeable. A la self et à la capacité correspondent respectivement les impédances :

$$Z_1 = L\omega, \qquad \text{et} \qquad Z_2 = \frac{1}{C\omega}.$$

Les différences de potentiel efficace aux bornes de la self et de la capacité sont donc :

$$V_1 = L\omega I, \qquad \text{et} \qquad V_2 = \frac{I}{C\omega}.$$

Lorsque le circuit est en résonance, nous avons $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ et, par suite :

$$V_1 = V_2.$$

La tension aux bornes de la self est égale à la tension aux bornes de la capacité.

Dans ce cas, on a également $I = \frac{V}{R}$, V désignant la tension efficace aux bornes du circuit. D'où :

$$V_1 = L\omega \frac{V}{R} \qquad \text{et} \qquad V_2 = \frac{1}{C\omega} \frac{V}{R}.$$

Lorsque la résistance R est faible, V_1 et V_2 peuvent être très grands et bien supérieurs à la tension V du secteur : le circuit est le siège de *surtensions* dangereuses.

Exemple numérique. — Reprenons l'exemple du paragraphe 353, la tension aux bornes du circuit étant V = 110 volts et la résistance R = 11 Ω.

La différence de potentiel efficace aux bornes de la self est :

$$V_1 = L\omega \frac{V}{R} = 2 \times 314 \times \frac{110}{11} = 6\,280 \text{ volts.}$$

La tension maximum dans la self est donc :

$$V_m = V_1\sqrt{2} = 8\,880 \text{ volts.}$$

L'isolant doit pouvoir supporter une telle tension.

356. Emploi de l'oscillographe à deux cadres.

L'oscillographe double permet d'inscrire sur le même cadran les courbes de la tension et de l'intensité et de vérifier ainsi les résultats précédents (1) (fig. 250).

Les cadres 1 et 2 des deux oscillographes sont logés dans l'entrefer d'un même aimant NS et le miroir tournant M est entraîné par un moteur synchrone actionné par un courant alternatif pris sur le même réseau de distribution que le courant à étudier (§ 339, *Remarque*).

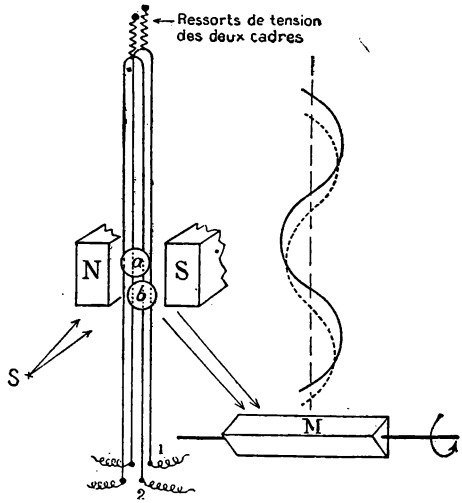


Fig. 250. — Oscillographe double.

(1) L'appareil dont nous donnons le schéma a été mis au point par MM. Peschard et Zurcher au laboratoire du Lycée Janson-de-Sailly.

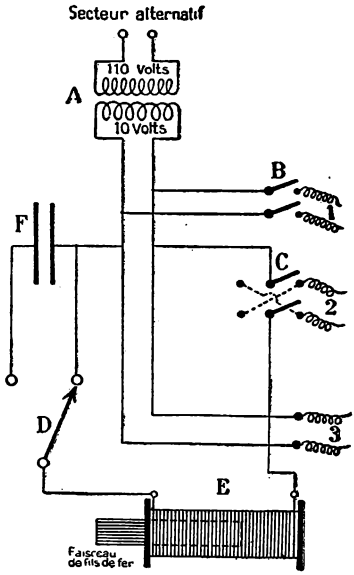


FIG. 251. — Schéma de montage des expériences avec l'oscillographe double.

A. Transformateur abaisseur de tension. — B. Interrupteur du 1er cadre. — C. Interrupteur-inverseur du 2e cadre. D. Interrupteur à 2 directions. — E. Self à noyau de fer doux mobile. — F. Condensateur. — 3. Circuit de la lampe d'éclairage des miroirs.

La figure 251 représente le schéma de l'installation.

1° En l'absence de self et de capacité (interrupteur D à droite et bobine E sans son noyau de fer), les courbes relatives aux circuits 1 et 2 sont en phase.

2° Si l'on inverse le circuit 2 à l'aide de l'interrupteur-inverseur C, les deux courbes sont en opposition de phase.

3° Les deux courbes étant à nouveau en phase, on augmente la self du circuit 2 en enfonçant le noyau de fer doux dans la bobine E; la courbe correspondante subit un déphasage en retard et son intensité diminue.

4° Le fer doux étant enlevé de la bobine E, l'interrupteur D est placé sur le plot gauche, ce qui met le condensateur F dans le circuit 2; la courbe correspondante subit un déphasage en avant et son intensité diminue.

5° Le condensateur F restant sur le circuit 2, on peut obtenir la résonance en enfonçant peu à peu le noyau de fer doux dans la bobine E.

PROBLÈMES

1. Un cadre carré de 10 cm de côté, formé de 100 tours de fil dont la résistance totale est de 9 ohms, tourne dans un champ uniforme d'intensité H = 100 gauss avec une vitesse de 10 tours à la seconde. L'axe de rotation passe par le centre du carré parallèlement à deux des côtés et il est dirigé perpendiculairement au champ.

On demande la différence de potentiel maximum qui existe aux extrémités libres du fil constituant le cadre.

Ces extrémités libres étant soudées à deux bagues, deux frotteurs en contact avec ces bagues sont réunis aux extrémités d'un circuit extérieur dont la résistance est 1 ohm et la self-induction négligeable. On demande l'intensité efficace du courant qui traverse le circuit.

(*Bacc.*, Caen, 1932.)

2. Un courant alternatif est représenté en fonction du temps par l'expression $i = 20 \sin 314\ t$, en ampères.

Quelle est sa fréquence et quelle est son intensité efficace ?

Ce courant se partage entre deux circuits en parallèle et donne deux courants partiels i_1 et i_2 tels que i_1 a, par rapport au courant total i, une avance correspondant à une différence de phase de $\frac{\pi}{3}$, tandis que i_1 a un retard correspondant à une différence de phase de $\frac{\pi}{6}$ toujours par rapport à i.

Quelles sont les intensités efficaces des courants partiels i_1 et i_2 ? Quelles sont leurs expressions en fonction du temps ?

(*Bacc.*, Caen, 1931.)

3. Dans deux branches en parallèle d'un circuit passent deux courants alternatifs de même fréquence; le premier a une intensité efficace égale à 12 ampères; le second a une intensité efficace de 16 ampères et il est en retard d'un quart de période par rapport au premier. Calculer l'intensité efficace du courant qui résulte de leur superposition dans la partie du circuit où existe un fil unique. Quelle est la différence de phase de ce courant avec les courants partiels ?

(*Bacc.*, Caen, 1934.)

4. Un secteur électrique fournit entre deux bornes B_1 et B_2 une tension alternative donnée en volts par la formule $e = 155{,}5 \sin 314{,}16\ t$, dans laquelle le temps t est exprimé en secondes.

1° On réunit B_1 et B_2 aux extrémités A_1 et A_2 d'une résistance de 20 ohms plongée dans un calorimètre à pétrole contenant 600 g d'un pétrole de chaleur spécifique 0,5. On néglige la résistance des fils de jonction A_1B_1 et A_2B_2, de même que la self-induction du circuit total, la capacité calorifique de l'enveloppe du calorimètre et les pertes de chaleur par rayonnement et par convexion.

Calculer de combien s'élève en une minute la température du pétrole.

2° En série avec la résistance A_1A_2, qui demeure plongée dans le même calorimètre, on intercale une bobine de résistance négligeable et de self-inductance 1/10 de henry.

Le nouveau circuit étant relié aux bornes B_1 et B_2, calculer de combien s'élève en une minute la température du pétrole.

On donne J = 4,18 joules.

(*Bacc.*, Toulouse, 1936.)

CHAPITRE XXXIX

PUISSANCE D'UN COURANT ALTERNATIF

357. Puissance réelle et puissance apparente. Facteur de puissance.

1° Supposons d'abord que le circuit, de résistance ohmique R (ohms) et d'impédance Z (ohms), ne comprenne aucun récepteur. Entre les extrémités du circuit, on établit une différence de potentiel alternative de valeur efficace V (volts). Toute l'énergie se dissipe en chaleur par effet Joule et la puissance ainsi consommée a pour valeur, en watts :

$$P = R I^2$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$P = RI.I = RI. \frac{V}{Z} = \frac{R}{Z} VI.$$

Le coefficient $\frac{R}{Z} = k$ est appelé ***facteur de puissance*** du circuit.

Comme l'impédance Z est plus grande que la résistance ohmique R, le facteur k est inférieur ou tout au plus égal à l'unité. Dans le cas d'un circuit sans self ni capacité, $Z = R$ et $k = 1$. Le facteur de puissance est aussi égal à l'unité si le circuit possède une capacité qui annule les effets de la self, c'est-à-dire lorsque le circuit est en résonance.

2° Lorsque le circuit comprend un récepteur, l'expérience montre que la puissance du courant est encore inférieure au produit VI, et l'on peut poser, comme précédemment :

$$P = kVI$$

le coefficient k, *inférieur à l'unité*, étant le facteur de puissance du circuit.

Le produit VI mesure la ***puissance apparente;*** on l'exprime en *volts-ampères.*

La ***puissance réelle*** P s'évalue en *watts;* on la mesure à l'aide d'un appareil appelé *wattmètre.*

On peut ainsi donner, du facteur de puissance, la définition suivante :

Le facteur de puissance d'un circuit alternatif est le rapport entre la puissance réelle P *évaluée en watts, donnée par un wattmètre, et la puissance apparente* VI *exprimée en volts-ampères.*

$$\boxed{k = \frac{P}{VI}.}$$

358. Calcul du facteur de puissance dans le cas d'un courant sinusoïdal.

Supposons que la tension aux bornes du circuit soit une fonction sinusoïdale du temps :

$$v = V_m \sin \omega t,$$

l'intensité du courant ayant pour valeur :

$$i = I_m \sin (\omega t + \varphi).$$

L'énergie ΔW fournie par le courant pendant un petit intervalle de temps Δt a pour valeur :

$$\Delta W = v\, i . \Delta t = V_m I_m \sin \omega t \,.\, \sin (\omega t + \varphi) \,.\, \Delta t,$$

ou, en tenant compte de la relation :

$$\sin \omega t \,.\, \sin (\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} [\cos \varphi - \cos (2\,\omega t + \varphi)],$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \varphi - \cos (2\,\omega t + \varphi)] \Delta t.$$

Pendant un temps t égal à un nombre entier de périodes, la valeur moyenne de $\cos (2\,\omega t + \varphi)$ est nulle, ce terme étant alternativement positif et négatif. L'énergie W fournie par le courant est alors :

$$W = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi \,.\, t.$$

Si t est grand par rapport à une période, la formule précédente peut être considérée comme valable, quel que soit t. Ecrivons-la sous la forme :

$$W = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi \,.\, t = VI \cos \varphi \,.\, t,$$

V et I désignant respectivement les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité.

La puissance du courant alternatif est alors $P = \frac{W}{t}$

ou : $$\boxed{P = VI \cos \varphi}$$

et le facteur de puissance a pour valeur $k = \frac{P}{VI}$

ou : $$\boxed{k = \cos \varphi.}$$

359. Cas particuliers. — Lorsque le circuit ne comprend aucun récepteur, on a :

$$k = \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Examinons ce que devient le facteur de puissance dans quelques cas particuliers.

1° Résistance sans self. — Dans ce cas, $Z = R$ et $\cos \varphi = 1$.

Dans un circuit constitué par une résistance sans self, le facteur de puissance est égal à l'unité.

2° Self de résistance négligeable. — $R = 0$ et $\cos \varphi = 0$.

Dans un circuit constitué par une self de résistance négligeable, le facteur de puissance est nul.

3° Capacité. — Si le circuit comprend seulement un condensateur avec des fils de jonction de résistance négligeable, on a :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{RC\omega} = \infty, \qquad \text{et} \qquad \cos \varphi = 0.$$

Dans un circuit constitué par une capacité, le facteur de puissance est nul.

360. Autre expression de la puissance.

Soient : $v = V_m \sin \omega t$ et $i = I_m \sin (\omega t + \varphi)$

les expressions de la tension et de l'intensité du courant en fonction du temps. En développant, l'expression de l'intensité devient :

$$i = I_m \cos \varphi \sin \omega t + I_m \sin \varphi \cos \omega t.$$

Posons :

$$i' = I_m \cos \varphi \sin \omega t \qquad i'' = I_m \sin \varphi \cos \omega t$$

$$i = i' + i''.$$

Le courant total i peut être considéré comme la somme de deux courants i' et i''; le premier, en phase avec la tension v, a pour intensité efficace $I' = I \cos \varphi$; le second, en quadrature avec la tension, a pour intensité efficace $I'' = I \sin \varphi$. L'expression de la puissance peut alors se mettre sous la forme :

$$P = VI \cos \varphi = VI'.$$

La puissance transportée par un courant alternatif peut être calculée, à partir des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité, par la même formule qu'en courant continu, à condition de remplacer le courant i par sa composante i' en phase avec la tension. C'est pourquoi le courant i' s'appelle ***courant watté.***

La puissance ne dépend pas de la composante i'' en quadrature avec la tension; le courant i'' s'appelle ***courant dévatté.***

361. Importance du facteur de puissance.

Soit une installation consommant la puissance réelle P sous la tension efficace V, le facteur de puissance du circuit étant égal à $\cos \varphi$:

$$P = VI \cos \varphi.$$

Pour une puissance consommée P, la tension V étant donnée, l'intensité du courant est d'autant plus grande que $\cos \varphi$ est plus petit. Or, plus l'intensité est grande, plus la puissance perdue dans la ligne par effet Joule est élevée.

Cette perte d'énergie dans la ligne étant supportée par la compagnie de distribution, celle-ci a intérêt à ce que $\cos \varphi$ soit le plus voisin possible de 1. Aussi la compagnie impose-t-elle aux abonnés de réaliser une installation telle que $\cos \varphi = 0{,}9$. Si $\cos \varphi > 0{,}9$, l'abonné reçoit une gratification; si $\cos \varphi < 0{,}9$, l'abonné est pénalisé.

PROBLÈMES

1. Une bobine de self-induction est d'abord alimentée sous une tension continue de 100 volts, et placée en série avec une cuve à sulfate de cuivre de résistance négligeable. On constate qu'en une heure il se dépose à la cathode de celle-ci 11,8 grammes de cuivre.

Cette bobine est ensuite placée dans un calorimètre et alimentée sous une tension alternative de 200 volts. On constate qu'il se dégage dans ce calorimètre 147 000 calories en 5 minutes.

Quelle est l'intensité du courant dans chacune de ces expériences ?

Quel est le facteur de puissance de la bobine ?

Equivalent mécanique de la calorie : 4,18 joules.
Poids atomique du cuivre : 63,6.
96 500 coulombs dégagent un gramme d'hydrogène.

(*Bacc.*, Besançon, 1930.)

2. La tension aux bornes d'un secteur alternatif est donnée par la formule :

$$e = 155{,}4 \sin 314{,}16\, t.$$

Un voltmètre thermique de résistance 990 ohms et un ampèremètre thermique de résistance négligeable, reliés en série, sont disposés aux bornes de ce secteur.

En dérivation sur les bornes du voltmètre se trouve une lampe à incandescence dont la résistance actuelle est R.

L'ampèremètre marque 0,94 ampère. On demande :

1° la fréquence du courant alternatif;

2° la différence de potentiel marquée par le voltmètre;

3° la résistance actuelle de la lampe;

4° la puissance consommée dans cette lampe.

On fait plonger la lampe dans un calorimètre contenant 1 200 grammes d'eau; les accessoires de ce calorimètre sont en laiton, de chaleur spécifique 0,094, et pèsent 100 grammes. Au bout de 4 minutes 20 secondes, l'élévation de température marquée par le thermomètre du calorimètre est 4°72. On demande de déterminer, d'après cette expérience, l'équivalent mécanique de la calorie. On négligera le thermomètre du calorimètre et le verre de l'ampoule de la lampe.

(*Bacc.*, Martinique, 1932.)

3. Une ligne de transport d'énergie, de 50 km de longueur, alimente, en courant alternatif, un moteur qui absorbe une puissance de 300 kW; son facteur de puissance est 0,75. La ligne est en fil de cuivre de 3 mm de diamètre.

Quelle est la différence de potentiel efficace qu'il faut entretenir entre les bornes du moteur pour que la puissance perdue le long de la ligne soit le 1/10 de celle du moteur ?

Un fil de cuivre de 1 mm de diamètre et de 60 m de longueur a une résistance égale à 1 ohm.

(*Bacc.*, Nancy.)

4. 1° Une bobine de self, de résistance 10 ohms, est reliée à deux bornes A et B, maintenues par le réseau sous une tension alternative $u = 200\sqrt{2} \sin 100\pi t$ volts. La bobine étant plongée dans un calorimètre, il se dégage 143 000 calories en 5 minutes. Quelle est l'intensité efficace du courant ? Quel est le facteur de puissance ? Donner l'expression de l'intensité, en ampères, en fonction du temps t.

2° En parallèle avec la bobine, entre les mêmes bornes A et B, on dispose une lampe sans self, de résistance égale à 100 ohms. Donner l'expression de l'intensité dans la lampe en fonction du temps. Quelle est l'intensité efficace du courant total fourni par le réseau entre les bornes A et B ?

L'équivalent mécanique de la calorie est 4,2 joules.

(*Bacc.*, Caen, 1938.)

CHAPITRE XL

DYNAMOS A COURANT CONTINU

362. — Comme exemple de dynamo à courant continu, nous allons décrire la *machine de Gramme.*

Cette machine permet de transformer de *l'énergie mécanique en énergie électrique*, comme conséquence des phénomènes d'induction — ou inversement de l'*énergie électrique en énergie mécanique* — comme application de l'action d'un champ sur un courant. Elle est donc *réversible*. Dans le premier cas, la machine est dite ***génératrice;*** dans le second cas, elle fonctionne comme ***réceptrice.***

363. Description de la machine de Gramme.

La machine de Gramme comprend un *inducteur* et un *induit*.

1° L'**inducteur** peut être soit un *aimant* (la machine est alors appelée *magnéto*), soit un *électro-aimant* (la machine est appelée *dynamo*). Les pôles de l'inducteur sont évidés de façon à laisser tourner l'induit tout en maintenant un entrefer le plus petit possible (fig. 253).

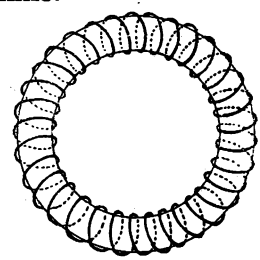


FIG. 252.

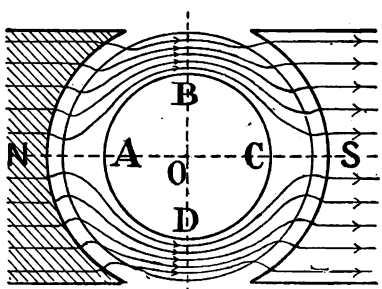


FIG. 253.
Répartition du flux magnétique dans l'induit.

2° L'**induit** est formé d'un fil métallique isolé régulièrement enroulé sur un anneau ou une couronne de fer doux (fig. 252). Cet anneau est lui-même constitué de paquets de fil de fer doux ou de tôles feuilletées pour éviter les courants de Foucault (§ 311).

Le rôle de l'armature en fer doux est d'empêcher la dispersion des lignes d'induction dans l'entrefer et d'augmenter le flux qui traverse l'induit. Le flux Φ qui sort

de l'inducteur se divise en deux parties symétriques par rapport à AC et les lignes d'induction s'inclinent pour passer le plus possible dans le fer doux (fig. 253).

Lorsque l'induit tourne autour de son axe O (perpendiculaire au plan de la figure), les lignes d'induction restent fixes dans l'espace; le flux varie donc à travers les spires. Ce flux est nul à travers une spire lorsque cette spire passe en A et C; le flux est maximum et égal à $\frac{\Phi}{2}$ en valeur absolue lorsque la spire passe en B ou en D.

I. — FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE DE GRAMME COMME GÉNÉRATRICE

364. Sens des courants induits.

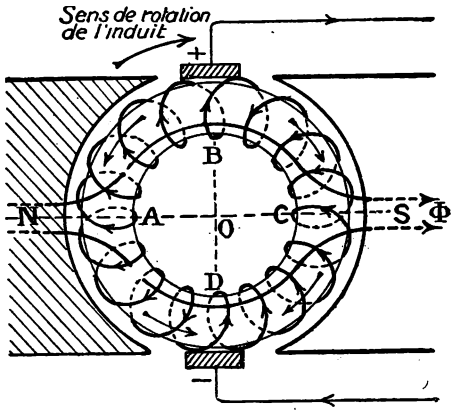


FIG. 254.

Sens des courants induits dans la machine de Gramme.

Supposons que nous fassions tourner l'induit dans le sens indiqué par la flèche (fig. 254). Le flux variant à travers les spires, il en résultera des courants induits dont le sens nous est donné par la *loi de Lenz :*

Pour les spires de A à B, le flux inducteur augmente : le flux induit est donc de sens contraire au flux inducteur.

De B en C, le flux inducteur diminue; par suite, le flux induit est de même sens.

De C en D, le flux inducteur à travers les spires augmente et le flux induit est de sens contraire. Enfin, de D en A, le flux inducteur diminue et il en résulte un flux induit de même sens.

La direction du flux induit dans chacun des quadrants est indiquée par une flèche sur la figure 254. On en déduit le sens des courants induits en appliquant la règle du tire-bouchon. On voit alors que les courants induits tendent à circuler dans un certain sens dans les spires de gauche et en sens contraire dans les spires de droite. Autrement dit, les deux moitiés gauche et droite de l'induit sont *montées en opposition* et, comme leurs forces électromotrices sont égales par raison de symétrie, il n'en résulterait aucun courant dans l'induit si le circuit était disposé comme nous l'avons tout d'abord indiqué.

Pour obtenir un courant de même sens dans un circuit extérieur, on peut alors fixer *sur la ligne neutre* BD *les pôles de la machine*. Les spires de gauche de l'induit produisent, en effet, des courants qui se dirigent vers B; il en est de même des spires de droite, et B devient le pôle de sortie du courant, c'est-à-dire le pôle positif du générateur et D le pôle négatif.

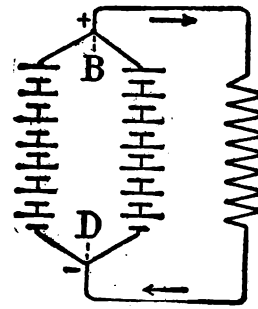


Fig. 255.

Remarquons que ce ***dispositif revient à monter en série les spires de chacune des moitiés de l'induit, ces deux séries étant ensuite groupées en parallèle*** (fig. 255).

Pratiquement, pour placer ainsi les pôles de la machine sur la ligne médiane BD, on utilise le *collecteur* et les *balais*.

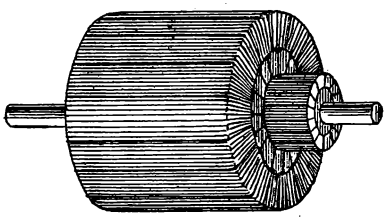


Fig. 256.
Induit de Gramme
avec son collecteur.

365. Collecteur et balais.

Le *collecteur* est formé par des tiges de cuivre placées sur l'arbre de la machine parallèlement à l'axe. Ces tiges sont séparées les unes des autres par un isolant, du mica par exemple. Chacune des tiges du collecteur est reliée à l'une des spires de l'induit, si bien qu'entre deux tiges du collecteur se trouvent en série un certain nombre de spires (fig. 256 et 257). La face extérieure de ces tiges est à nu et c'est sur elle que frottent les *balais*, ainsi appelés parce qu'ils étaient constitués primitivement par un paquet de fils métalliques.

On utilise actuellement un petit bloc de charbon spécial qui appuie sur le collecteur au moyen de ressorts.

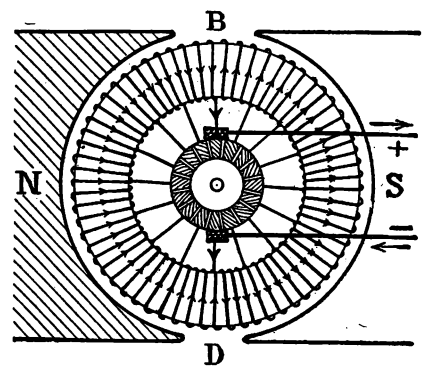


Fig. 257.
Collecteur et balais.

366. Remarque. — L'enroulement en anneau est à peu près complètement abandonné, parce que les parties du fil de cuivre placées sur la surface intérieure de l'armature, ne coupant aucune ligne d'induction, sont inutiles. On diminue la quantité de cuivre nécessaire en utilisant l'***enroulement en tambour,*** que nous n'étudierons pas.

367. Calcul de la force électromotrice.

Désignons par Φ le flux total produit par l'inducteur; par raison de symétrie, il en passe $\frac{\Phi}{2}$ en B et $\frac{\Phi}{2}$ en D. Désignons par N le nombre total de spires et par n le nombre de tours que fait l'induit par seconde.

La f. é. m. moyenne induite dans une spire quand elle passe de D en B a pour valeur :

$$e = 10^{-8} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

$\Delta\Phi$ désignant la variation de flux et Δt le temps. Pour calculer $\Delta\Phi$, remarquons que, si le flux a même valeur absolue $\frac{\Phi}{2}$ en B et en D, il pénètre par les faces différentes de la spire; si nous lui donnons $\frac{\Phi}{2}$ comme valeur en B, il vaut $-\frac{\Phi}{2}$ en D. Par suite :

$$\Delta\Phi = \Phi_B - \Phi_D = \frac{\Phi}{2} - \left(-\frac{\Phi}{2}\right) = \Phi.$$

L'induit faisant n tours par seconde fait un tour en $\frac{1^s}{n}$ de seconde et un demi-tour en $\frac{1^s}{2n}$ de seconde :

$$\Delta t = \frac{1}{2n}.$$

La f. é. m. moyenne induite dans la spire est donc :

$$e = 10^{-8} \frac{\Phi}{\frac{1}{2n}} = 10^{-8} \cdot 2n\Phi.$$

Cette valeur moyenne e est la même pour toutes les spires.

Chaque moitié de l'anneau comprend $\frac{N}{2}$ spires en série, qui ajoutent leurs f. é. m. La force électromotrice E de la machine de Gramme est donc :

$$E = \frac{N}{2} e$$

ou :

$$\boxed{E^{volts} = 10^{-8}\, N n \Phi.}$$

Cette f. é. m. est proportionnelle :

1° *au nombre de spires* N *de l'induit;*

2° *au nombre de tours par seconde n;*

3° *au flux inducteur* Φ. Il y aura donc intérêt à employer, pour produire ce flux, de puissants électro-aimants.

368. Divers modes d'excitation d'une dynamo.

Dans une dynamo, l'inducteur est un *électro-aimant.* Il faudra envoyer un courant dans les bobines pour exciter cet électro-aimant et produire un flux.

Lorsque ce courant est fourni par un générateur indépendant de la machine, l'excitation est dite ***séparée.***

Mais, le plus souvent, la machine fournit elle-même le courant qui passe dans les bobines de l'électro-aimant : c'est l'***auto-excitation.***

Dans l'***excitation en série,*** tout le courant de la machine passe dans les bobines (fig. 258).

Dans l'***excitation en dérivation*** ou ***excitation-shunt,*** deux circuits indépendants partent des balais : l'un est le circuit extérieur de la machine, l'autre une dérivation qui forme les bobines de l'électro-aimant (fig. 259).

Enfin, on emploie quelquefois les deux derniers modes d'excitation à la fois : c'est l'***excitation composée*** ou compound (fig. 260).

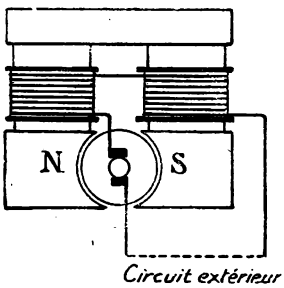


FIG. 258.
Excitation en série.

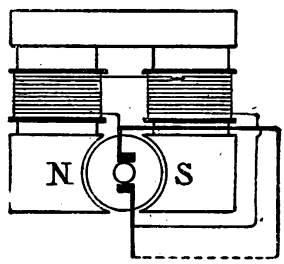


FIG. 259.
Excitation en dérivation.

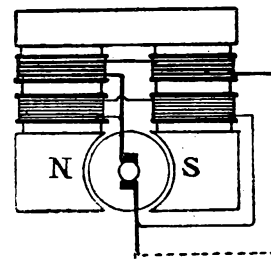


FIG. 260.
Excitation composée.

Lorsque la machine est auto-excitatrice, l'*amorçage* se produit grâce au faible magnétisme rémanent qui subsiste dans les électro-aimants. Quand on met en route, un courant peu intense circule dans les bobines, le flux inducteur et la force électromotrice induite augmentent, de même que le courant excitateur, et ainsi de suite jusqu'à ce que le régime normal soit atteint.

369. Rendement d'une dynamo.

On appelle rendement d'une dynamo fonctionnant comme génératrice le *rapport de l'énergie électrique disponible aux bornes à l'énergie totale qu'il a fallu fournir pour faire tourner l'induit.* Le rendement peut atteindre 90 % dans une bonne machine.

Les pertes d'énergie proviennent :

1° des *frottements;*

2° de l'*effet Joule* dans l'induit et les bobines de l'électro-aimant;

3° des *courants de Foucault,* qu'on a presque annulés en feuilletant convenablement l'armature de fer doux;

4° des *phénomènes d'hystérésis* dans le fer, le champ magnétisant changeant de sens deux fois par tour en chaque point du fer doux.

II. — FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE DE GRAMME COMME RÉCEPTRICE

370. Réversibilité des dynamos.

Envoyons un courant dans la machine de Gramme que nous venons d'étudier : l'induit se met à tourner. La machine est devenue *réceptrice* et constitue un *moteur électrique.*

Nous pouvions prévoir ce résultat : c'est une conséquence de la corrélation qui existe entre les phénomènes d'induction et les phénomènes d'action d'un champ sur un courant. ***Le sens de rotation de l'induit est inverse de celui qu'il faudrait produire pour que la machine, fonctionnant comme génératrice, crée le courant qu'on lui envoie.***

Démonstration. — Pour le montrer directement, reprenons la figure 254 dans laquelle le courant produit par un générateur arriverait par le collecteur en D et sortirait en B, après avoir parcouru les enroulements des deux moitiés de l'induit dans le sens indiqué par les flèches. Nous allons appliquer successivement aux spires de chacun des quadrants la loi suivante d'action d'un champ sur un courant :

Lorsqu'un circuit parcouru par un courant est placé dans un champ magnétique, le mouvement du circuit est tel que le flux entrant par la face sud du courant augmente, ou que le flux entrant par la face nord diminue.

Si l'on considère les spires situées de A à B, le flux Φ les pénètre par la face nord : les spires se dirigeront de B en A pour que le flux diminue.

Pour les spires de B à C, le flux pénètre par la face sud; ces spires se dirigeront donc vers B où le flux est maximum.

En considérant les deux autres quadrants, on voit que les forces électromagnétiques vont créer des mouvements concordants; l'induit se met alors à tourner en sens inverse des aiguilles d'une montre.

371. Force contre-électromotrice d'un moteur.

Lorsqu'une dynamo fonctionne comme réceptrice, elle transforme de l'énergie électrique en énergie mécanique. La force contre-électromotrice est donnée par l'expression trouvée précédemment :

$$\boxed{E^{volts} = 10^{-8}\, N n \Phi.}$$

Supposons que l'on établisse une différence de potentiel V aux bornes de la dynamo; le courant qui circule dans l'induit est, en désignant par r la résistance intérieure de la machine :

$$I = \frac{V - E'}{r} = \frac{V - 10^{-8}\, N n \Phi}{r}.$$

Voyons en particulier ce qui va se passer au *démarrage;* lorsqu'on vient de fermer le circuit, le moteur ne tournant pas encore, on a $n = 0$, et, par suite, $I = \frac{V}{r}$. Comme la résistance de l'induit est faible, de l'ordre de 1 ohm, l'intensité I est très grande et risque de griller l'induit. Pour éviter cet inconvénient, on place en série avec le moteur un ***rhéostat de démarrage*** qui, ayant au début sa valeur maximum, est ramené graduellement au zéro à mesure que le moteur, en tournant, crée une force contre-électromotrice E'.

372. Rendement du moteur.

Le rendement de la machine réceptrice est le rapport de la puissance mécanique recueillie à la puissance électrique qu'il a fallu fournir. Ce rendement est de l'ordre de 90 % dans un bon moteur.

373. Applications. Transport de l'énergie.

Les moteurs électriques à courant continu, analogues à la machine de Gramme, sont utilisés dans les automobiles électriques, les tramways, les voitures motrices des lignes de chemins de fer électrifiées, etc.

La machine de Gramme pouvant être génératrice ou réceptrice a résolu le problème du transport de l'énergie à grande distance. L'énergie d'une chute d'eau, par exemple, peut être transformée sur place en énergie électrique; le générateur est relié, par des fils de

ligne, à une machine réceptrice située au lieu d'utilisation, et cette machine transforme l'énergie électrique reçue en énergie mécanique.

Toutefois, une partie de l'énergie est perdue dans la ligne par effet Joule. Nous verrons comment on peut diminuer cette partie d'énergie dépensée en chaleur, et comment le courant alternatif se prête mieux que le courant continu au transport pratique de l'énergie à grande distance.

PROBLÈMES

1. Un moteur électrique alimenté sous la tension de 220 volts a une résistance de 0,1 ohm et une perte de puissance par frottement de 90 watts. Quelle intensité de courant doit-il absorber quand il soulève 70 tonnes à 1 mètre de hauteur en 327 secondes ?

On rappelle qu'un kilogrammètre vaut 9,81 joules. Si l'on trouve deux valeurs pour l'intensité, on admettra que la plus faible correspond seule à un fonctionnement pratique et stable.

Que devient cette intensité si le moteur ne soulève aucun poids ? Que deviendrait-elle si, dans ce dernier cas, les frottements de toutes sortes pouvaient être annulés ?

(*Bacc.*, Aix-Marseille.)

2. Une machine génératrice au potentiel de 8 200 volts possède une puissance de 1 600 kilowatts. On veut transporter cette énergie à 100 kilomètres avec une perte maximum de 20 %. Quelle est la résistance que ne doit pas dépasser le conducteur qui reliera la génératrice à la réceptrice ? Si le transport (aller et retour) se fait par fil de cuivre, quel diamètre ce fil devra-t-il présenter au minimum, étant donné que la résistance de 1 kilomètre de fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre est 21 ohms ?

(*Bacc.*, Poitiers.)

3. Deux machines Gramme, de construction identique, dont les inducteurs sont également aimantés, servent à un transport d'énergie à 500 mètres de distance. La ligne est formée de deux fils de cuivre de 5 millimètres de diamètre. La résistance de l'induit de chacune des machines est 0,05 ohm. La génératrice tourne à la vitesse de 800 tours à la minute, sa f. é. m. est 550 volts; elle fournit un courant de 80 ampères. Calculer la f. c. é. m., la puissance mécanique et la vitesse du moteur.

La résistance d'un fil de cuivre de 1 mètre de long et de 1 millimètre carré de section est 1/60 d'ohm.

(*Bacc.*, Nancy.)

CHAPITRE XLI

ALTERNATEURS MONOPHASÉS

374. On appelle alternateurs les appareils producteurs de courant alternatif.

Un alternateur comprend un *inducteur* qui produit le flux magnétique et un *induit* dans lequel les variations de flux créent, à chaque instant, une force électromotrice d'induction. Le plus souvent, l'induit est fixe (stator) et l'inducteur mobile (rotor).

375. Principe des alternateurs monophasés.

A proximité d'une bobine fixe B (fig. 261), faisons tourner un aimant rectiligne SN, d'un mouvement uniforme, autour de l'axe O perpendiculaire au plan de la figure. Les variations de flux à travers B vont produire une f. é. m. d'induction, d'un certain sens lorsque le pôle Nord s'approche de la bobine et de sens contraire lorsque le pôle Nord s'en éloigne. Si le circuit est fermé, la bobine B est donc parcourue par un courant alternatif de même période que la période de rotation de l'aimant.

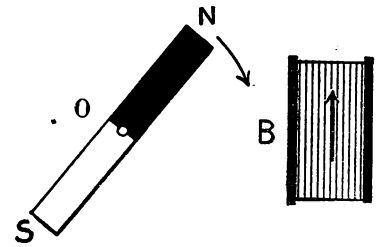


FIG. 261.

La rotation de l'aimant SN produit un courant alternatif dans la bobine B.

Au lieu d'utiliser comme inducteur un aimant, on emploie un électro-aimant dans les bobines duquel on fait passer le courant continu d'une petite dynamo auxiliaire appelée *excitatrice*, qui est parfois montée sur l'arbre de l'alternateur. Le courant continu produit par l'excitatrice est amené à l'inducteur mobile par deux balais frottant sur deux bagues; comme la tension continue qui alimente l'inducteur est faible, il n'y a aucune difficulté d'isolement.

Pour augmenter le flux à travers B, la bobine est enroulée sur un noyau de fer doux.

Enfin, pour que le courant alternatif ait une fréquence suffisante, on est quelquefois amené à multiplier les pôles de l'inducteur; ces

pôles, répartis sur une couronne de fer, sont alternativement Nord et Sud.

Fréquence. — Si l'on désigne par $2p$ le nombre des pôles de l'inducteur et par n le nombre de tours qu'il fait par seconde. la fréquence du courant a pour valeur :

$$f = np.$$

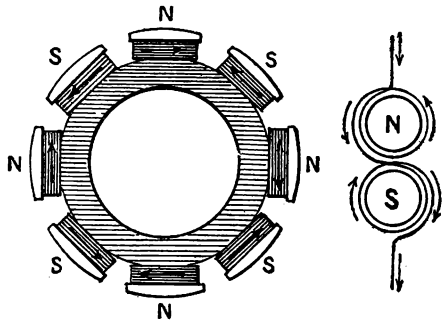


Fig. 262.
Inducteur d'un alternateur.

376. Description de l'inducteur.

L'inducteur est constitué par une couronne en acier doux portant sur son pourtour des saillies qui forment les noyaux des électro-aimants (fig. 262). Ces noyaux, en nombre pair, sont entourés de bobines; l'enroulement du fil des bobines a un sens tel que l'on ait successivement un pôle Nord et un pôle Sud.

377. Description de l'induit.

L'induit est formé d'une couronne en fer feuilleté (afin d'éviter les courants de Foucault) qui enveloppe l'inducteur (fig. 263). Au lieu d'avoir des pôles saillants comme l'inducteur, la couronne de l'induit est percée intérieurement d'encoches pour loger les bobines induites. Ces bobines, en même nombre que les pôles de l'inducteur, sont formées d'un même fil convenablement enroulé et les extrémités de ce fil sont réunies à deux bornes fixes qui sont les bornes de l'alternateur.

Le courant induit tend à passer en sens contraire dans deux bobines voisines, car lorsqu'un pôle Nord de l'inducteur passe devant l'une d'elles, c'est un pôle Sud qui passe devant l'autre. Pour que les f. é. m. puissent s'ajouter à chaque instant dans le circuit induit, on

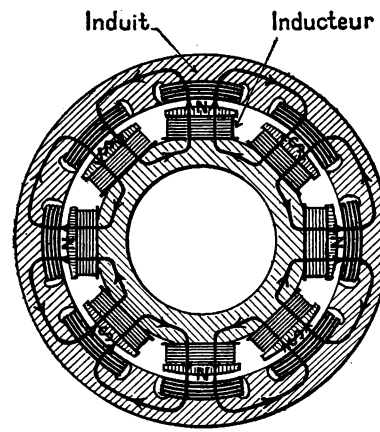


Fig. 263.
Disposition de l'inducteur et de l'induit dans un alternateur.

a fait les enroulements de sens contraires dans les bobines successives.

Le circuit induit ne comporte aucun organe analogue au collecteur des dynamos à courant continu; aussi, les alternateurs peuvent-ils réaliser directement des tensions bien supérieures à celles des dynamos, atteignant jusqu'à 20 000 volts efficaces.

378. Différentes formes d'alternateurs industriels.

La fréquence du courant produit par un alternateur est généralement de 50 périodes par seconde.

1° Si l'inducteur est entraîné par une *machine à vapeur à cylindre*, sa vitesse est faible; il faudra donc qu'il ait de nombreux pôles. Pour obtenir la fréquence 50, par exemple, avec une vitesse de rotation de 1 tour/seconde, l'inducteur doit posséder 50 paires de pôles. La bielle du piston va s'attacher à l'inducteur, qui devient ainsi le volant de la machine à vapeur, d'où le nom d'***alternateurs-volants*** donné à ces alternateurs. Leur diamètre peut atteindre 7 mètres.

2° Lorsque l'inducteur est monté directement sur l'axe d'une *turbine à vapeur*, cas de plus en plus fréquent, le mouvement de rotation est toujours très rapide et un pôle Nord et un pôle Sud suffisent. Par exemple, on obtiendra une fréquence du courant de 50 périodes avec une vitesse de rotation de 50 tours/seconde ou 3 000 tours par minute. Pour éviter que la force centrifuge ne prenne une valeur trop considérable, l'inducteur de ces ***turbo-alternateurs*** a un diamètre faible, de l'ordre de 60 cm pour une vitesse de 50 tours/seconde. On doit alors les allonger dans le sens de l'axe pour donner aux bobines induites une surface suffisante.

379. Puissance d'un alternateur.

Désignons respectivement par E et I les valeurs efficaces de la force électromotrice et de l'intensité. La puissance de l'alternateur a pour valeur :

$$P = kEI,$$

k étant le facteur de puissance, qui dépend des conditions de fonctionnement. C'est pourquoi on ne caractérise pas un alternateur par sa puissance en kilowatts, mais par la valeur maximum du produit EI, exprimé en *kilovolts-ampères*. Pour un alternateur, ce produit EI peut atteindre 50 000 et même 100 000 kilovolts-ampères.

PROBLÈMES

1. Un alternateur monophasé à quatre paires de pôles et tournant à 750 tours par minute maintient entre les deux extrémités d'une résistance égale à 11 ohms et sans self-induction une différence de potentiel sinusoïdale de valeur maximum :

$$E_m = 110\sqrt{2} \text{ volts.}$$

On demande :

1° la fréquence du courant engendré par la rotation de l'alternateur;

2° d'exprimer l'intensité du courant en fonction du temps et de calculer sa valeur maximum;

3° le circuit étant plongé dans un calorimètre dont la masse totale en eau est de 1 kg, de déterminer combien de temps il faut au courant pour porter l'eau du calorimètre de 0° à 100°, en supposant l'appareil protégé contre le refroidissement.

(*Bacc.*, Salonique, 1933.)

2. Un alternateur, dont l'inducteur présente 8 pôles nord alternant avec 8 pôles sud, donne à ses bornes une différence de potentiel sinusoïdale dont la valeur efficace est 220 volts, la fréquence 50 périodes par seconde.

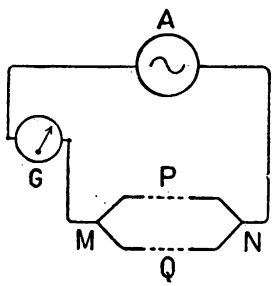
1° Quelle est la vitesse de rotation du rotor ? Quelle est l'équation représentant la différence de potentiel aux bornes ?

2° Dans une première expérience, on relie les bornes de l'alternateur, par l'intermédiaire d'une grande résistance, à un petit électro-aimant à noyau de fer doux qui agit sur une membrane de fer doux placée à proximité. Quel son l'appareil fera-t-il entendre ? Quelle serait la longueur du tuyau ouvert à embouchure de flûte qui, alimenté avec de l'air à 15°, ferait entendre le même son ? Vitesse du son dans l'air à 0° : 330 m/s.

3° Dans une deuxième expérience, on relie les bornes de l'alternateur à un circuit comprenant une bobine de self-induction de résistance ohmique négligeable placée en série avec une lampe, de self-induction négligeable, et dont la résistance ohmique est 275 ohms (dans les conditions de l'expérience). En une heure, la lampe plongée dans le calorimètre échauffe 5 litres d'eau de 7°,58.

Déduire de cette expérience l'intensité efficace du courant qui passe dans le circuit. Quelle est la différence de potentiel aux bornes de la lampe ? Quelle est la puissance produite dans le circuit ? Quel est le facteur de puissance du circuit ? Expliquer le rôle de la self-induction. Comment pourrait-on neutraliser son effet ?

(*Bacc.*, Dijon, 1932.)



3. 1° Un alternateur A à quatre pôles alternés alimente un circuit. Son rotor fait 1 500 tours à la minute. L'ampèremètre thermique G, placé sur le circuit principal, indique une intensité efficace de 7,07 ampères. Exprimer en fonction du temps l'intensité débitée par l'alternateur.

2° Entre les points M et N, le circuit se compose de deux branches en dérivation, P et Q. Dans P, l'intensité qui passe est *en avance* de $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$ sur l'intensité qui passe dans le circuit principal.

Dans Q, l'intensité est *en retard* de $\varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ sur l'intensité dans le circuit principal.

Quelles sont les intensités efficaces dans ces deux dérivations ? Exprimer en fonction du temps les intensités des courants qui y passent.

(*Bacc.*, Sénégal, 1933.)

CHAPITRE XLII

TRANSFORMATEURS

On appelle transformateurs des appareils qui permettent de modifier la tension d'un courant alternatif.

380. Principe du transformateur.

Un transformateur comprend un ***cadre de fer doux,*** formé pratiquement de tôles feuilletées pour éviter les courants de Foucault (§ 311), et qui constitue un *circuit magnétique fermé*. Sur ce cadre sont enroulés ***deux circuits indépendants*** représentés de chaque côté du cadre sur la figure 264, mais qui, dans la pratique, sont le plus

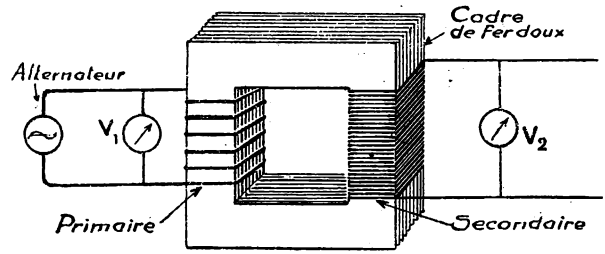


FIG. 264. — Schéma d'un transformateur.

souvent l'un sur l'autre; on les appelle ***circuit primaire*** et ***circuit secondaire.***

Envoyons dans le primaire un courant alternatif. Ce courant va créer dans le fer doux un flux d'induction également alternatif, qui traversera les spires du secondaire. Les variations de flux à travers les spires du secondaire produiront alors dans celui-ci une force électromotrice d'induction et, si le secondaire est fermé, un courant induit.

Le courant secondaire possède les caractéristiques suivantes :

1° C'est un ***courant alternatif de même fréquence*** que le courant primaire.

2° ***Les tensions efficaces aux bornes des circuits primaire et secondaire sont proportionnelles aux nombres de spires des deux enroulements.***

Désignons respectivement par N_1 et N_2 les nombres de spires du primaire et du secondaire. Si nous mesurons, à l'aide de voltmètres thermiques, les tensions efficaces aux bornes des deux circuits, nous pouvons vérifier la relation :

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}.} \qquad (1)$$

Le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est constant pour un transformateur donné; on l'appelle ***rapport de transformation.***

Lorsque le rapport de transformation est supérieur à l'unité, la tension aux bornes du secondaire est plus élevée qu'aux bornes du primaire; le transformateur est dit ***élévateur de tension*** ou ***survolteur.*** Lorsque le rapport de transformation est inférieur à l'unité, le transformateur est ***abaisseur de tension*** ou ***sous-volteur.***

3° Les intensités efficaces dans les deux circuits sont sensiblement en raison inverse des nombres de spires :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \qquad (2)$$

Aussi, l'intensité du courant est-elle plus élevée dans le circuit qui contient le moins de spires. Pour éviter un trop grand dégagement de chaleur par effet Joule, on constitue ce circuit avec du gros fil peu résistant, alors que l'autre circuit est formé de fil plus fin.

381. REMARQUES. — 1° Si l'on plaçait sur le circuit primaire un *générateur de courant continu,* il n'y aurait aucune variation de flux dans le cadre de fer doux lorsque l'intensité du courant primaire aurait atteint sa valeur constante. *Il ne se produirait alors aucune force électromotrice dans le secondaire,* puisque cette f. é. m. résulte des variations de flux.

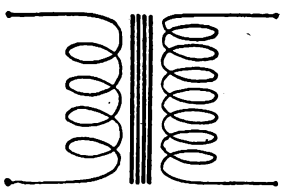


FIG. 265.
Représentation conventionnelle d'un transformateur.

2° Dans les schémas, on représente conventionnellement un transformateur comme l'indique la figure 265.

382. Puissance d'un transformateur.

1° **Circuit secondaire ouvert. Transformateur à vide.** — On ne demande aucune puissance au secondaire. La puissance consommée dans le circuit primaire a pour expression :

$$P = R_1 I_1^2,$$

Ou, en remplaçant I_1 par sa valeur, $I_1 = \frac{V_1}{Z_1}$

$$P = R_1 \frac{V_1^2}{Z_1^2}.$$

L'impédance Z_1 du primaire est très grande, puisque le circuit est enroulé sur un noyau de fer doux; d'autre part, on donne au primaire une faible résistance R_1. Il en résulte que la puissance consommée est insignifiante.

Conséquence. — On laisse toujours le primaire d'un transformateur en relation avec le circuit d'alimentation; *tant que le secondaire reste ouvert, le transformateur ne consomme que très peu d'énergie.*

2° **Circuit secondaire fermé. Transformateur en charge.** — Lorsque le circuit secondaire se trouve fermé sur des appareils d'utilisation, le secondaire dépense une certaine énergie que doit fournir le primaire. Sans vouloir faire la théorie de l'appareil, rendons-nous compte que le courant secondaire produit un flux dans le fer doux et réagit ainsi sur le primaire, dont il diminue l'impédance. Il en résulte que l'intensité dans le primaire augmente à mesure que l'on demande plus de puissance au secondaire. Lorsque le transformateur fonctionne à pleine charge, l'impédance du circuit primaire est presque égale à sa résistance ohmique. Donc :

L'intensité du courant dans le circuit primaire se règle automatiquement sur la demande du secondaire.

383. Pertes d'énergie dans le transformateur. Rendement.

Les relations (1) et (2), que nous avons données plus haut, ne sont qu'approchées; elles supposeraient que la puissance fournie aux bornes du primaire se retrouve entièrement aux bornes du secondaire. En réalité, il y a dans le transformateur des pertes d'énergie qui proviennent :

1° Des *courants de Foucault*, que l'on a rendus très faibles en feuilletant convenablement le fer.

2° Des *phénomènes d'hystérésis*, dus à ce que, en chaque point du fer, l'induction varie constamment.

Ces pertes d'énergie sont constantes, que le secondaire soit ouvert ou fermé.

3° De l'*effet Joule* dans les deux enroulements, lequel augmente avec la puissance demandée au secondaire.

Toute cette énergie perdue se transforme en chaleur. Il est donc nécessaire de refroidir le transformateur. Le plus souvent, celui-ci plonge dans un récipient plein d'huile de pétrole; les courants de convexion qui se produisent dans l'huile assurent le refroidissement.

On appelle **rendement** d'un transformateur le rapport de l'énergie disponible aux bornes du secondaire à l'énergie fournie au primaire. Le rendement est excellent et couramment de 95 p. 100 dans les transformateurs industriels; il atteint même 98 p. 100 pour les gros transformateurs.

384. Application des transformateurs au transport de l'énergie.

L'énergie électrique possède le gros avantage d'être facilement transportable. Par exemple, une chute d'eau actionne une turbine qui fait elle-même fonctionner un générateur d'électricité (machine de Gramme ou alternateur). Le courant ainsi produit, transmis par des fils de ligne à plusieurs kilomètres du générateur, pourra faire tourner des moteurs ou alimenter des lampes. Cependant, on ne recueille à l'arrivée qu'une partie de l'énergie électrique disponible aux bornes du générateur, une fraction de cette énergie ayant été transformée en chaleur dans les fils de ligne, d'après la loi de Joule.

Calcul de la perte d'énergie dans la ligne. — La puissance électrique disponible aux bornes du générateur a pour expression :

$$P^{watts} = VI,$$

V (volts) désignant la différence de potentiel aux bornes et I (ampères) l'intensité du courant. D'autre part, la perte d'énergie dans la ligne, par effet Joule, est de :

$$W^{watts} = RI^2,$$

R (ohms) étant la résistance des fils de ligne. En éliminant I entre les relations précédentes, on obtient :

$$\boxed{W = R\,\frac{P^2}{V^2}} \qquad (3)$$

On ne peut agir sur P, qui représente la puissance qu'il s'agit de transporter. Dans l'expression de la résistance $R = \rho\,\frac{l}{s}$, la distance l des deux stations est imposée; pour diminuer ρ, on utilise des conducteurs comme le cuivre ou l'aluminium; mais on ne peut augmenter beaucoup la section s tant à cause du prix de revient de la ligne que du poids que devraient supporter les pylônes. Reste donc à agir sur la tension au départ. La relation (3) nous montre que :

La perte d'énergie dans la ligne est inversement proportionnelle au carré de la tension.

On aura donc intérêt à transporter l'énergie électrique sous un voltage élevé; on dit encore *sous haute tension.*

Avantages du courant alternatif. Emploi des transformateurs. — Les générateurs de courant continu, qui possèdent des contacts glissants, ne peuvent produire de tensions supérieures à quelques centaines de volts; pour des tensions plus élevées, des étincelles jailliraient entre les tiges du collecteur et les balais. Les alternateurs n'ont pas ces inconvénients et ils fournissent le courant sous des tensions allant jusqu'à 15 000 volts. De plus, nous venons de voir que le courant alternatif se prête facilement, grâce aux transformateurs, à des modifications de voltage. Au départ, un survolteur augmentera donc la tension du courant qui circule dans les fils de ligne; à l'arrivée, comme les tensions élevées présenteraient de graves dangers, un ou plusieurs sous-volteurs abaisseront la tension jusqu'à sa valeur d'utilisation.

La figure 266 représente le schéma d'une installation de transport d'énergie électrique. L'alternateur produit une tension de 5 000 volts qu'un premier transformateur T_1 élève à 100 000 volts. Le courant

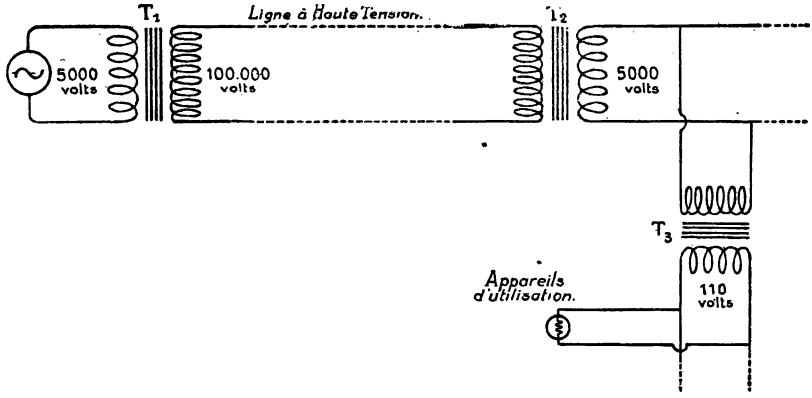


FIG. 266.

Schéma du transport de l'énergie par courant alternatif.

de haute tension, transmis par les fils de ligne, est d'abord abaissé jusqu'à 5 000 volts par un transformateur T_2. D'autres transformateurs, tels que T_3, l'abaisseront jusqu'à la tension d'utilisation, 110 volts par exemple.

Dans une ville, les transformateurs qui abaissent la tension sont répartis dans des *sous-stations;* de là partent les câbles de distribution plus gros, alimentant tout un quartier.

Les chiffres qui viennent d'être donnés ne le sont qu'à titre d'indication; on transporte actuellement l'énergie électrique à de grandes distances sous des tensions atteignant 220 000 volts.

385. Autres usages des transformateurs.

En dehors de leur application au transport de l'énergie électrique à grande distance, les transformateurs sont utilisés couramment :

1° *Comme survolteurs* pour produire les tensions élevées nécessaires au fonctionnement des postes d'émission de T. S. F., des installations de radiographie, etc.;

2° *Comme abaisseurs de tension* pour alimenter les sonneries électriques, les petits moteurs, les lampes à grande intensité utilisées pour la projection et l'équipement des phares, etc.

386. Fours à induction. — Certains transformateurs sous-volteurs donnent au secondaire une tension très faible, mais une grande intensité. On les utilise dans les fours à induction dont l'expérience suivante va nous faire comprendre le principe.

Expérience. — Un petit transformateur comprend un circuit primaire de 500 spires (fig. 267); le secondaire est constitué par une spire unique formée d'un gros anneau de cuivre dans lequel on a ménagé une rigole; on y met des morceaux d'un métal facilement fusible comme le plomb. Si l'on relie directement le primaire aux bornes du secteur alternatif 110 volts, la tension au secondaire est faible, mais l'intensité très grande à cause de la très faible résistance de la spire de cuivre. Il en résulte, d'après la loi de Joule, un grand dégagement de chaleur qui fait fondre le plomb.

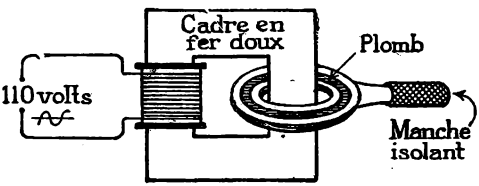


Fig. 267.

Principe du four à induction.

Dans les fours à induction, le primaire est alimenté par de l'alternatif à 3 000 volts; le secondaire comporte une spire unique formée simplement par le métal à chauffer, entouré de matière réfractaire, et disposé en couronne autour du primaire.

Ces fours servent en particulier à l'affinage de l'acier.

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DES TRANSFORMATEURS (1)

La théorie élémentaire suivante rend compte, en première approximation, du fonctionnement des transformateurs.

387. Notations et conventions de signes.

GRANDEURS RELATIVES AU CIRCUIT PRIMAIRE :

- i_1 valeur instantanée de l'intensité du courant.
- v_1 valeur instantanée de la tension aux bornes.
- I_1 valeur efficace de l'intensité du courant.
- V_1 valeur efficace de la tension aux bornes.
- N_1 nombre de spires de l'enroulement primaire.
- R_1 résistance de l'enroulement primaire.

GRANDEURS RELATIVES AU CIRCUIT SECONDAIRE. — Nous adopterons les mêmes notations que ci-dessus, l'indice 1 étant simplement remplacé par l'indice 2 :

$$i_2, \quad v_2, \quad I_2, \quad V_2, \quad \text{etc.}$$

φ désignera le flux d'induction qui traverse le circuit magnétique à un instant donné et Φ la valeur efficace de ce flux.

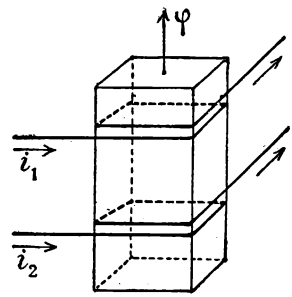


FIG. 268.

Enfin, nous choisirons le même sens positif sur les deux enroulements pour mesurer les courants i_1 et i_2 et nous compterons positivement le flux φ dans le sens correspondant (fig. 268). De même, les différences de potentiel v_1 et v_2 seront considérées comme positives lorsqu'elles tendent à produire, dans les circuits intérieurs du transformateur, des courants positifs.

388. Equations du transformateur.

Chacune des spires, aussi bien du primaire que du secondaire, est traversée par le flux φ. Comme ce flux est variable, chaque spire est le siège d'une f. é. m. d'induction de valeur $-10^{-8}\frac{d\varphi}{dt}$; les f. é. m.

(1) Cette théorie ne fait pas partie du programme de la classe de Mathématiques.

d'induction totale dans les deux circuits primaire et secondaire sont alors respectivement : $-10^{-8} N_1 \frac{d\varphi}{dt}$ et $-10^{-8} N_2 \frac{d\varphi}{dt}$.

L'application de la loi d'Ohm aux deux circuits, à un instant donné, fournit les relations :

$$\begin{cases} v_1 - 10^{-8} N_1 \frac{d\varphi}{dt} = R_1 i_1, \\ v_2 - 10^{-8} N_2 \frac{d\varphi}{dt} = R_2 i_2. \end{cases}$$

Les résistances R_1 et R_2 sont toujours faibles. Lorsque le transformateur fonctionne à pleine charge, les puissances perdues par effet Joule dans chacun des enroulements sont de l'ordre de 1 pour 100 de la puissance absorbée par le primaire ou de la puissance fournie par le secondaire; ces puissances perdues par effet Joule sont relativement plus faibles encore lorsque le transformateur ne fonctionne pas à pleine charge. Donc :

$$\frac{R_1 I_1^2}{V_1 I_1} < \frac{1}{100} \qquad \frac{R_2 I_2^2}{V_2 I_2} < \frac{1}{100}$$

ou :

$$\frac{R_1 I_1}{V_1} < \frac{1}{100} \qquad \frac{R_2 I_2}{V_2} < \frac{1}{100}.$$

Nous pouvons donc, en première approximation, négliger les chutes ohmiques de potentiel $R_1 i_1$ et $R_2 i_2$ devant les différences de potentiel v_1 et v_2.

Les équations précédentes deviennent alors simplement :

$$\boxed{v_1 = 10^{-8} N_1 \frac{d\varphi}{dt}} \quad (1) \qquad \boxed{v_2 = 10^{-8} N_2 \frac{d\varphi}{dt}.} \quad (2)$$

389. Tensions aux bornes des deux circuits.

Divisions membre à membre les équations (2) et (1) :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1}. \qquad (3)$$

Cette équation, valable à chaque instant, nous montre que :

Quels que soient les courants qui traversent les circuits du transformateur, *la tension aux bornes du secondaire a même forme et même phase que la tension aux bornes du primaire.*

D'autre part, le rapport des tensions efficaces est égal au rapport constant des tensions instantanées :

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}} \qquad (4)$$

ce qui s'énonce :

Le rapport des tensions efficaces aux bornes des circuits secondaire et primaire est égal au rapport des nombres de spires des deux enroulements.

Ce rapport $\frac{N_2}{N_1}$ est appelé ***rapport de transformation*** (§ 380).

Enfin, la relation (1) montre que, *si l'on maintient constante la tension efficace primaire* V_1, *le flux efficace* Φ *est indépendant du courant demandé au transformateur.*

En particulier, si la différence de potentiel v_1 est sinusoïdale, le flux φ est également sinusoïdal et en quadrature retard sur les tensions v_1 et v_2 (la dérivée d'une fonction sinusoïdale étant en avance de phase de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la fonction, § 346).

390. Intensités des courants primaire et secondaire.

Pour simplifier le problème, nous allons supposer que la perméabilité du fer reste constante, c'est-à-dire que la reluctance $\mathcal{R}$ du circuit magnétique (Première, § 307) est indépendante de la valeur du flux φ qui le traverse. Ce flux φ est égal au quotient de la force magnétomotrice, due à la fois aux courants i_1 et i_2, par la reluctance $\mathcal{R}$ du noyau :

$$\varphi = \frac{\frac{4\pi}{10}(N_1 i_1 + N_2 i_2)}{\mathcal{R}}.$$

1° Lorsque le transformateur *fonctionne à vide*, c'est-à-dire lorsque le secondaire est ouvert, on a $i_2 = 0$. Désignons par i_0 le courant primaire dans ces conditions :

$$i_0 = \frac{10\,\mathcal{R}}{4\pi N_1}\,\varphi.$$

Le courant à vide i_0 *est en phase avec le flux* φ, *et par suite en quadrature retard avec la tension* v_1. ***Ce courant à vide est donc entièrement déwatté*** (§ 360) ***et ne consomme aucune puissance.***

L'enroulement primaire du transformateur à vide se comporte comme une bobine de self dont la self-inductance est grande; l'intensité efficace du courant à vide est donc toujours très faible.

2° En éliminant φ entre les deux relations précédentes, on a :

$$i_1 = i_0 - \frac{N_2}{N_1} i_2.$$

Le courant primaire i_1 est égal à la somme de deux termes :

a) le courant à vide i_0, entièrement déwatté et qui ne consomme aucune puissance;

b) un courant $i'_1 = -\frac{N_1}{N_2} i_2$, appelé *courant de charge*, en opposition de phase avec le courant secondaire. ***Le courant primaire se règle ainsi à la demande du secondaire.***

Lorsque le transformateur *fonctionne à pleine charge*, on peut négliger le courant à vide i_0 devant le courant de charge; les équations précédentes donnent alors :

$$i_1 = -\frac{N_2}{N_1} i_2 \qquad \text{et} \qquad \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Dans le transformateur en charge, les courants primaire et secondaire sont en opposition de phase.

Le rapport des intensités efficaces est inverse du rapport de transformation.

Comme les tensions sont toujours en phase, *les facteurs de puissance sont les mêmes dans les deux circuits.*

PROBLÈMES

1. Un transformateur abaisseur de tension comporte un primaire de 4 500 spires et un secondaire de 150 spires. Le circuit primaire reçoit un courant alternatif sous la tension de 3 000 volts efficaces.

Le courant secondaire est utilisé dans une résistance de chauffage sans self-induction et on constate que la chaleur dégagée porte à l'ébullition 15 litres d'eau, pris à 15°, en 10 minutes.

En admettant que les pertes d'énergie soient négligeables par rapport à l'énergie utilisée pour le chauffage, calculer :

1° le courant absorbé par le primaire et la puissance correspondante;

2° la valeur de la résistance de chauffage.

(*Bacc.*, Rennes, 1926.)

2. Dans un transformateur pour courant alternatif, l'enroulement primaire a 100 spires et l'enroulement secondaire 2 000; le voltage efficace primaire est égal à 110 volts et le courant efficace primaire à 96 ampères. Dans le fonctionnement considéré, le courant et le voltage sont en phase dans chacun des deux enroulements.

1° Quels sont le voltage et l'intensité secondaires, en supposant que la puissance se conserve exactement ?

2° En réalité, les pertes par effet Joule ne sont pas complètement négligeables; elles peuvent être calculées avec une approximation suffisante en considérant comme exactes les intensités trouvées précédemment. En supposant toutes les spires du primaire et du secondaire de même longueur et de même métal, quel est le rapport des sections du fil primaire et du fil secondaire, sachant que les pertes par effet Joule sont égales dans le primaire et dans le secondaire ?

3° La résistance du primaire est 0,03 ohm. Quel est le rendement du transformateur, en supposant négligeables les pertes de puissance autres que par effet Joule ? (*Bacc.*, Caen, 1930.)

3. L'enroulement primaire d'un transformateur comportant 1 800 spires est alimenté sous une tension alternative de 220 volts efficaces. L'enroulement secondaire ayant 90 spires débite dans une résistance de chauffage sans self-induction, de 3,83 ohms, immergée tout entière dans le liquide d'un calorimètre.

On peut pratiquement négliger la chaleur dégagée dans les enroulements du transformateur.

1° Au bout de 20 minutes, on observe une élévation de température de 2°,50 du calorimètre. Déterminer sa capacité calorifique (équivalent en eau).

2° En se servant du même calorimètre, on réalise un dispositif analogue à celui qui correspond à l'expérience de Joule pour la mesure de l'équivalent mécanique de la calorie. Les poids, de 20 kg chacun, tombent de 3 m de hauteur et ils arrivent au sol avec une vitesse de 0,75 m par seconde. On répète 20 fois de suite l'opération. Déterminer l'élévation de température du calorimètre.

3° On modifie le dispositif expérimental en actionnant directement les palettes par un petit moteur alimenté par le secondaire du transformateur.

Le courant absorbé par ce moteur est de 2,49 ampères efficaces et on constate que le calorimètre s'échauffe de 1°,30 en 20 minutes. Sachant que les 8/10 de la puissance du moteur sont transmis aux palettes, déterminer le facteur de puissance du moteur. (*Bacc.*, Rennes, 1934.)

4. Pour transporter de l'énergie électrique à 200 km de distance, on utilise une ligne à deux fils de cuivre ayant chacun 100 mm² de section. Le courant est produit sous une tension de 4 000 volts efficaces par des alternateurs. La tension est élevée par des transformateurs dont les secondaires portent 40 fois plus de tours de fil que les primaires.

La puissance au départ est de 40 000 kilowatts. On demande :

1° la force électromotrice efficace au départ;

2° la force électromotrice efficace et la puissance disponible à l'arrivée;

3° la section qu'il faudrait donner au fil si l'on voulait transporter la même puissance avec les mêmes pertes, la tension efficace au départ étant 10 000 volts. Quelle serait alors la masse des fils de cuivre ?

La puissance en question (40 000 kilowatts au départ) est fournie par une usine hydro-électrique. Le rendement des installations hydrauliques est 0,80, celui des alternateurs et celui des transformateurs 0,90; le débit moyen du courant d'eau est 10 m³ par seconde. On demande de quelle hauteur l'eau doit descendre pour fournir à l'usine la puissance nécessaire à sa marche.

On admettra que le facteur de puissance du réseau est 0,80.

Résistivité du cuivre : 1,6 microhm-centimètre.

Densité du cuivre : 8,9.

(*Bacc.*, Strasbourg, 1933.)

CHAPITRE XLIII

BOBINE D'INDUCTION [1]

391. La bobine d'induction, construite par Ruhmkorff en 1851, est un transformateur à circuit magnétique ouvert. Le circuit primaire comprend un générateur de courant continu, et les variations de flux, qui vont créer dans le secondaire une force électromotrice d'induction, sont produites par des interruptions rapides du courant primaire. Avec un générateur de quelques volts sur le primaire, on peut obtenir aux bornes du secondaire une tension allant jusqu'à 100 000 volts.

392. Principe de la bobine d'induction.

La bobine d'induction comprend un *noyau* cylindrique formé de fils de fer rectilignes, afin d'éviter les courants de Foucault (§ 311). Sur ce noyau sont enroulés deux circuits indépendants appelés *primaire* et *secondaire;* pour la clarté du dessin, ces deux circuits ont été représentés, sur la figure 269, à côté du noyau.

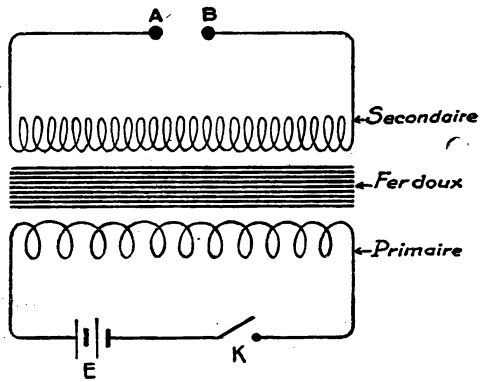


FIG. 269.
Principe de la bobine d'induction.

Le *primaire* ne contient que peu de spires de gros fil; il est relié aux deux bornes d'un générateur de courant continu E.

Le *secondaire* est formé d'un grand nombre de spires de fil fin; il peut y avoir, par exemple, 250 000 spires, avec une longueur de fil de plusieurs centaines de kilomètres. Le plus souvent, le circuit secondaire est ouvert et relié à deux sphères métalliques A et B.

(1) La bobine d'induction ne fait pas partie du programme de la classe de Mathématiques.

Si nous fermons le circuit primaire, le fer doux s'aimante. Il en résulte une variation de flux à travers les spires du secondaire et, par suite, une force électromotrice d'induction : une étincelle jaillit entre les boules A et B lorsque celles-ci sont assez rapprochées.

Si nous interrompons brusquement le courant primaire, le flux diminue très vite dans le fer, car, le circuit magnétique étant ouvert, il se produit un champ démagnétisant qui désaimante rapidement le fer; la diminution du flux crée dans le secondaire une f. é. m. d'induction en sens contraire de tout à l'heure, une nouvelle étincelle jaillit entre les bornes du secondaire.

On obtient ainsi une étincelle aux bornes du secondaire à chaque fermeture et rupture du circuit primaire. C'est à peu près uniquement à l'obtention de ces étincelles que servent les bobines d'induction.

393. Description de la bobine. Interrupteur à trembleur.

La force électromotrice d'induction croît à mesure que la rupture devient plus brusque. Pour réaliser des interruptions rapides du courant, on place sur le primaire un interrupteur automatique. L'un

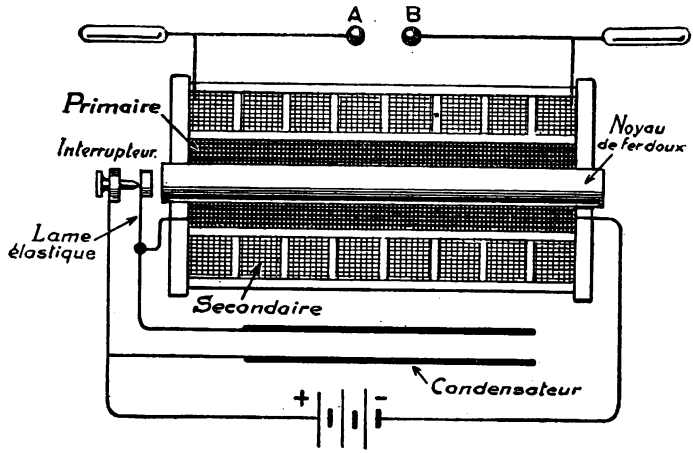


FIG. 270.
Schéma de la bobine d'induction.

des plus employés dans les petites bobines est l'*interrupteur à trembleur*, basé sur le même principe que la sonnerie électrique (Première, § 315); dans ce cas, le paquet de fils de fer joue le rôle du noyau de l'électro-aimant (fig. 270).

394. Cloisonnement du secondaire.

Le fil du secondaire est enroulé par couches successives, séparées les unes des autres par un isolant en papier. Entre deux éléments voisins faisant partie de deux couches successives, la différence de potentiel est d'autant plus grande que la distance comptée le long du fil est plus grande. Si l'enroulement avait lieu couche par couche d'un bout à l'autre de la bobine, la longueur du fil comprise entre deux spires superposées atteindrait plusieurs centaines de mètres dans les grosses bobines. Une étincelle pourrait alors jaillir entre ces spires, qui percerait l'isolant. Pour éviter cet inconvénient, on *cloisonne* le secondaire dont l'enroulement se fait par bobines plates, séparées les unes des autres par des cloisons isolantes relativement épaisses.

Les sphères A et B qui terminent le secondaire sont portées par des tiges métalliques qui peuvent coulisser dans des supports, ce qui permet de les éloigner plus ou moins. Ces deux boules constituent l'*éclateur*.

395. Emploi d'un condensateur sur le primaire.

A cause des phénomènes de self-induction, il se produit toujours à l'interrupteur, au moment de la rupture, une étincelle qui prolonge le courant primaire, cette étincelle détériore les contacts. On la diminue en plaçant un condensateur, de capacité convenable, en dérivation aux bornes de l'interrupteur (fig. 270). Ce condensateur est souvent logé dans le socle de l'appareil. Une partie de l'extra-courant de rupture, au lieu de passer dans l'étincelle, va charger le condensateur.

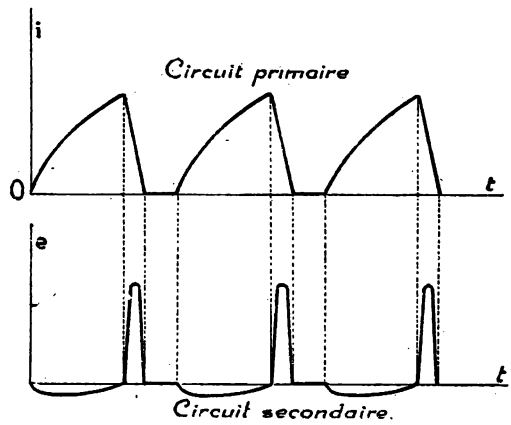


FIG. 271.

Représentation du courant primaire et de la f. é. m. secondaire en fonction du temps.

396. — ***La force électromotrice d'induction dans le secondaire, à la rupture, est plus grande que la f. é. m. d'induction à la fermeture.***

Cela tient à ce que, d'après la loi générale :

$$E = -10^{-8}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

la f. é. m. d'induction est proportionnelle à la variation de flux $\Delta\Phi$ et inversement proportionnelle à la durée Δt. Or la variation de flux $\Delta\Phi$ a même grandeur, en valeur absolue, lors de la fermeture et de la rupture. Par contre, la rupture se fait plus vite que la fermeture, comme le montre la courbe qui donne l'intensité du courant primaire en fonction du temps (fig. 271). Il s'ensuit qu'il est possible d'obtenir une étincelle à la rupture plus longue que l'étincelle de fermeture.

Si l'on éloigne suffisamment les boules de l'éclateur, l'étincelle de rupture passe seule. Le secondaire a donc maintenant des pôles, dont les signes correspondent au passage de l'étincelle de rupture. On pourra l'utiliser pour la charge d'un condensateur (fig. 272).

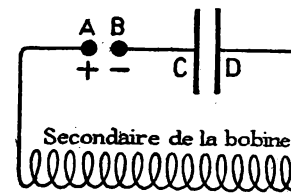


FIG. 272.
Charge d'un condensateur à l'aide d'une bobine d'induction.

397. Autres types d'interrupteurs.

Il existe de nombreux types d'interrupteurs. En dehors de l'*interrupteur à trembleur* ou *interrupteur vibrant*, que nous avons déjà signalé, citons seulement les suivants :

1° Interrupteur à jet de mercure. — Une turbine, actionnée par un petit moteur, produit un jet de mercure horizontal qui tourne d'un mouvement rapide; ce jet de mercure établit le contact lorsqu'il vient frapper des lames métalliques, séparées par des isolants et disposées régulièrement sur la paroi du vase. Le circuit primaire se trouve ainsi fermé de 100 à 200 fois par seconde. L'appareil est rempli de gaz d'éclairage, qui évite l'oxydation du mercure et donne sur le primaire une étincelle très réduite.

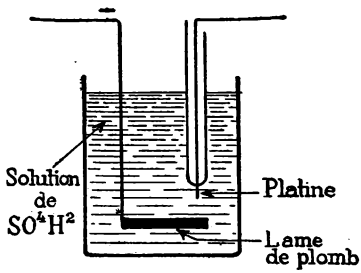


FIG. 273. — Interrupteur électrolytique.

2° Interrupteur électrolytique de Wehnelt (fig. 273). — Dans un voltamètre à eau acidulée, une lame de plomb de grande surface constitue la cathode; l'anode est formée d'un fil fin en platine, disposé sui-

vant l'axe d'un tube de verre, de sorte que l'extrémité seule, qui dépasse le tube, plonge dans la solution. La chaleur dégagée par effet Joule produit autour de l'anode une gaine isolante de vapeur qui interrompt brusquement le courant; mais la vapeur se condense aussitôt et le courant se trouve rétabli. Il en résulte des interruptions très rapides du courant primaire, dont la fréquence atteint de 1 000 à 2 000 par seconde. Il n'est pas nécessaire de mettre un condensateur en dérivation sur cet interrupteur.

398. Applications de la bobine d'induction.

La bobine d'induction est encore utilisée dans les laboratoires pour produire les étincelles qui enflamment les mélanges détonants, pour étudier la décharge électrique dans les gaz raréfiés et obtenir les rayons cathodiques et les rayons X. On peut aussi l'employer pour charger un condensateur (fig. 272), à condition de disposer sur le circuit un éclateur réglé de façon à ne laisser passer que la décharge de rupture.

CHAPITRE XLIV

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES

399. Décharge oscillante d'un condensateur.

Soit un condensateur CD, dont les armatures sont reliées aux deux boules de l'éclateur AB par l'intermédiaire d'une self L (fig. 274). Le condensateur étant chargé et les boules assez rapprochées, une étincelle éclate entre A et B. L'examen de cette étincelle, au miroir tournant, fournit les résultats suivants :

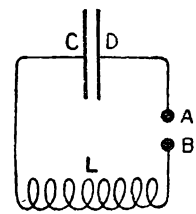


FIG. 274.
Décharge d'un condensateur.

1° *Si la résistance du circuit est grande*, l'étincelle est constituée par un seul trait lumineux et le courant de décharge garde un sens invariable. L'intensité de ce courant en fonction du temps est alors représentée par la figure 275.

2° *Si la résistance du circuit est faible*, on observe au miroir tournant une série d'étincelles. Le courant circule, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. L'intensité en fonction du temps est représentée par la figure 276. Le circuit est le siège d'***oscillations électriques amorties,*** qui ont toutes même durée T; un tel circuit est appelé ***circuit oscillant.***

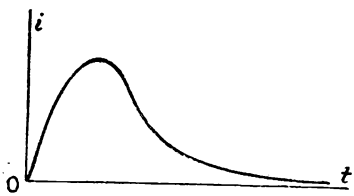


FIG. 275.
Lorsque la résistance du circuit est grande, le courant de décharge du condensateur garde un sens invariable.

La période des oscillations amorties est d'autant plus faible que la self-inductance L et la capacité C sont elles-mêmes plus petites. Cette période T est donnée par la formule :

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}.}$$

EXEMPLE NUMÉRIQUE. — Supposons C = 1 microfarad = 10^{-6} farad et L = 3.10^{-6} henry.

La période des oscillations a pour valeur :

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{3,10^{-12}};$$

$$T = 10,9.10^{-6},$$

et la fréquence :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10,9} \times 10^6 = 9,2.10^4 = 92\,000.$$

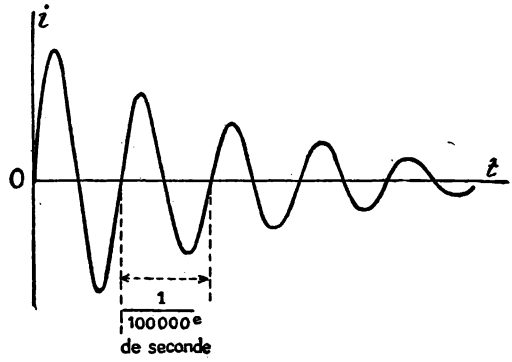


FIG. 276.

Décharge oscillante d'un condensateur dans un circuit de résistance faible.

Au lieu de compter les fréquences en périodes ou cycles par seconde, on les compte souvent en kilocycles. Dans l'exemple choisi, la fréquence des oscillations est donc de 92 kilocycles :

$$f = 92 \text{ kc}.$$

400. Analogie hydraulique.

Deux tubes de verre M et N, d'axes verticaux, sont réunis à leur partie inférieure par un large tuyau de caoutchouc que l'on peut aplatir plus ou moins à l'aide d'une pince (fig. 277). Serrons d'abord la pince à fond pour supprimer la communication entre les deux tubes, et versons de l'eau, de telle sorte que les niveaux M et N soient inégaux. Ouvrons maintenant la pince. Si elle est peu ouverte, les niveaux s'égalisent lentement sans oscillations : c'est le cas de la décharge d'un condensateur dans un circuit très résistant. Si la communication entre les deux vases est largement ouverte, l'égalisation des niveaux se produit par une série

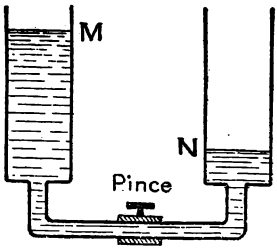


FIG. 277.

Oscillation alternative d'un liquide dans des vases communicants.

d'oscillations dont l'amplitude va en diminuant : nous avons ainsi l'équivalent de la décharge oscillante d'un condensateur dans un circuit peu résistant.

401. Montage d'un circuit oscillant.

Pour charger le condensateur, on peut utiliser la haute tension produite par une bobine d'induction. Les deux boules A et B de l'éclateur de la bobine sont reliées par un circuit comprenant le condensateur CD et la self peu résistante L (fig. 278). Supposons que la bobine charge positivement la boule B et l'armature D. Pour une valeur suffisante de la tension, l'étincelle éclate entre A et B, rendant l'air conducteur, ce qui ferme le circuit oscillant. Les oscillations se trouvent ainsi amorcées, et l'énergie oscille successivement du condensateur à la self. Les charges de A et de B sont alternativement positives et négatives, et toujours de signes contraires. A chaque oscillation, une partie de l'énergie se transforme en chaleur par effet Joule, de sorte que le courant cesse au bout d'un certain nombre d'oscillations, une cinquantaine par exemple.

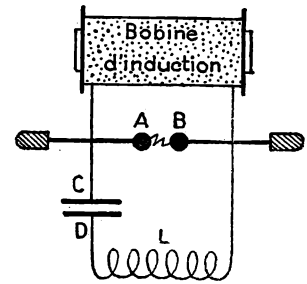


FIG. 278.
Montage d'un circuit oscillant.

La bobine d'induction fournit alors une nouvelle charge, qui produit encore une étincelle et donne naissance à un nouveau train d'oscillations amorties. On obtient ainsi un paquet d'oscillations, à la fréquence avec laquelle fonctionne l'interrupteur de la bobine, la même décharge oscillante se reproduisant à chaque étincelle.

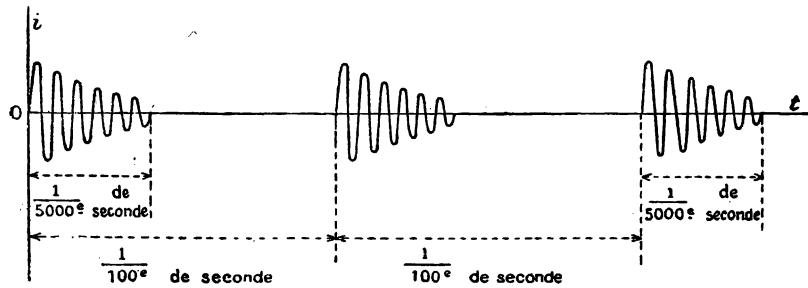


FIG. 279.
Intensité du courant oscillant dans les décharges successives.

La figure 279 représente, en fonction du temps, l'intensité du courant dans le circuit oscillant. Supposons que les oscillations électri-

ques réalisées aient une fréquence de l'ordre de 100 000 et que chaque décharge oscillante comprenne 20 oscillations environ; le passage d'un train d'oscillations durera $20 \times \frac{1}{100\,000} = \frac{1}{5000}$ de seconde.

Si, d'autre part, l'interrupteur de la bobine fonctionne avec une fréquence égale à 100, on aura par seconde 100 paquets d'oscillations.

402. Effets d'induction des courants de haute fréquence.

Les courants oscillants produits par la décharge d'un condensateur sont appelés **courants de haute fréquence.** Ils produisent, dans les conducteurs voisins, ***des effets d'induction d'autant plus considérables que leur fréquence est plus grande.***

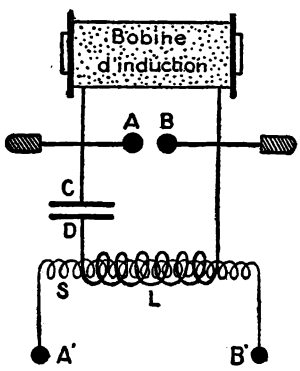


FIG. 280.
Transformateur de Tesla pour courants de haute fréquence.

EXPÉRIENCES. — 1° A l'intérieur de la self L des expériences précédentes, constituée par quelques spires de gros fil, disposons une bobine S formée d'une centaine de spires (fig. 280). Nous réalisons un transformateur sans fer appelé ***transformateur de Tesla.*** Pour éviter les étincelles ou effluves entre les spires de L ou de S, plaçons les deux bobines dans un bac rempli d'huile lourde isolante. Entre les boules A′ et B′ du nouvel éclateur, reliées à S, nous obtenons des étincelles beaucoup plus longues que celles données directement par la bobine; on a pu en obtenir qui dépassaient 1 mètre de longueur. La tension élevée ainsi produite tient aux variations extrêmement rapides du flux inducteur.

2° Supprimons l'éclateur A′B′ et remplaçons-le par deux tiges ou deux plaques métalliques parallèles; il se forme entre ces conducteurs de magnifiques effluves lumineux. Un tube à vide, tenu à la main par une extrémité, s'illumine vivement lorsqu'on approche l'autre extrémité de l'un des pôles de S.

On peut, sans danger, saisir les bornes du secondaire, alors que des tensions aussi élevées seraient très dangereuses et même mortelles s'il s'agissait de courants continus ou à basse fréquence. ***Les courants de haute fréquence sont inoffensifs;*** ils produisent même sur l'organisme des effets physiologiques que les médecins cherchent à utiliser.

403. Oscillateur de Hertz.

La formule $T = 2\pi\sqrt{LC}$, montre que la période des oscillations électriques est d'autant plus petite, c'est-à-dire la fréquence d'autant plus grande, que la self-inductance et la capacité du circuit sont plus faibles.

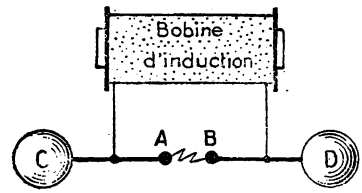


FIG. 281. — Oscillateur de Hertz.

Pour obtenir de grandes fréquences, Hertz utilisait deux grosses sphères métalliques C et D, ayant une faible capacité, reliées par des conducteurs rectilignes et courts aux boules A et B de l'éclateur d'une bobine d'induction (fig. 281). L'appareil est connu sous le nom d'*oscillateur de Hertz*. On produit ainsi des oscillations électriques dont la fréquence est de l'ordre de 10^8.

En réduisant suffisamment les dimensions de l'oscillateur CD, on a même pu atteindre la fréquence 10^{12} oscillations par seconde.

404. Effets d'induction de l'oscillateur de Hertz.

Le circuit oscillant utilisé au paragraphe 400 était presque entièrement fermé sur lui-même. Tandis que, à l'intérieur de cet *oscillateur fermé*, les actions des parties opposées s'ajoutent, à l'extérieur elles se retranchent et le champ magnétique diminue rapidement lorsqu'on s'éloigne. Dans l'oscillateur de Hertz, au contraire, la décharge oscillante parcourt le circuit rectiligne CABD; c'est un *oscillateur ouvert*, qui produit à distance un champ magnétique plus intense. On dit qu'il *rayonne* davantage.

D'autre part, lorsqu'on utilise des oscillations électriques de fréquences supérieures à 10^8, les effets d'induction sont très intenses, à cause de la grande vitesse de variation du champ magnétique. A proximité de l'oscillateur, on peut tirer des étincelles de deux pièces de monnaie ou de deux clefs que l'on rapproche en les tenant avec les doigts. Hertz utilisait l'appareil suivant, qu'il appelait *résonateur*.

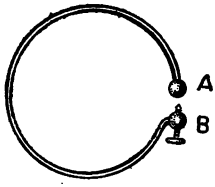


FIG. 282.
Résonateur de Hertz.

405. Résonateur de Hertz.

Il se compose d'un anneau circulaire métallique, interrompu de A à B, sur une distance très faible. On peut, d'ailleurs, faire varier la longueur de cette coupure, en rapprochant plus ou moins la pointe mobile B de la boule A (fig. 282). En choisissant convenablement les

dimensions du résonateur, on obtient, dans le voisinage de l'oscillateur, des étincelles de plusieurs millimètres.

On utilise aujourd'hui comme résonateur un circuit oscillant comprenant une self et une capacité variable; dans le circuit est intercalée une petite lampe qui s'allume lorsqu'il s'établit un courant d'intensité suffisante.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

406. Vitesse de propagation du champ magnétique.

Le champ magnétique produit par l'excitateur ne s'établit pas instantanément dans l'espace. Hertz a montré que les variations du champ magnétique se transmettent avec une vitesse très grande, mais finie, et ***cette vitesse est précisément égale à celle de la lumière, 300 000 km par seconde.***

D'autre part, la nature ondulatoire de la perturbation magnétique, qui se propage à partir de l'oscillateur de Hertz, se trouve mise en évidence par les expériences de réflexion et de réfraction que l'on a pu réaliser; on a réussi également à déceler des ondes stationnaires en utilisant le résonateur de Hertz. On en a conclu que les perturbations magnétiques et les vibrations lumineuses sont deux phénomènes identiques, conformément à l'hypothèse émise par Maxwell en 1873.

Précisons d'abord en quoi consistent les ondes électromagnétiques, ou ondes hertziennes, découvertes par Hertz en 1890. Leur importance est capitale, car elles ont permis la télégraphie et la téléphonie sans fil.

407. Ondes hertziennes.

Reprenons l'oscillateur de Hertz, et supposons que les conducteurs métalliques soient verticaux. Les deux boules A et B de l'éclateur (fig. 283) se trouvent à chaque instant chargées de quantités d'électricité égales et de signes contraires. Par exemple, au moment considéré, B est chargé positivement, et A négativement. Le courant est alors dirigé de B vers A, et ce courant produit, en un point M de l'axe horizontal Ox, un *champ magnétique* horizontal H, dirigé vers la gauche de l'observateur d'Ampère.

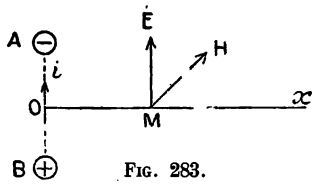


FIG. 283.

Les deux champs magnétique H et électrique E sont rectangulaires.

D'autre part, si nous imaginons placée en M la quantité + 1 d'électricité positive, cette électricité positive est attirée par A et repoussée

par B, conformément à la loi de Coulomb relative aux actions électriques; l'action résultante est *une force verticale* E, *appelée champ électrique.*

Les deux champs magnétique et électrique ainsi produits en tout point de Ox sont rectangulaires; ce sont des grandeurs périodiques, ayant même période que les oscillations électriques émises par l'oscillateur AB. Mais, à un instant donné, les vecteurs H et E n'ont pas même valeur en tous les points de Ox; les perturbations magnétique et électrique se propagent, en effet, à la vitesse de 300 000 km par seconde :

L'ensemble des deux champs magnétique et électrique, qui se propagent simultanément avec la même vitesse, constitue une onde électromagnétique ou onde hertzienne.

Comme dans tout phénomène périodique qui se propage, ***la longueur d'onde est l'espace parcouru pendant une période.*** On peut alors caractériser une oscillation électrique aussi bien par sa longueur d'onde dans le vide que par sa période ou sa fréquence.

APPLICATION NUMÉRIQUE. — *Calculer la longueur d'onde d'oscillations électriques de fréquence* $f = 10^9$.

$$\lambda = VT = \frac{V}{f}.$$

Or :

$$V = 300\,000 \text{ km/s} = 3 \times 10^{10} \text{ cm/s};$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{10}}{10^9} = 30 \text{ cm}.$$

408. Propriétés des ondes hertziennes.

L'oscillateur de Hertz donne des *oscillations amorties*, c'est-à-dire dont l'amplitude diminue à chaque oscillation. On sait réaliser actuellement des oscillations d'amplitude constante appelées *oscillations entretenues*, qui produisent dans l'espace environnant des ondes électromagnétiques.

Ces ondes électromagnétiques se propagent à travers les milieux non conducteurs de l'électricité; par exemple, elles traversent un carton, un mur, etc. Au contraire, les milieux bons conducteurs, comme les métaux, sont opaques et peuvent réfléchir ou diffuser les ondes.

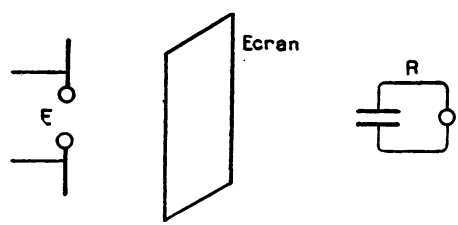


FIG. 284. — Un écran en carton laisse passer les ondes électromagnétiques; un écran métallique les arrête.

Les expériences suivantes s'effectuent facilement si l'on possède un émetteur à ondes courtes.

1° **Réflexion.** — Entre un circuit oscillant E et un résonateur R, disposons un écran de carton (fig. 284) : les ondes électromagnétiques traversent le carton.

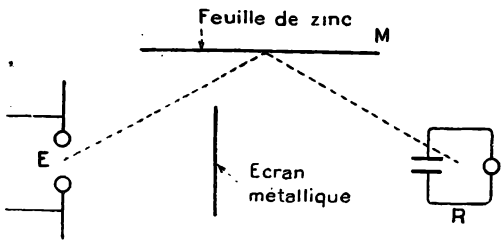


FIG. 285.

Réflexion des ondes électromagnétiques sur une plaque métallique.

Remplaçons l'écran de carton par une plaque métallique, les ondes électromagnétiques sont arrêtées. Mais on peut les diriger de E sur R en disposant convenablement une large plaque de zinc M qui joue le rôle de miroir plan et sur laquelle les ondes se réfléchissent (fig. 285).

On peut, à l'aide de miroirs courbes, reproduire les expériences de l'optique géométrique. Utilisons, par exemple, deux miroirs ayant la forme de cylindres paraboliques et construits chacun avec une lame de zinc. Ces miroirs sont disposés parallèlement, leurs faces concaves en regard. En disposant l'oscillateur dans le plan focal du premier miroir, les ondes électromagnétiques subissent deux réflexions et agissent fortement sur le résonateur situé dans le plan focal du second miroir.

2° **Réfraction.** — Pour montrer la réfraction des ondes électromagnétiques, on utilise un prisme de grande dimension formé de substances diverses (paraffine, bois, poix coulée, etc.). Un résonateur décèle le passage des ondes dont la direction de propagation se trouve déviée vers la base du prisme.

3° **Ondes stationnaires.** — Plaçons l'oscillateur E parallèlement à une grande plaque métallique M formant miroir (fig. 286), la distance EM valant une dizaine de mètres. Les ondes émises par l'oscillateur se réfléchissent sur M et interfèrent avec les ondes incidentes, en donnant naissance à des ondes stationnaires. En déplaçant le résonateur de M en E, de telle sorte que son plan soit parallèle à la ligne des pôles de l'éclateur, on observe des positions équidistantes pour lesquelles aucune étincelle ne se produit, ou la lampe ne s'allume pas : ce sont les minima ou les ***nœuds*** N du champ magnétique. A égale distance des nœuds, la lampe brille d'un éclat plus vif : ce sont les maxima ou les ***ventres*** V du champ magnétique. Comme la distance entre deux nœuds consécutifs est $\frac{\lambda}{2}$ on peut en déduire

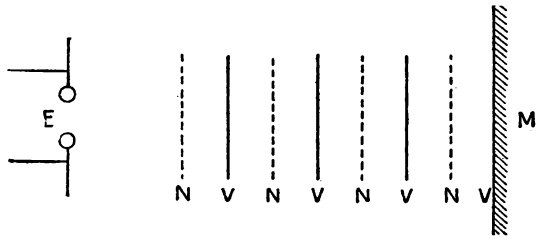


FIG. 286. — Ondes stationnaires.

la vitesse de propagation des ondes si l'on connaît la fréquence de l'oscillateur.

REMARQUE. — Il existe également des maxima et des minima pour le champ électrique. L'expérience montre que les ventres du champ électrique coïncident avec les nœuds du champ magnétique.

409. Analogie des ondes hertziennes et des ondes lumineuses (1).

Les ondes hertziennes et les ondes lumineuses ont la même vitesse de propagation, 300 000 km par seconde dans le vide. Nous venons de voir que les ondes hertziennes se réfléchissent, se réfractent et interfèrent comme les ondes lumineuses. On admet donc que ***les ondes électromagnétiques et les ondes lumineuses sont de même nature;*** elles ne diffèrent que par leurs longueurs d'onde.

Cette hypothèse se trouva confirmée en 1923, lorsque les physiciens américains Nicols et Tear obtinrent, par des procédés analogues à ceux de la télégraphie sans fil, des ondes électromagnétiques de longueur d'onde 0,22 mm ou 220 μ, plus petite que certaines radiations infra-rouges, et qu'ils constatèrent l'identité de propriétés des ondes hertzienne et infra-rouge de même longueur d'onde.

Dans l'échelle des radiations, les ondes hertziennes font suite à l'infra-rouge.

---

(1) Voir chapitre LII : *Vue d'ensemble des radiations électromagnétiques.*

CHAPITRE XLV

PRINCIPE DE LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL [1]

410. — Les ondes électromagnétiques trouvent une application très importante dans la télégraphie et la téléphonie sans fil, qui permettent à deux postes éloignés de communiquer ensemble sans aucune liaison matérielle. Le *poste émetteur* produit des ondes électromagnétiques qui déterminent des effets d'induction au *poste récepteur.*

La télégraphie sans fil utilise les oscillations amorties ou entretenues; la téléphonie sans fil, au contraire, n'emploie que les oscillations entretenues. Nous ne pouvons ici qu'indiquer très rapidement le principe de la télégraphie sans fil.

I. — TÉLÉGRAPHIE SANS FIL PAR ONDES AMORTIES

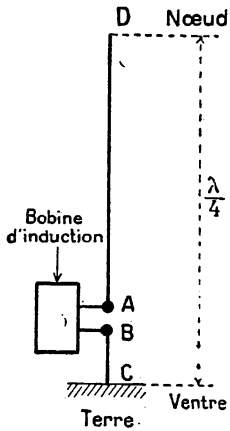


FIG. 287.
Antenne.

411. Antenne.

Pour augmenter le rayonnement des ondes électromagnétiques, on utilise une *antenne.* Cette antenne se compose, par exemple, d'un fil isolé relié à l'une des boules de l'éclateur de Hertz dont l'autre boule est reliée au sol (fig. 287).

Supposons AD assez long et BC très court. Les étincelles oscillantes entre A et B produisent dans l'antenne des mouvements de charges électriques qui se réfléchissent aux extrémités. Ces courants interfèrent et le fil devient le siège d'ondes stationnaires. Etant donné la grande capacité de la terre, le potentiel du sol peut être considéré comme invariable; il y a donc dans le voisinage du sol, en C, un nœud de tension et par suite *un ventre de*

(1) « Seule la télégraphie sans fil figure au programme; le professeur n'a pas à parler de la téléphonie sans fil. » (Instructions officielles du 20 juin 1947.)

courant. Par contre, à l'extrémité isolée D existe *un nœud de courant.* L'antenne fonctionne alors comme un tuyau fermé et sa longueur est $\frac{\lambda}{4}$.

La longueur d'onde vaut 4 fois la longueur du fil d'antenne.

On peut cependant modifier la longueur d'onde sans changer les dimensions du fil de l'antenne :

1° En intercalant à la base une self appelée self d'antenne (fig. 288), on augmente la self-inductance du circuit oscillant formé par l'antenne et la terre, ce qui augmente la période ($T = 2\pi\sqrt{LC}$) et par suite la longueur d'onde.

2° Inversement, en intercalant à la base un condensateur d'antenne, qui se trouve ainsi en série avec le condensateur formé par l'antenne et la terre, on diminue la capacité (§ 324, 2°); on diminue donc la période ($T = 2\pi\sqrt{LC}$) et la longueur d'onde.

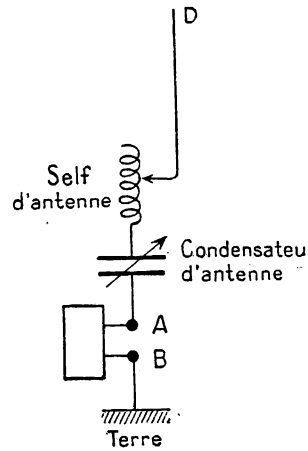


FIG. 288.

Le condensateur et la self permettent de modifier la longueur d'onde de l'antenne.

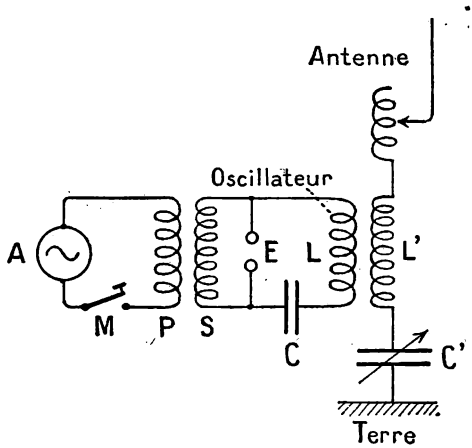


FIG. 289.

Poste émetteur de télégraphie sans fil.

412. Poste émetteur.

Un poste émetteur par ondes amorties comprend un alternateur A auquel on adjoint un transformateur survolteur (fig. 289). Un manipulateur Morse M est placé sur le circuit primaire du transformateur. Le secondaire S alimente un circuit oscillant à étincelles comprenant un éclateur E, un condensateur C et une self L. La self L induit des courants de haute fréquence dans le circuit ouvert de l'antenne, qui rayonne dans l'espace des ondes électromagnétiques. On accorde l'antenne sur le circuit oscillant en modifiant la self et la capacité d'antenne.

La hauteur du son perçu à l'appareil récepteur étant égale au nombre d'étincelles par seconde, on utilise un alternateur qui produit un courant dont la fréquence est de l'ordre de grandeur des fréquences musicales.

Quand on appuie sur le levier du manipulateur Morse, des étincelles jaillissent entre les pôles de l'éclateur E. A chacune de ces étincelles correspond un train d'oscillations amorties et, tout autour de l'antenne, un train d'ondes. En appuyant plus ou moins longtemps sur le manipulateur, on émet une série comportant un nombre plus ou moins grand de trains d'ondes; les séries prolongées de trains d'ondes correspondent aux traits de l'alphabet Morse et les séries brèves aux points de cet alphabet.

Le poste émetteur est donc le siège de deux phénomènes périodiques distincts :

1° Le courant de *haute fréquence* du circuit oscillant qui produit dans l'antenne des oscillations amorties et dans l'espace des ondes amorties de haute fréquence

2° Le courant de *basse fréquence* de l'alternateur qui règle la périodicité des étincelles et par suite la périodicité des trains d'ondes amorties.

413. Poste récepteur.

Le poste récepteur comprend, comme organes principaux : l'antenne, le téléphone et le détecteur.

Antenne réceptrice. — L'antenne réceptrice, analogue à l'antenne d'émission, est reliée à la Terre par l'intermédiaire d'une self et d'une capacité variables, qui permettent de l'accorder sur les ondes à recevoir. Les ondes de haute fréquence arrivant sur l'antenne y produisent des courants induits de même fréquence que les ondes.

Téléphone. — Un récepteur Morse ne peut servir pour la réception, car son électro-aimant, avec sa forte self, forme un obstacle presque infranchissable aux courants de haute fréquence (§ 345). On utilise alors un récepteur téléphonique et la réception se fait « au son ».

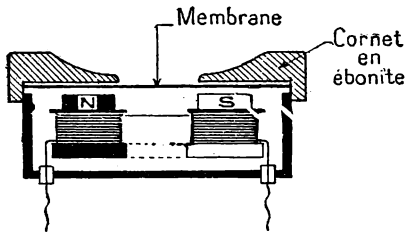


FIG. 290.
Récepteur téléphonique.

Le récepteur téléphonique ou écouteur comprend un *aimant permanent* en forme d'anneau plat, sur lequel sont fixées normalement des pièces polaires, en fer doux, qui forment les noyaux des bobines qui reçoivent le courant (fig. 290). L'armature est une membrane en fer doux de

1/4 mm d'épaisseur et de 5 cm de diamètre environ; l'entrefer qui la sépare des bobines est de l'ordre de 1/2 mm. Cette membrane est sertie sur tout son pourtour; comme elle est très amortie, elle peut subir des vibrations forcées (§ 201) et émettre tous les sons compris entre de larges limites.

Le récepteur téléphonique est insensible aux courants de haute fréquence; l'inertie de la membrane téléphonique exigerait en effet un effort énorme pour vibrer à pareille vitesse. On associe alors au téléphone un détecteur dont nous allons expliquer le rôle.

Détecteur. — Le détecteur est un appareil placé en série dans le circuit et qui laisse passer les courants plus facilement dans un sens que dans l'autre. Pratiquement, il supprime les alternances d'une même parité, comme l'indique la figure 291.

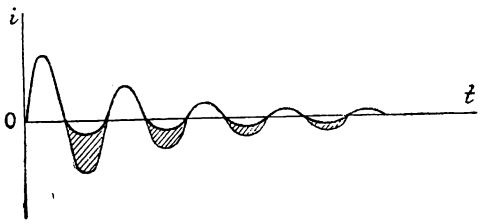


FIG. 291.
Le détecteur supprime les alternances d'une même parité.

Comme il ne reste que des alternances de même sens, la plaque, pendant la durée d'un train d'ondes, est soumise à un certain nombre d'attractions périodiques, de même sens, et d'intensités décroissantes. L'ensemble de ces attractions équivaut à une attraction unique dont la durée est celle du train d'ondes. A chaque train d'ondes, la membrane se trouve ainsi attirée; la fréquence de ces attractions est égale à la *basse fréquence* des étincelles de l'émission, laquelle est une fréquence musicale. Le récepteur téléphonique étant sensible à cette fréquence, *le téléphone émet un son pendant toute la durée de l'émission.*

Le son perçu au téléphone est interrompu comme l'émission elle-même et on y reconnaît les signaux prolongés ou brefs du poste émetteur. Une oreille exercée peut ainsi distinguer les diverses lettres de l'alphabet Morse; c'est la « lecture au son ».

Dans le ***détecteur à galène,*** par exemple, un cristal de galène (sulfure de plomb naturel SPb) est serré dans un étau métallique sur un socle isolant. Ce cristal est intercalé dans le circuit traversé par le courant à détecter, le contact étant établi à l'aide d'un fil métallique enroulé en ressort qui appuie légèrement sur le cristal (fig. 292).

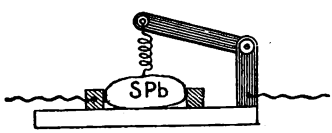


FIG. 292.
Schéma du détecteur à galène.

La résistance du détecteur est environ 10 fois plus grande lorsque le courant passe de la pointe vers le cristal que lorsqu'il passe dans l'autre sens. Aussi, pratiquement, *ce récepteur ne laisse passer le courant que de la galène vers la pointe.*

Schéma d'un poste récepteur (fig. 293). — Les ondes électromagnétiques qui arrivent sur l'antenne y induisent des courants alternatifs de haute fréquence. Par induction, L transmet ses oscillations au circuit oscillant accordé L'C'. Aux armatures du condensateur C', on réunit le détecteur et le récepteur téléphonique, shunté par le condensateur C''. Le téléphone est en effet toujours placé en dérivation sur un condensateur. Non seulement le condensateur laisse passer facilement les courants de haute fréquence (§ 349) alors que le téléphone, à cause de sa grande impédance, les arrêterait; mais encore, pendant le passage d'un train d'ondes, le condensateur se charge et, pendant l'intervalle de deux trains d'onde, il se décharge dans le téléphone, dont la membrane reçoit ainsi des impulsions régulières.

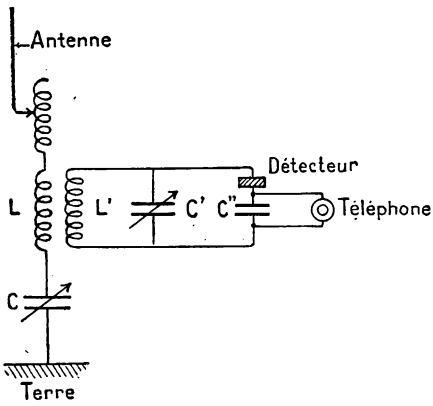


FIG. 293.

Schéma d'un poste récepteur.

II. — LAMPE A TROIS ÉLECTRODES OU LAMPE TRIODE (1)

414. Description.

La lampe à trois électrodes ou lampe triode est, comme la lampe diode (§ 435), basée sur l'émission de négatons par les corps incandescents; elle diffère de la lampe diode par l'adjonction d'une troisième électrode appelée la *grille*.

Une lampe triode comprend, dans une ampoule de verre L, où le vide a été très poussé (fig. 294) :

1° Un ***filament de tungstène*** F porté au rouge blanc par le courant de chauffage que fournit une batterie A de quelques volts;

(1) A n'étudier qu'après le chapitre XLVII : *Emissions électroniques.*

2° Une *plaque métallique* P, reliée au pôle positif d'une seconde batterie d'accumulateurs B, qui permet d'établir entre F et P une différence de potentiel de 80 à 100 volts;

3° Une *grille* G, formée par un cadre métallique à l'intérieur duquel sont tendus des fils métalliques parallèles. Elle communique à l'un des pôles d'une batterie C dont l'autre pôle est relié au pôle négatif commun des batteries A et B.

En modifiant le nombre des éléments de la batterie C ou en inversant sa polarité, on peut changer la grandeur et le sens de la différence de potentiel entre la grille et le filament.

On a ainsi établi trois circuits distincts :

— le ***circuit de chauffage du filament,*** qui comprend la batterie d'accumulateurs A et le filament F;

— le ***circuit de plaque,*** constitué par la batterie B et l'espace entre la plaque et le filament;

— le ***circuit de grille,*** qui comprend la batterie C et l'espace entre la grille et le filament. Ces trois circuits ont un *point commun*, le pôle négatif de la batterie A.

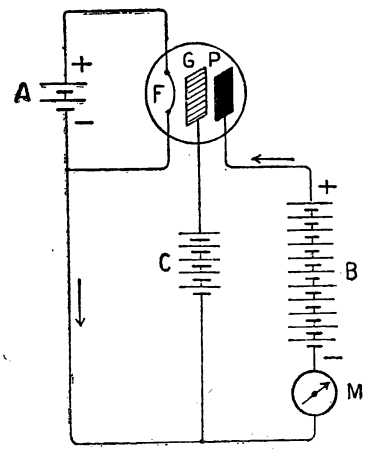


FIG. 294.
Les trois circuits de la lampe triode.

415. Caractéristique de plaque.

Supposons les éléments de B assez nombreux et cherchons comment varie l'intensité du courant dans le circuit de plaque lorsque, agissant sur la polarité et le nombre des éléments de C, on modifie le sens et la grandeur de la différence de potentiel entre la grille et le filament.

La grille étant d'abord reliée au pôle négatif d'une batterie C de 40 volts environ, le potentiel de la grille est très inférieur à celui du filament. Le milliampèremètre M indique qu'il ne passe aucun courant dans le circuit de plaque. Cela tient à ce que la grille, chargée négativement, repousse les négatons qui ne peuvent atteindre la plaque.

Diminuons le potentiel de la grille en supprimant des éléments de la batterie C; lorsque celle-ci n'en compte plus que quelques-uns, le milliampèremètre M commence à dévier. Quelques négatons, bien que repoussés par la grille, ont pu traverser les mailles de celle-ci et atteindre la plaque qui les attire. Lorsque le potentiel de la grille,

toujours négatif, diminue en valeur absolue jusqu'à s'annuler, l'intensité du courant de plaque croît très rapidement.

Si le potentiel de la grille devient positif, les négatons sont attirés à la fois par la grille et par la plaque. Mais le potentiel de la plaque étant très supérieur à celui de la grille, le plus grand nombre des négatons traversent les mailles de la grille et atteignent la plaque. Les négatons captés par la grille produisent un courant de très faible intensité dans le circuit de grille.

Enfin, si l'on élève encore le potentiel de la grille, celle-ci capte un nombre de plus en plus grand de négatons. Le courant de plaque diminue un peu tandis que le courant de grille continue à croître.

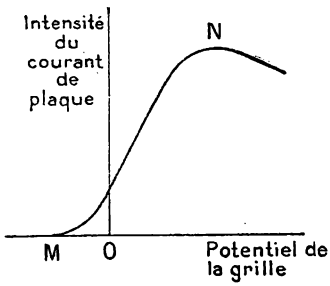


FIG. 295.
Caractéristique de plaque.

La courbe de la figure 295, appelée *caractéristique de plaque*, résume les résultats des observations précédentes. En abscisses, on a porté la différence de potentiel entre la grille et l'extrémité du filament F qui est relié au pôle négatif de la batterie A; en ordonnées, l'intensité du courant de plaque.

En faisant varier le potentiel de la grille d'une valeur OM peu inférieure à celui du filament jusqu'à une valeur supérieure, on permet le passage d'un courant dans le circuit de plaque; au contraire, on supprime le courant de plaque en abaissant le potentiel de la grille en-dessous de OM. Or, ces fermetures et ruptures du courant de plaque peuvent se faire dans des temps excessivement courts, à une fréquence d'au moins cent millions; fréquence que ne pourrait évidemment réaliser aucun interrupteur mécanique, à cause de son inertie et des frottements.

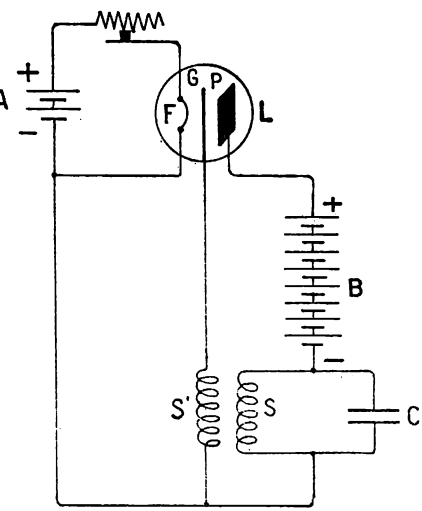


FIG. 296.
Entretien des oscillations d'un circuit.

416. Entretien des oscillations d'un circuit oscillant.

Un circuit oscillant comportant une self et une capacité et

excité par des étincelles produit des oscillations amorties. Nous pouvons obtenir des oscillations d'amplitude constante, appelées *oscillations entretenues*, en intercalant un circuit oscillant formé d'une bobine S et d'un condensateur C dans le circuit de plaque d'une lampe L (fig. 296); le circuit de grille de cette lampe comprend une self S′ couplée avec S.

Dès que nous allumons la lampe, le courant de la batterie B passe dans l'espace plaque-filament et aussi dans le circuit oscillant. Les oscillations ainsi amorcées se transmettent par induction à la bobine S′. Il en résulte des variations du potentiel de la grille de — V à + V (fig. 297) et, par suite, des variations périodiques du courant de plaque. Ce courant variable, en passant dans le circuit oscillant, y produit une force électromotrice à la fréquence propre de ce circuit. Dans ces conditions, au lieu d'avoir une série d'oscillations amorties, l'expérience montre que l'on obtient un train ininterrompu d'oscillations de haute fréquence sinusoïdales ayant la fréquence du circuit oscillant SC.

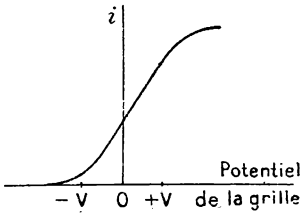


FIG. 297.

417. Entretien des oscillations d'une antenne.

La lampe triode permet également d'entretenir les oscillations d'une antenne, qui émet alors des *ondes entretenues* (fig. 298). On a intercalé dans le circuit de grille une résistance R pour éviter que le courant de grille ne prenne une trop grande valeur; un condensateur placé en dérivation aux bornes de la résistance transmet à la grille les variations de potentiel à haute fréquence.

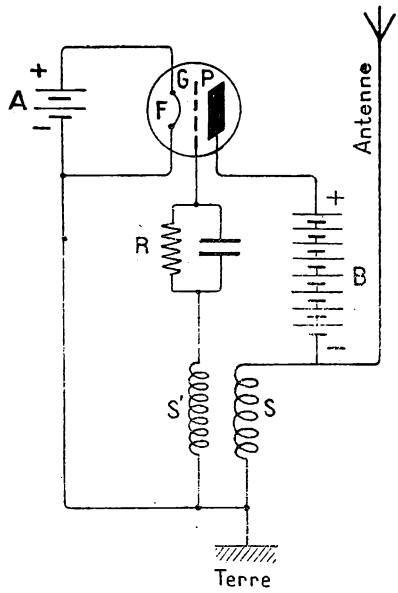


FIG. 298.
Entretien des oscillations d'une antenne.

418. Emploi de la lampe triode comme détecteur.

On peut faire jouer à la lampe triode le rôle de détecteur. Par exemple, sur le circuit de grille, intercalons un circuit oscillant SC

dont la self S est couplée à l'antenne (fig. 299). La batterie D, fermée sur un rhéostat, permet de régler le potentiel de grille à une valeur négative OK qui correspond à une forte courbure de la caractéristique de plaque (fig. 300).

Le courant qui oscille entre l'antenne et la terre détermine un courant alternatif sinusoïdal dans le circuit oscillant SC. Le potentiel de grille oscille alors entre deux valeurs représentées par V' et V et le courant de plaque varie entre OJ et OH. Ce courant de plaque peut être considéré comme la somme de deux courants :

1° Un courant constant, d'intensité OI, qui produit une attraction constante de la membrane du téléphone;

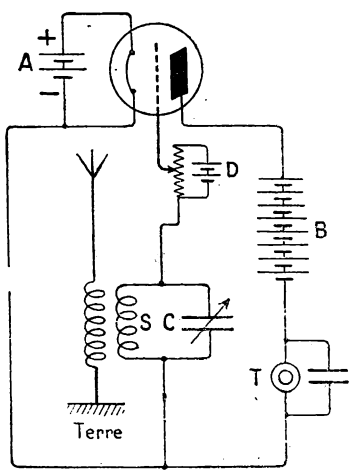


Fig. 299.
Lampe triode détectrice.

2° un courant périodique, dont les alternances contraires, ont des valeurs maxima IJ et IH différentes; ce courant périodique équivaut à un courant de même sens qui exerce sur la membrane du téléphone une attraction supplémentaire pendant toute la durée d'un train d'ondes.

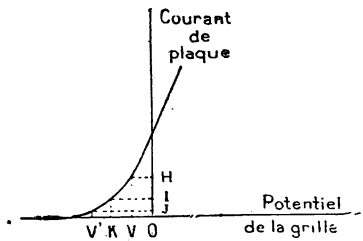


Fig. 300.

419. Principe de la téléphonie sans fil.

La téléphonie sans fil utilise exclusivement des ondes entretenues Le poste émetteur comprend une lampe capable d'émettre des oscillations de haute fréquence ayant une amplitude constante; on module ces oscillations à l'aide d'un microphone.

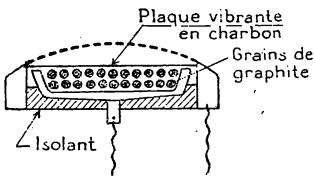


Fig. 301.
Microphone.

Un ***microphone*** est formé de grains de graphite, légèrement serrés entre une plaque mince de charbon, devant laquelle on parle, et un bloc de charbon (fig. 301); l'ensemble fait partie d'un circuit électrique. Lorsque la plaque du microphone

vibre, les pressions périodiques exercées par la plaque sur les grains de graphite modifient la résistance du microphone, laquelle varie autour d'une valeur moyenne.

Sans entrer dans le détail du montage d'un poste, disons seulement que les variations de résistance du microphone, monté généralement sur le circuit de grille d'une lampe, produisent des variations d'amplitude du courant oscillant de l'antenne. On a ainsi un courant modulé représenté par la figure 302; le nombre des sinuosités de la courbe est égal à la fréquence N du son émis devant le microphone.

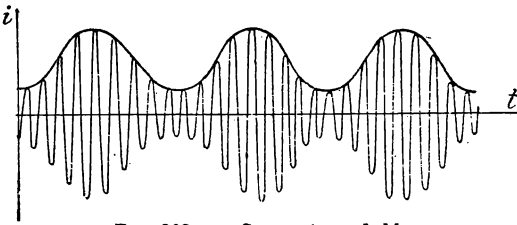


FIG. 302. — Courant modulé.

La fréquence N des variations d'amplitude est reproduite par l'antenne réceptrice; le courant, après détection et amplification, traverse un téléphone qui vibre à la fréquence musicale N.

PROBLÈME

Un condensateur variable C rotatif de T. S. F. est formé de 11 lames fixes entre lesquelles peuvent s'engager 10 lames mobiles, demi-circulaires, de 3 cm de rayon. La distance qui sépare une lame fixe d'une lame mobile est de 0,5 mm. L'angle dont tournent les lames mobiles est repéré par un index mobile sur un cadran gradué de 0 à 180°.

1° Sachant que deux lames conductrices de 100 cm² et séparées par un intervalle de 1 cm ont dans l'air une capacité de $\frac{1}{36\,\pi}$ millième de microfarad, calculer la capacité maximum du condensateur C en millièmes de microfarad, l'index étant alors à la division 180°.

2° Ce condensateur et une self de 200 microhenrys (10^{-6} henry) constituent le circuit oscillant d'entrée d'un récepteur de T. S. F. A quelles divisions se trouvera l'index lorsque le circuit sera exactement accordé sur les longueurs d'onde $\lambda_1 = 266{,}6$ m et $\lambda_2 = 533{,}2$ m ?

3° Une station émettrice réglée sur 266,6 m entretient dans le circuit une force électromotrice efficace de 1 microvolt (10^{-6} volt). Quelle est l'intensité qui s'établit alors dans le circuit qui est supposé réglé sur la même longueur d'onde et dont la résistance ohmique est de 0,1 ohm ?

4° De combien doit-on, à partir du réglage sur 266,6 m, déplacer l'index du condensateur pour réduire le courant au $\frac{1}{1\,000}$ de sa valeur afin de ne plus entendre l'émission ?

Sur quelles longueurs d'onde le circuit sera-t-il alors accordé ?

(*Bacc.*, Bordeaux, 1939.)

CHAPITRE XLVI

DÉCHARGE DANS LES GAZ [1]

I. — DÉCHARGE SOUS LA PRESSION ATMOSPHÉRIQUE

420. Production d'étincelles. Distance explosive.

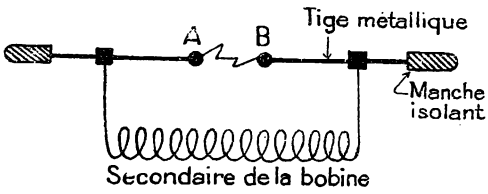


FIG. 303. — Production d'étincelles entre les boules de l'éclateur.

Utilisons une bobine d'induction dont les deux bornes sont reliées respectivement à deux tiges conductrices terminées par deux boules métalliques A et B, lesquelles constituent les boules de l'éclateur (fig. 303). Les deux boules se touchent d'abord, écartons-les peu à peu : des étincelles éclatent entre A et B. Lorsque la distance AB est suffisante, les étincelles de rupture passent seules.

Chaque étincelle, qui va d'une électrode à l'autre, ne dure qu'un temps très court. D'abord *rectiligne* lorsque les boules A et B sont rapprochées, l'étincelle devient *sinueuse*, puis *ramifiée*, lorsque la distance augmente (fig. 304). La grosseur de l'étincelle dépend de la puissance mise en jeu.

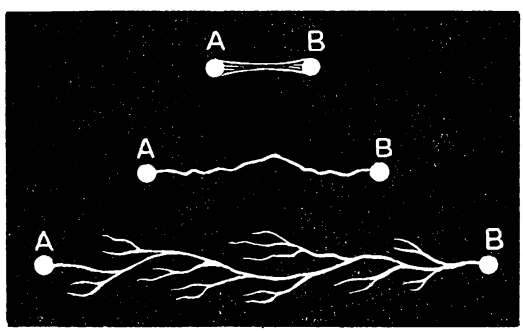


FIG. 304.
La forme des étincelles dépend de la distance entre les boules de l'éclateur.

(1) Ce chapitre ne fait pas partie du programme de la classe de Mathématiques.

Continuons à écarter les boules de l'éclateur; il arrive un moment où l'étincelle n'éclate plus. La distance :

$$AB = d$$

mesure alors ce qu'on appelle la *distance explosive*.

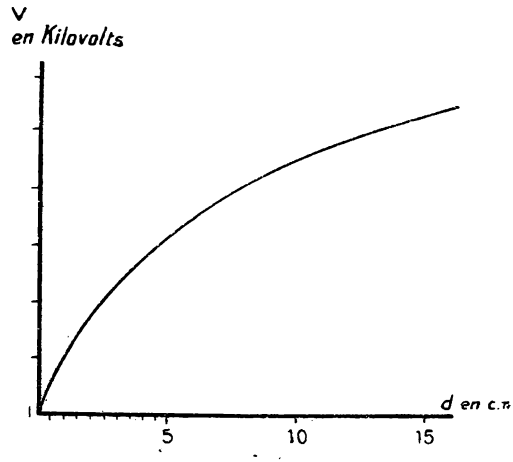


FIG. 305. — Courbe de variation du potentiel explosif avec la distance des boules de l'éclateur.

Cette distance explosive d est une fonction de la différence de potentiel V entre les deux électrodes; elle augmente avec V, mais ne lui est pas proportionnelle; sa valeur dépend d'ailleurs de la forme des électrodes. La figure 305 représente la variation du *potentiel explosif*, en fonction de la distance, dans le cas d'électrodes sphériques; on peut remarquer que le potentiel explosif croît moins vite que la distance.

421. Effluve électrique.

Lorsque les deux électrodes sont larges et recouvertes d'un isolant solide, une lame de verre, par exemple, on n'obtient pas d'étincelles. La décharge électrique se manifeste alors entre les deux lames par une lueur violette très pâle, que l'on appelle *effluve* (fig. 306).

L'effluve électrique sert, en particulier, à transformer l'oxygène en ozone.

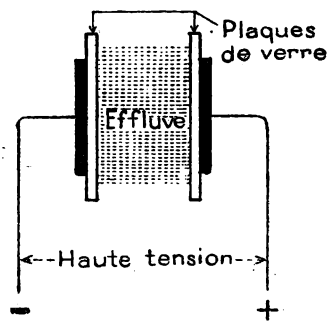


FIG. 306.
Effluve électrique.

II. — DÉCHARGE ÉLECTRIQUE DANS LES GAZ RARÉFIÉS INFLUENCE DE LA PRESSION

422. Variation du potentiel explosif avec la pression du gaz.

Pour une même valeur de la distance entre les électrodes, le potentiel explosif dépend de la pression. Si l'on diminue la pression dans un tube à partir de la pression atmosphérique, le potentiel explosif diminue d'abord, passe par un minimum pour une pression voisine de 1/100 de millimètre de mercure, puis augmente considérablement (fig. 307).

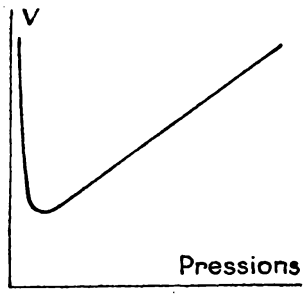


FIG. 307.
Courbe de variations du potentiel explosif avec la pression.

L'aspect du tube, sous l'influence de la décharge électrique, dépend de la pression du gaz. Nous allons décrire les phénomènes observés lorsque, à l'aide d'une pompe à vide, on diminue progressivement la pression dans un tube de verre cylindrique possédant une électrode à chaque extrémité.

423. Aspects successifs de la décharge dans un gaz, lorsque la pression diminue.

Lorsque la pression dans le tube descend aux environs de 100 millimètres de mercure, l'étincelle en zigzag est remplacée par un ou plusieurs filets luminescents, qui vont d'une électrode à l'autre. Ces filets sont sensibles à l'action d'un champ magnétique; leur grosseur augmente à mesure que diminue la pression. Pour une pression voisine de 10 millimètres de mercure, la lueur finit par remplir tout le tube : on lui donne le nom de *colonne positive*. La teinte dépend de la nature du gaz contenu dans le tube; par exemple, la lueur est rouge orangé avec le néon, rose avec l'azote, verte avec la vapeur de mercure, etc.

La pression diminuant encore, la colonne positive se stratifie, en même temps qu'un espace obscur, dit de Faraday, la sépare de la cathode, laquelle apparaît entourée d'une gaine lumineuse bleuâtre. La pression dans le tube est alors voisine de 1 millimètre de mercure.

Lorsque la pression s'est abaissée à 1/10 de millimètre de mercure, la gaine lumineuse cathodique s'est séparée de la cathode et forme la

lumière négative. L'espace de Faraday augmente et la colonne positive reflue peu à peu vers l'anode.

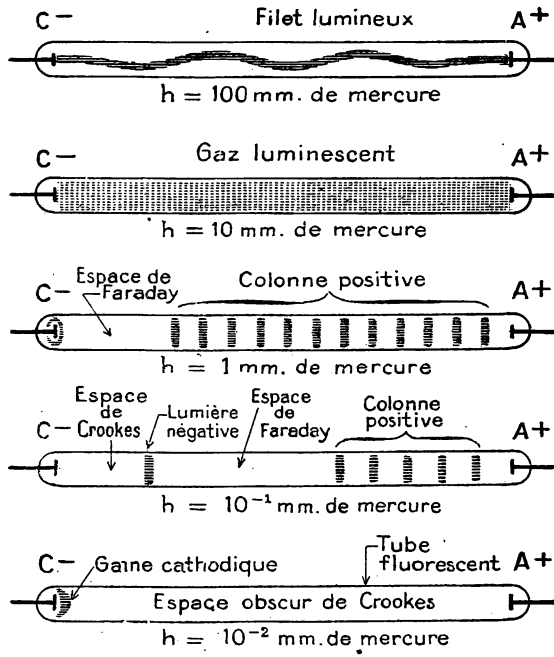


FIG. 308.

Aspects successifs de la décharge dans un gaz, en fonction de la pression.

Enfin, la colonne positive disparaît pour une pression de l'ordre de 1/100 de millimètre de mercure; la lumière négative disparaît à son tour et l'espace obscur qui la séparait de la cathode, appelé espace de Crookes, envahit tout le tube. Cependant, la décharge continue à passer, produisant en particulier les *rayons cathodiques*, qui feront l'objet du chapitre suivant. Le verre du tube prend une fluorescence verdâtre. L'intensité du courant est de l'ordre du milliampère.

A partir d'une pression voisine du millième de millimètre de mercure, la fluorescence du verre cesse également et la décharge électrique ne passe plus dans le tube.

424. Applications de la luminescence.

1° **Eclairage par luminescence.** — Les tubes luminescents utilisés pour la décoration et la publicité contiennent des gaz divers sous des pressions de quelques millimètres de mercure.

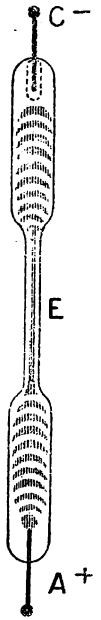


Fig. 309. Tube de Plücker.

Il se forme dans le tube des lueurs caractéristiques du gaz employé. En particulier, les tubes au néon donnent une teinte rouge orangé et ne nécessitent qu'une tension peu élevée. Par exemple, un tube de 1 centimètre de diamètre et de 1 mètre de longueur fonctionne sous une tension efficace de 2 000 volts fournie par un transformateur survolteur.

Le rendement lumineux de ces appareils est excellent; les tubes s'échauffent à peine, d'où le nom de *lumière froide* donnée à la lumière qu'ils émettent.

2° **Tubes de Plücker.** — Dans ces tubes, utilisés en spectroscopie, la lumière est particulièrement concentrée dans la partie étroite E (fig. 309). C'est cette partie du tube que l'on place devant la fente du spectroscope; on obtient ainsi le spectre de raies caractérisant le gaz considéré.

3° **Lampes veilleuses au néon.** — Ces lampes peuvent fonctionner sous les tensions ordinaires des secteurs, 110 volts par exemple. Elles possèdent deux électrodes métalliques C et D (fig. 310). En courant continu, la cathode apparaît entourée d'une gaine lumineuse. En courant alternatif, les deux électrodes sont tour à tour lumineuses, comme le montre l'observation au miroir tournant; mais, à cause de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, elles paraissent l'une et l'autre entourées d'une gaine lumineuse dont l'éclat est suffisant pour une lampe veilleuse. La puissance dépensée est trop faible (quelques watts seulement) pour actionner les compteurs.

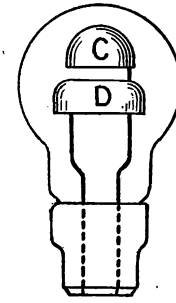


Fig. 310. Lampe veilleuse au néon.

CHAPITRE XLVII

ÉMISSIONS ÉLECTRONIQUES

1. — RAYONS CATHODIQUES

425. — Lorsque la décharge électrique se produit dans un gaz dont la pression est de l'ordre du centième de millimètre de mercure, le gaz cesse d'être lumineux, mais le verre situé en face de la cathode devient luminescent. La cathode est alors le siège d'une émission particulière appelée ***rayonnement cathodique;*** l'appareil est connu sous le nom de *tube de Crookes.*

426. Propriétés des rayons cathodiques.

1° ***Les rayons cathodiques provoquent la fluorescence d'un grand nombre de corps.***

Ainsi, le verre donne une fluorescence verte ou bleue, suivant sa composition. En introduisant dans le tube de Crookes, en face de la cathode, des substances diverses, celles-ci prennent des teintes variées : le platinocyanure de baryum devient verdâtre, le tungstate de cadmium devient bleu, la craie et le marbre rouge orangé, etc.

2° ***Les rayons cathodiques se propagent en ligne droite normalement à la cathode.***

Leur trajectoire est indépendante de la position de l'anode; on peut s'en assurer à l'aide d'un tube de Crookes possédant plusieurs anodes que l'on utilise successivement (fig. 311) : la tache luminescente se produit toujours sur la partie de paroi opposée à la cathode, et sa position ne varie pas quand on change d'anode. En particulier, si la cathode est sphérique concave, les rayons cathodiques passent tous par le centre de courbure.

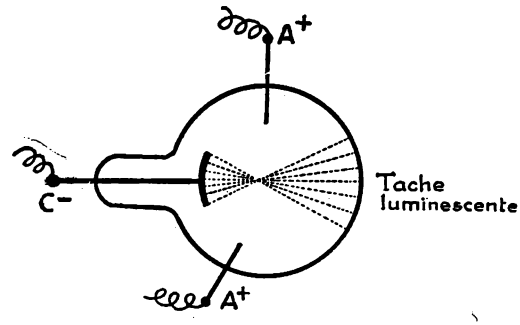


FIG. 311.
Propagation rectiligne des rayons cathodiques.

3° *Les rayons cathodiques sont arrêtés par les corps solides.*

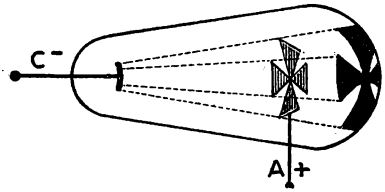


FIG. 312.

Les rayons cathodiques ne traversent pas la croix métallique.

On le montre par la belle expérience de la croix (fig. 312). La cathode est sphérique convexe et les rayons cathodiques semblent provenir du centre de courbure. A l'intérieur du tube, sur le trajet des rayons, on a disposé une croix métallique : l'ombre de la croix apparaît nettement au milieu de la fluorescence verte de la paroi.

4° *Les rayons cathodiques sont déviés par le champ électrique.*

Dans l'appareil de la figure 313, le faisceau cathodique, diaphragmé par un écran, passe dans le champ électrique existant entre les plateaux d'un condensateur plan. La trajectoire rectiligne des rayons cathodiques se trouve modifiée par le champ électrique et le faisceau s'incline du côté du plateau chargé positivement.

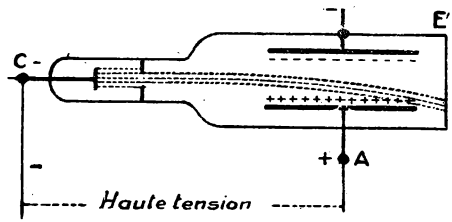


FIG. 313.

Déviation des rayons cathodiques par un champ électrique.

5° *Les rayons cathodiques sont déviés par le champ magnétique.*

On le vérifie en approchant un aimant du tube de Crookes dans lequel le faisceau cathodique a été diaphragmé par un écran : la tache

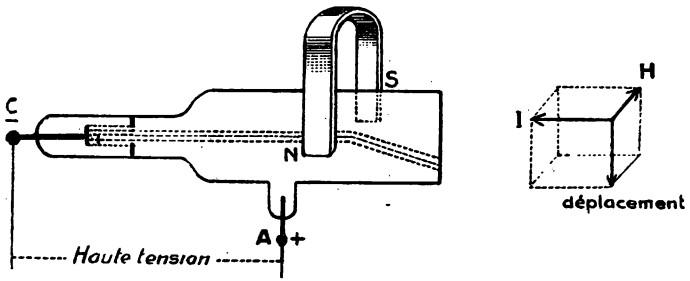


FIG. 314.

Déviation des rayons cathodiques par un aimant.

luminescente produite sur la paroi par le faisceau cathodique se trouve déplacée (fig. 314). *Le sens de la déviation est le même que s'il s'agissait d'un courant se dirigeant vers la cathode.*

6° ***Les rayons cathodiques transportent de l'énergie.***

Cette énergie peut se manifester de différentes façons :

Le tube de la figure 315 renferme une petite roue à palettes de mica, dont l'axe repose sur deux tiges de verre horizontales BD. Les rayons cathodiques, en frappant les palettes, font tourner la roue dans le sens de la flèche.

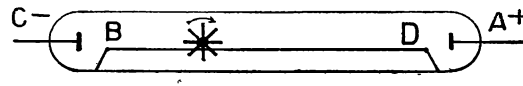


FIG. 315.

Le rayons cathodiques font tourner la roue à palettes de mica.

Les corps solides situés sur le trajet des rayons cathodiques s'échauffent; on peut ainsi faire fondre un morceau de platine placé au centre de courbure d'une cathode sphérique.

Enfin, nous verrons, dans le chapitre suivant, que les solides frappés par les rayons cathodiques émettent des radiations nouvelles appelées rayons X.

427. Nature des rayons cathodiques.

Pour expliquer les expériences précédentes, on admet que le faisceau cathodique est formé de petits corpuscules partant de la cathode et porteurs d'électricité négative. L'étude de leur trajectoire sous l'action de champs électriques et magnétiques connus a permis de déterminer la vitesse v de ces corpuscules, leur charge e et leur masse m.

La vitesse v varie de 10 000 à 100 000 km par seconde. Quant à e et à m, ils sont constants et ont pour valeur :

$$e = 1{,}60.10^{-19} \text{ coulomb.} \qquad m = 9.10^{-28} \text{ gramme.}$$

Ces grains d'électricité négative sont donc identiques entre eux : on les appelle ***électrons négatifs*** ou ***négatons.***

Les rayons cathodiques sont les trajectoires des négatons projetés par la cathode dans les tubes à gaz très raréfiés.

Nous allons voir que le négaton est un constituant fondamental de la matière et quel est son rôle dans la production du courant électrique.

II. — STRUCTURE GRANULAIRE DE L'ÉLECTRICITÉ

428. — Pendant longtemps, on a considéré l'électricité comme un fluide impondérable qui, en se déplaçant dans les corps conducteurs, produit ce que nous avons appelé le courant électrique; la partie de la Physique qui étudie les propriétés du courant est l'*Electricité dynamique*. Mais ce fluide électrique peut également rester en repos dans certaines conditions et donner ainsi naissance à de nouveaux phénomènes étudiés en *Electricité statique;* un condensateur chargé nous en fournit un exemple.

On distinguait alors deux espèces d'électricité appelées *électricité positive* et *électricité négative*. Deux corps chargés d'électricité se repoussent ou s'attirent suivant que leurs charges sont de même signe ou de signes contraires; de plus, ces répulsions et attractions varient en raison inverse du carré de la distance : c'est la loi de Coulomb relative aux actions électriques, analogue à la loi qui régit les actions entre masses magnétiques.

Avec cette hypothèse, le courant électrique pouvait être considéré, aussi bien comme un mouvement d'électricité positive dans la direction que nous avons arbitrairement choisie comme sens du courant, que comme un mouvement d'électricité négative en sens contraire du précédent.

429. L'électron négatif ou négaton.

On admet actuellement que l'électricité est un constituant fondamental de la matière. Chaque atome serait formé d'un noyau central, porteur d'électricité positive et dans lequel se trouverait concentrée presque toute la masse de l'atome. Autour de ce noyau gravitent des corpuscules électrisés négativement. On a pu mesurer la masse et la charge électrique de ces corpuscules. Fait remarquable, on les a trouvés tous identiques entre eux : on les appelle *électrons négatifs* ou ***négatons.***

Chaque négaton possède une charge négative :

$$-e = 1{,}60.10^{-19} \text{ coulomb.}$$

et une masse :

$$m = 9.10^{-28} \text{ gramme.}$$

La masse d'un négaton est environ 1 840 fois plus petite que la masse de l'atome d'hydrogène lequel est cependant le plus léger des atomes.

La charge positive du noyau est égale, en valeur absolue, à la charge négative de l'ensemble des négatons qui gravitent autour de lui, de telle sorte que les charges positive et négative se neutralisent et que l'atome entier se trouve à l'état neutre.

430. L'atome.

Nous nous représentons ainsi chaque atome comme un système solaire en miniature, les négatons gravitant sur des trajectoires circulaires autour du noyau central tout comme les planètes gravitent autour du soleil.

L'atome d'hydrogène, le plus simple, ne possède qu'un seul négaton. La charge du noyau est donc égale à $+ e$ (fig. 316).

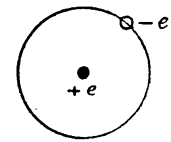


FIG. 316.

Atome d'hydrogène.

Lorsqu'un atome possède Z négatons qui gravitent autour du noyau dans l'atome neutre, la charge totale de ces négatons étant égale à $- Ze$, la charge du noyau est $+ Ze$. Le nombre $+ Z$ s'appelle le *nombre atomique de l'élément*. Quand on classe les éléments par ordre de masses atomiques croissantes, le nombre atomique augmente d'une unité en passant d'un élément au suivant (classification périodique de Mendeleïeff); le nombre Z est ainsi égal au numéro d'ordre de la case qu'occupe l'élément dans le tableau périodique. Ce nombre atomique est égal à 1 pour l'hydrogène (H = 1), à 2 pour l'hélium (He = 4), etc.; pour le dernier élément, l'uranium (U = 238), le nombre atomique est égal à 92. Par exemple, l'atome de sodium renferme 11 négatons disposés sur 3 couches; l'atome de chlore possède 17 négatons (fig. 317).

Le diamètre des atomes est de l'ordre de 10^{-8} cm, c'est-à-dire que l'on peut, en toute première et très grossière approximation, les considérer comme des sphères ayant ce diamètre. Les dimensions du noyau, 100 000 fois plus petites que celles de l'atome, sont de l'ordre de 10^{-13} cm.

431. Les ions.

Lorsqu'un atome perd un ou plusieurs négatons, il se trouve au total chargé positivement et constitue un ***ion positif.***

Au contraire, quand un atome capte un ou plusieurs négatons en surplus, il possède une charge négative et forme un ***ion négatif.***

Par exemple, un atome d'hydrogène ou un atome de sodium peuvent perdre un négaton périphérique et devenir des *ions positifs*, de charge $+ e$, que nous représenterons par :

$$H^+ \qquad \text{et} \qquad Na^+.$$

Un atome de chlore peut prendre un négaton supplémentaire, ce qui porte à 8 le nombre de négatons de la couche périphérique; on a ainsi un *ion négatif*, de charge $-e$, que nous représenterons par :

$$Cl^{-}.$$

Un atome de cuivre pourra, de même, perdre deux négatons et devenir un *ion positif* de charge $+2e$, que nous représenterons par :

$$Cu^{++}.$$

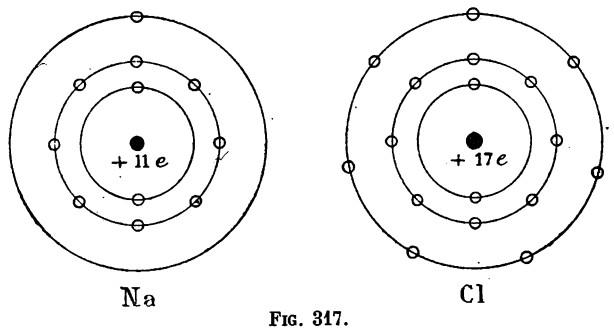


FIG. 317.
Atomes de sodium et de chlore.

432. Le courant électrique.

Examinons comment les hypothèses précédentes rendent compte du mécanisme du courant électrique dans les conducteurs métalliques et les électrolytes.

1° **Conducteurs métalliques.** — Dans un métal peuvent exister à la fois des atomes neutres, avec leurs négatons au complet, des ions positifs formés d'atomes ayant perdu des négatons et des négatons libres provenant des atomes précédents. Ces négatons libres circulent entre les atomes neutres et les ions positifs sur lesquels ils rebondissent; cette agitation désordonnée n'a aucun effet à l'extérieur. Mais si l'on relie les extrémités du fil métallique à un générateur d'électricité, tel qu'une pile ou un accumulateur, celui-ci crée dans le fil un champ électrique sous l'influence duquel les négatons se dirigent du pôle négatif au pôle positif. Ce mouvement d'ensemble des négatons, se superposant à leur mouvement désordonné, constitue le *courant électrique*.

On a pu comparer l'ensemble d'un circuit métallique à une courroie supportant des fourmis, qui figurent les négatons libres. La courroie étant au repos, les fourmis s'agitent rapidement dans tous les sens en un mouvement désordonné : c'est l'image du fil lorsqu'aucun courant ne le parcourt. Entraînons la courroie avec une vitesse faible;

en plus de leur mouvement désordonné, les fourmis participent au mouvement de translation de la courroie : c'est l'image du fil parcouru par un courant continu.

Pour nous représenter le courant alternatif, nous devons imaginer que la courroie qui supporte les fourmis, au lieu d'être entraînée dans un mouvement de translation, est seulement animée d'un mouvement de va-et-vient, d'amplitude faible et de période égale à la période du courant alternatif.

L'intensité d'un courant continu est égale au produit de la charge e d'un négaton par le nombre n de négatons qui traversent en une seconde une section droite du conducteur :

$$i = ne.$$

Pour une intensité de 1 ampère, le nombre n de négatons est :

$$n = \frac{i}{e} = \frac{1}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 6{,}25 \cdot 10^{18}.$$

Un courant de 1 ampère correspond au passage à travers une section droite du circuit de plus de 6 milliards de milliards de négatons par seconde.

Conclusion. — ***Dans le cas d'un métal, le courant est produit uniquement par le mouvement des négatons.***

Ce mouvement des négatons a lieu dans la direction opposée à celle que nous avons arbitrairement choisie comme sens du courant.

2° **Electrolytes.** — Les molécules de l'électrolyte sont partiellement dissociées en ions, et le courant électrique est dû au déplacement de ces ions dans le liquide. Nous allons prendre comme exemple l'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium ClNa.

Dans la solution, certaines molécules de ClNa sont scindées en deux. Les atomes de sodium, qui renferment un seul négaton sur la couche périphérique (fig. 317), perdent ce négaton et deviennent ainsi des ions positifs Na^+. Au contraire, les atomes de chlore dont la couche périphérique comporte 7 négatons fixent chacun un négaton cédé par un atome de sodium et sont ainsi transformés en ions négatifs Cl^-. C'est le phénomène de la ***dissociation électrolytique.***

En l'absence de champ électrique, les ions de signes contraires ne peuvent se séparer notablement, par suite de leurs attractions mutuelles. Mais, lorsqu'on fait plonger dans la solution deux électrodes réunies aux pôles d'un générateur de courant continu, il se produit entre les électrodes un champ électrique. Les ions positifs Na^+ se déplacent dans le sens du champ, qui est aussi celui du courant, et ils arrivent sur la cathode à laquelle ils reprennent un négaton; ils deviennent ainsi des atomes de sodium ordinaires,

capables en particulier d'agir sur l'eau pour donner de la soude avec dégagement d'hydrogène. Les ions Cl^- se déplacent en sens contraire du champ et se dirigent sur l'anode, à laquelle ils cèdent un négaton pour redevenir des atomes de chlore.

CONCLUSION. — ***Dans un électrolyte, le courant électrique est dû au mouvement simultané, dans les deux sens, des ions positifs et des ions négatifs.***

433. Théorie de l'émission cathodique.

Dans un tube à gaz raréfié, les molécules gazeuses sont en partie ionisées par le champ électrique, en donnant naissance à des négatons libres et à des ions positifs; ce phénomène se produit surtout au voisinage de la cathode, où le champ est considérable. Sous l'influence du champ électrique, les négatons se dirigent vers l'anode, et les ions positifs vers la cathode.

Lorsque la pression dépasse le 1/100 de millimètre de mercure, le libre parcours des négatons est faible, car ils rencontrent des molécules qu'ils ionisent à leur tour. Les nouveaux négatons formés se dirigent vers les potentiels croissants, et le courant passe ainsi de proche en proche de l'anode à la cathode.

Mais, lorsque la pression est inférieure au 1/100 de millimètre de mercure, les négatons produits au voisinage immédiat de la cathode sont lancés suivant les lignes de force du champ, c'est-à-dire à peu près normalement à la cathode. Bien qu'attirés par l'anode, leur vitesse est telle que leur trajectoire est pratiquement rectiligne jusqu'à ce qu'ils rencontrent un obstacle qui les ralentit. Ils se diffusent alors et s'acheminent vers l'anode sans produire d'effets sensibles.

Quant aux ions positifs qui arrivent sur la cathode, après avoir repris les négatons qui leur manquent, ils se diffusent dans la masse gazeuse.

Si la cathode est percée de trous, certains ions positifs traverseront ces ouvertures et formeront en arrière de la cathode les *rayons canaux* ou *rayons positifs* (§ 458).

NOUVELLE UNITÉ D'ÉNERGIE : L'ELECTRON-VOLT

434. En Physique électronique, l'unité d'énergie est l'*électron-volt* :

L'électron-volt est l'énergie acquise par un négaton subissant une chute de potentiel de un volt.

La charge d'un négaton étant de $1{,}60.10^{-19}$ coulomb, l'électron-volt (abréviation *ev*) a pour valeur :

$$1 \text{ électron-volt} = 1{,}60.10^{-19} \text{ joule} = 1{,}60.10^{-12} \text{ erg.}$$

L'électron-volt étant une unité très petite, on utilise souvent un de ses multiples, le *Méga-électron-volt* (abréviation Mev), qui vaut un million d'électrons-volts :

$$1\ Mev = 10^6\ ev = 1{,}60.10^{-13}\ J = 1{,}60.10^{-6}\ erg.$$

Comme 1 calorie équivaut à 4,18 joules, la valeur de 1 Mev en calories est :

$$1\ \text{Mev} = \frac{1{,}60.10^{-13}}{4{,}18} = 3{,}83.10^{-14}\ \text{calorie}.$$

$$1\ Mev = 3{,}83.10^{-14}\ calorie.$$

III. — EFFET THERMOIONIQUE

435. — ***Le phénomène thermoionique consiste en une émission de négatons par un corps porté à une température élevée.***

Un corps solide quelconque, dont la température est supérieure à 1 000° par exemple, abandonne une partie de ses négatons superficiels. Dans le vide, les négatons ainsi émis enveloppent le solide d'une atmosphère négative. Mais si, dans le voisinage, se trouve un corps chargé positivement, ce dernier attire les négatons et une circulation de négatons peut ainsi s'établir.

Le phénomène thermoionique peut être étudié à l'aide de la *lampe diode* ou lampe à deux électrodes de *Flemming*.

436. Lampe diode.

Description et fonctionnement. — Une ampoule de verre L, dans laquelle le vide a été très poussé, renferme un filament de tungstène F porté au rouge blanc par le courant de chauffage que fournit une batterie A de quelques volts (fig. 318). La plaque métallique P est reliée au pôle positif d'une seconde batterie d'accumulateurs B qui permet d'établir entre F et P une différence de potentiel de 80 à 110 volts.

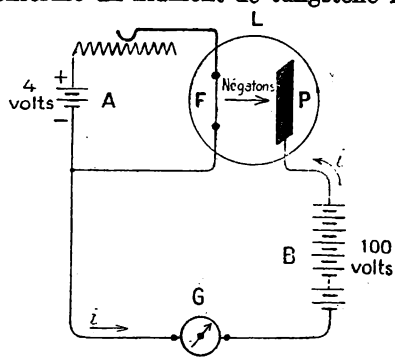


FIG. 318.
Installation de la lampe diode.

Dès que le filament est porté à l'incandescence, le milliampèremètre G indique le passage d'un courant. En effet, les négatons émis par le filament incan-

descent F sont attirés par la plaque P chargée positivement. Comme le vide est poussé dans l'ampoule jusqu'à 10^{-6} mm de mercure, les négatons peuvent franchir la distance FP sans rencontrer d'obstacles. Le circuit BPFG se trouve donc fermé, à l'intérieur de la lampe, par le flux des négatons qui se dirigent de F vers P, ce qui correspond à un courant d'intensité i en sens contraire du mouvement des négatons. C'est ce courant qui a fait dévier le milliampèremètre G.

Etude quantitative. — Cette étude montre que le courant, mesuré au milliampèremètre, dépend de la différence de potentiel filament-plaque et de la température du filament.

1° Pour une différence de potentiel donnée, le courant est d'autant plus intense que la température du filament est plus élevée.

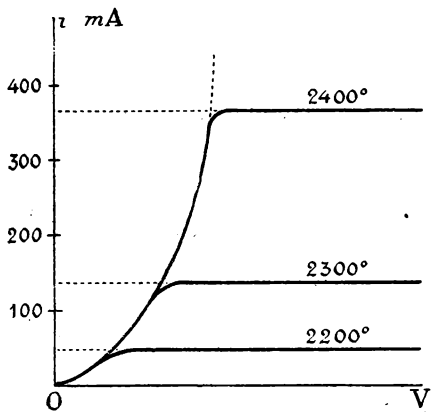


FIG. 319.
Caractéristiques de la lampe diode.

2° Pour une température donnée du filament, l'intensité du courant augmente avec la différence de potentiel filament-plaque jusqu'à une valeur maximum, appelée *courant de saturation* : tous les négatons émis par le filament sont alors captés par la plaque.

Sur la figure 319, on a porté en abscisses les différences de potentiel V filament-plaque et en ordonnées les intensités du courant i, en milliampères. Les courbes ainsi obtenues sont les *caractéristiques* de la lampe diode.

REMARQUE. — Si la plaque P était reliée au pôle négatif de la batterie B, la plaque chargée négativement repousserait les négatons, et le milliampèremètre n'indiquerait aucun courant. Donc :

La lampe diode ne laisse passer le courant que dans un sens : elle constitue une *valve*.

437. Applications de l'effet thermoionique.

Les lampes diodes ou lampes *valves* peuvent jouer le rôle de ***redresseur*** de courant. Supposons que l'on porte la plaque à des potentiels alternativement positifs et négatifs; elle ne laisse passer le courant que lorsqu'elle est positive par rapport au filament. Si la tension plaque alternative est fournie par le secondaire d'un transformateur de courant alternatif, on obtient dans la lampe diode un courant de

sens constant, appelé *courant redressé*, avec lequel on peut, par exemple, charger une batterie d'accumulateurs (fig. 320).

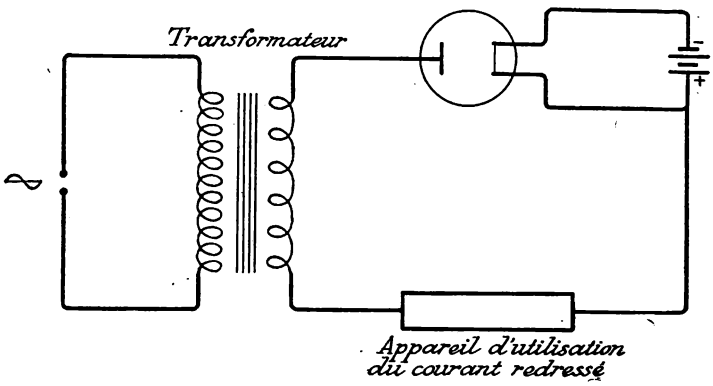


FIG. 320.
Utilisation de la lampe diode comme redresseur.

Les ***kénotrons*** sont des lampes diodes parfaitement vides (10^{-6} mm de mercure) et capables de supporter des tensions élevées; ils sont couramment employés pour redresser les courants alternatifs.

Enfin, on utilise également comme redresseurs industriels des diodes à atmosphère gazeuse. La lampe ***Tungar,*** par exemple, est une lampe-valve dont le filament est en *tungstène* et qui contient de l'*argon* (pression = 5 cm de mercure), d'où son nom de Tung-ar.

Nous avons étudié (§ 414), le principe d'une lampe à trois électrodes ou ***triode,*** qui a de nombreux usages en T. S. F.

IV. — OSCILLOGRAPHE CATHODIQUE

438. — L'oscillographe cathodique est un appareil très employé dans les laboratoires, et même dans l'industrie, pour analyser par enregistrement des différences de potentiel dont les vibrations sont très rapides.

439. Description.

L'appareil, représenté par la figure 321, comprend :

1° ***une source de négatons*** C, qui peut être la cathode d'un tube à rayons cathodiques, ou la cathode incandescente d'une lampe diode

2° ***un écran fluorescent*** E, formé le plus souvent par un disque de verre, dont la face intérieure est enduite de tungstate de cadmium. Le faisceau de négatons émis par la cathode devient, en traversant l'ouverture étroite d'un diaphragme D, un pinceau délié qui donne, sur l'écran E, une tache lumineuse A.

Si l'écran E est remplacé par une plaque photographique, les négatons l'impressionnent et la tache apparaîtra au développement;

3° ***un condensateur*** PP′, dont les plateaux sont horizontaux. Si ces plateaux sont reliés aux bornes de la différence de potentiel alternative V à étudier, il se produira entre eux un champ électrique vertical qui fera osciller A suivant une droite verticale Oy;

4° ***deux bobines*** B et B′, reliées aux bornes d'une différence de potentiel accessoire V′; les bobines sont parcourues par le courant dans le même sens, ce qui crée entre elles un champ magnétique vertical qui déplacera la tache A suivant une droite horizontale Ox.

Remarque. — Il reviendrait au même d'utiliser un second condensateur à la place des bobines B et B′; pour produire un déplacement horizontal de la tache A, les plateaux de ce condensateur devraient être verticaux.

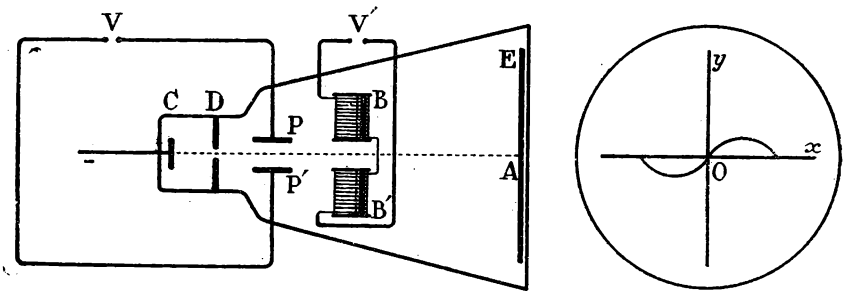


Fig. 321. — Oscillographe cathodique.

440. Fonctionnement.

On s'est arrangé pour que la tension accessoire V′ ait même période que la tension à étudier V; de plus, au cours de chaque période, V′ doit *varier linéairement avec le temps.*

Le condensateur PP′ *seul* provoquerait un déplacement vertical de la tache A. L'ordonnée du point A, mesurée sur Oy (fig. 321) est proportionnelle à la valeur *instantanée* de la tension V.

Les bobines BB′ *seules* donneraient à la tache A un déplacement horizontal; pendant une période, l'abscisse de A, mesurée sur Ox, est proportionnelle au temps.

L'action simultanée du condensateur et des bobines, pendant une période, fait décrire au point lumineux A une courbe qui représente les variations de V en fonction du temps.

Comme V et V′ ont même fréquence, la courbe précédente se reproduit identique à elle-même pendant chaque période; à cause de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, l'œil aperçoit sur l'écran E une courbe lumineuse continue.

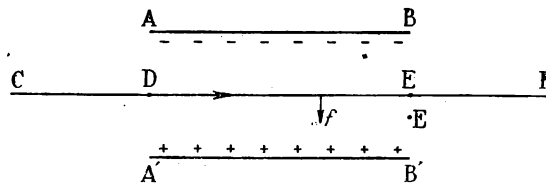
Le faisceau cathodique étant sans inertie peut se déplacer très vite; aussi l'appareil permet-il d'étudier des tensions alternatives de très haute fréquence.

PROBLÈME

1° Une cathode émet des électrons qui parcourent d'un mouvement uniforme et avec une vitesse V = 10 000 km/s une droite CDEF. La masse d'un électron est $m = 9{,}1.10^{-28}$g. Sa charge électrique négative est $q = 1{,}60.10^{-19}$ coulombs.

Calculer l'énergie cinétique d'un électron, d'abord en ergs, puis en électrons-volts.

(L'électron-volt est l'énergie acquise par un électron accéléré par une différence de potentiel de 1 volt. On calculera donc d'abord la valeur en ergs de l'électron-volt en se rappelant qu'une charge de q coulombs subissant une chute ou une élévation de potentiel de v volts abandonne ou reçoit une quantité totale d'énergie $w_{\text{joules}} = q_{\text{coulombs}} \times v_{\text{volts}}$



2° De part et d'autre de DE et en regard l'un de l'autre, on dispose deux plateaux AB et A′B′ égaux et parallèles à DE; AB est chargé négativement et A′B′ positivement (entre ces deux plateaux existe un champ électrique, comme entre les armatures d'un condensateur).

Un électron placé à l'intérieur du rectangle ABB′A′ est soumis à une force constante en grandeur et en direction : $f = \dfrac{1}{8.10^{11}}$ dynes. En dehors du rectangle, la force est nulle.

a) Déterminer en direction, sens et grandeur, l'accélération du mouvement d'un électron tant qu'il reste entre les plateaux AB, A′B′.

b) Démontrer que sa trajectoire, à partir de D et jusqu'à la sortie du rectangle, devient une parabole.

c) Sachant que DE = 40 cm, calculer le déplacement EE′ mesuré sur BB′ que le champ fait subir à la particule.

d) Quelle est la trajectoire de l'électron en sortant du champ, c'est-à-dire au-delà de BB′ ?

(*Bacc. Math.*, Lausanne, 1948.)

CHAPITRE XLVIII (1)

EFFET PHOTOÉLECTRIQUE

441. Emission de négatons par les métaux éclairés.

L'effet photoélectrique consiste en une émission de négatons par la surface d'un métal sous l'influence de radiations lumineuses convenables qui viennent la frapper.

REMARQUE. — Les radiations lumineuses provoquent encore le départ des négatons quand elles rencontrent un solide quelconque, ou un liquide, ou même un gaz; mais le cas des métaux est le seul intéressant dans la pratique.

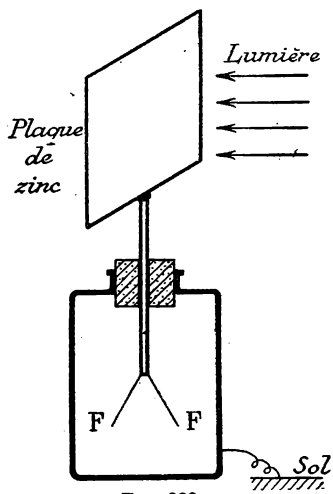


FIG. 322.

Mise en évidence de l'effet photoélectrique.

442. Expérience fondamentale.

Cette expérience, réalisée pour la première fois par *Hallwachs* en 1886, peut être répétée de la façon suivante :

Une plaque de *zinc*, fraîchement nettoyée ou amalgamée, est fixée sur un électroscope à feuilles d'or (fig. 322) et chargée positivement ou négativement : les feuilles de l'électroscope divergent.

Dans l'obscurité ou à la lumière diffuse, l'électroscope conserve très longtemps sa charge, quel qu'en soit le signe.

Eclairons la plaque de zinc avec un *arc électrique nu*, qui émet une lumière intense, assez riche en radiations ultraviolettes; nous observerons les faits suivants :

(1) Ce chapitre a été rédigé en collaboration avec M. QUEYSANNE, professeur au Lycée Janson de Sailly.

1° Si la plaque est chargée *positivement*, rien ne se produit : la divergence des feuilles d'or de l'électroscope ne se modifie pas.

2° Si la plaque est chargée *négativement*, les feuilles retombent en quelques secondes, ce qui prouve une décharge rapide de l'appareil.

3° Intercalons sur le trajet des rayons lumineux, entre l'arc et la plaque de zinc chargée négativement, une lame de verre qui arrête en grande partie les radiations ultra-violettes : l'électroscope ne se décharge que très lentement.

A défaut d'arc électrique, le source lumineuse peut être fournie par la combustion d'un fil de *magnésium*, dont la flamme est riche en radiations ultra-violettes.

Explication. — Nous retiendrons d'abord de cette expérience, non seulement une preuve nouvelle de la différence essentielle entre les charges positive et négative, mais surtout l'influence — assez inattendue — de la lumière de courte longueur d'onde sur les phénomènes électriques.

Pour l'expliquer, nous admettrons que les radiations ultra-violettes arrachent au zinc des négatons, qui ne peuvent s'échapper du métal que si celui-ci est capable de les repousser, c'est-à-dire si la plaque est chargée négativement.

443. Cellule photoélectrique.

L'étude complète du phénomène photoélectrique exige que l'on opère dans le vide le plus poussé (10^{-6} mm de mercure) pour n'avoir pas à tenir compte des effets secondaires dus à l'air.

La cellule photoélectrique comprend une ampoule en verre (ou mieux en quartz, transparent à l'ultra-violet), sphérique ou aplatie, dans laquelle on a réalisé un *vide très parfait* (cellule à vide) (fig. 323). Une partie de la paroi intérieure est recouverte d'un mince

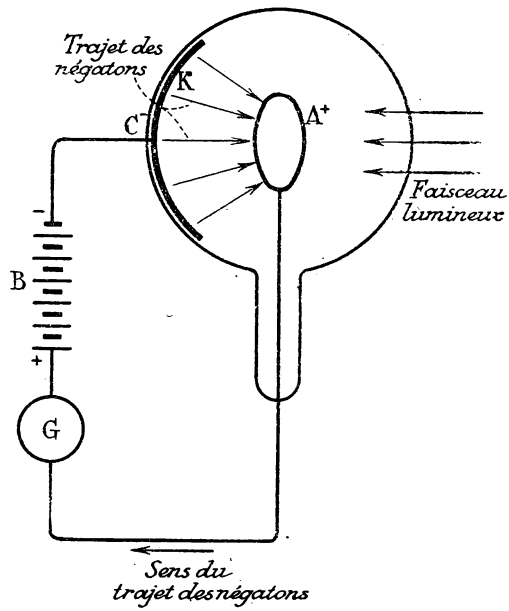


FIG. 323. — Cellule photoélectrique.

dépôt K du métal à étudier. Cette pellicule métallique est reliée au pôle négatif de la batterie d'accumulateurs B, et constitue ainsi la cathode C^- de la lampe.

Un fil de *tungstène*, généralement circulaire, forme l'anode A^+; il est réuni au pôle positif de la batterie B et attirera les négatons émis par K. Enfin, un galvanomètre très sensible G est placé sur le circuit.

Dès qu'on éclaire la cellule par un faisceau qui a traversé la paroi mince non métallisée de l'ampoule, le galvanomètre indique un très faible courant i qui serait dû, d'après notre hypothèse, à une émission de négatons par la pellicule métallique, collectés par l'anneau A, et circulant dans le sens des flèches.

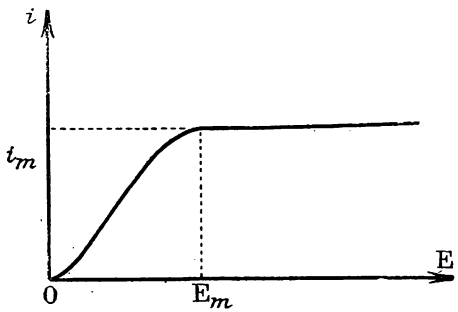


FIG. 324.

L'intensité du courant i dépend, pour une cellule et un éclairement donnés, de la force électromotrice E de la batterie. La figure 324 montre la variation de i en fonction de E dans une cellule à vide; au-dessus d'une certaine valeur E_m de E, *l'intensité reste constante :* tous les négatons émis par le métal sont alors captés par l'anneau A. Nous supposerons toujours par la suite que cette condition est réalisée : il suffit, en général, de quelques dizaines de volts.

444. Lois de l'émission photoélectrique.

De très nombreuses expériences ont permis d'étudier l'influence des facteurs essentiels suivants :

— nature du métal;
— fréquence n de la lumière monochromatique incidente;
— intensité de cette lumière.

Les mesures ont porté sur :

— les caractéristiques (charge et masse) des corpuscules émis;
— leur nombre par seconde;
— enfin, leur vitesse à la sortie du métal.

Les résultats sont résumés dans les lois suivantes :

PREMIÈRE LOI. — ***Les corpuscules émis sont uniquement des négatons, quelles que soient la lumière qui provoque leur départ et la nature du métal.***

DEUXIÈME LOI. — ***L'émission ne se produit que si la fréquence n de la lumière monochromatique incidente est supérieure à une certaine fréquence n_0 dépendant uniquement du métal.***

La fréquence n_0 caractérise le ***seuil d'émission.*** On doit donc avoir, pour que le phénomène ait lieu :

$$n > n_0,$$

ou, en désignant par λ et λ_0 les longueurs d'onde correspondantes :

$$\lambda < \lambda_0.$$

λ_0 est la longueur d'onde du seuil d'émission.

Le tableau suivant donne les valeurs de λ_0 pour quelques métaux :

MÉTAL	λ_0	
Platine	0,20 μ	Spectre ultra-violet.
Argent	0,26	
Cuivre	0,30	
Zinc	0,35	
Aluminium ...	0,36	
Calcium	0,45 μ	Spectre visible.
Sodium	0,50	
Potassium	0,55	
Césium	0,66	

On constate que, sauf pour les métaux alcalins, le seuil d'émission est dans l'ultra-violet. Ceci explique les particularités de l'expérience fondamentale réalisée avec le zinc.

Le métal le plus sensible est le *césium* : c'est lui qui garnit les cellules qui doivent fonctionner sous l'action des radiations visibles.

TROISIÈME LOI. — ***L'émission est instantanée.***

Elle suit sans aucun retard appréciable l'éclairement de la cellule et cesse dès que le flux lumineux est coupé; c'est ce qu'on exprime en disant qu'une cellule photoélectrique ne présente pas d'inertie.

QUATRIÈME LOI. — Pour une lumière monochromatique de fréquence donnée ($n > n_0$), ***le nombre de négatons émis par seconde*** — c'est-à-dire l'intensité du courant électronique — ***est proportionnel à l'intensité de la lumière incidente.***

Si cette dernière varie, le courant électronique suit fidèlement ses variations, même les plus rapides. Notons que les intensités sont en général très faibles (de l'ordre de 10^{-9} A) et qu'il est souvent nécessaire de les amplifier.

Les principales applications des cellules photoélectriques découlent de cette loi.

CINQUIÈME LOI. — ***L'énergie cinétique maximum*** $W = \frac{1}{2} mv^2$ ***des négatons émis dépend de la fréquence n; elle est indépendante de l'intensité de la lumière incidente.***

Cette énergie est proportionnelle à la différence $n - n_0$; d'où la relation expérimentale :

$$\boxed{\frac{1}{2} mv^2 = h\,(n - n_0).}$$

La constante h a été déterminée (à partir de 1916) par de nombreuses mesures; elle est absolument indépendante des conditions de l'expérience et a pour valeur :

$$\boxed{h = 6{,}6.10^{-27}\ C.\ G.\ S.}$$

Fait remarquable, cette valeur numérique est exactement celle de la constante introduite par PLANCK, vers 1900, dans sa théorie des *quanta* (1).

445. Conséquences de la dernière loi.

La formule qui traduit cette loi peut s'écrire :

$$\boxed{hn = \frac{1}{2} mv^2 + hn_0.}$$

Cherchons à interpréter cette relation :

Il est naturel de penser que l'éjection d'un négaton exige qu'on lui fournisse, non seulement l'énergie cinétique $\frac{1}{2} mv^2$, qu'il possède en sortant du métal, mais encore une certaine énergie W_0 pour l'extraire du métal.

La relation ci-dessus montre que W_0 est représenté par le terme hn_0, et que hn est l'énergie totale que doit recevoir le négaton pour sortir avec la vitesse v, ce qui peut s'exprimer :

Le phénomène photoélectrique ne peut avoir lieu que si chaque négaton éjecté a reçu au minimum ***l'énergie :***

$$W_0 = h\,n_0,$$

sa vitesse à la sortie du métal étant alors nulle.

---

(1) La théorie des *quanta* a été formulée par PLANCK pour expliquer la loi de répartition des longueurs d'onde dans le spectre du radiateur intégral, ou *corps noir*, porté à la température absolue T, loi dont les théories classiques ne parvenaient pas à rendre compte.

Les dimensions de h sont :

$$\text{énergie} \times \text{temps} = ML^2T^{-1}.$$

446. Insuffisance de la théorie classique des vibrations lumineuses.

Le résultat précédent va nous paraître inexplicable si l'on admet, comme le veut la Physique classique, que l'énergie transportée par l'onde incidente est répartie d'une façon continue et uniforme sur toute sa surface.

Dans cette hypothèse, en effet, on peut, en éloignant suffisamment la source lumineuse, rendre l'énergie que reçoit un atome du métal très inférieure à W_0, disons, par exemple, mille fois plus faible. Cependant, l'expérience montre que l'effet photoélectrique continue à se produire, et sans aucun retard; seul le *nombre* des négatons émis décroît.

L'exemple numérique suivant va mettre en évidence cette contradiction.

447. Exemple numérique. — Soit une cellule au césium ($\lambda_0 = 0{,}66\ \mu$; $n_0 = 4{,}5.10^{14}$), éclairée par une lampe électrique de 100 watts placée à 100 cm.

L'énergie minimum W_0 exigée par l'extraction d'un négaton a pour valeur :

$$W_0 = hn_0 = 6{,}6.10^{-27} \times 4{,}5.10^{14} \# \quad \boxed{3.10^{-12}\ \text{ergs.}}$$

La lampe rayonne 100 watts dans tout l'espace; mais la puissance qui intéresse le phénomène est transportée par les radiations de longueur d'onde inférieure à 0,66 μ; en l'estimant à 1/100 de la puissance totale, on est certainement très au-dessus de la réalité. C'est donc une *puissance utile de 1 watt*, qui est rayonnée.

D'autre part, un atome de césium a un diamètre de l'ordre de 10^{-8} cm, d'où une surface apparente de l'ordre de 10^{-16} cm^2; étant placé à 100 cm de la source lumineuse, il reçoit, par seconde, une puissance *utile :*

$$W = 10^7 \times \frac{10^{-16}}{4\pi(100)^2} = \frac{10^{-13}}{4\pi}\ \text{erg/s.}$$

Comparons W_0 et W et calculons le temps d'illumination nécessaire pour que l'atome reçoive assez d'énergie pour expulser un négaton; nous trouvons :

$$t > \frac{W_0}{W} = \frac{3.10^{-12} \times 4\pi}{10^{-13}} = 120\pi \text{ secondes;}$$

$$t > 6 \text{ minutes.}$$

Or, quand on fait l'expérience dans les conditions ci-dessus, l'émission de négatons a lieu dès que la lumière frappe la cellule.

Et cependant, nous nous sommes placés, avec le césium, dans le cas le plus favorable : le césium est, en effet, le métal qui réclame le moins d'énergie pour l'extraction des négatons, et l'intensité lumineuse pourrait devenir un million de fois plus faible sans que l'émission électronique cesse de se produire.

Il fallait donc, ou abandonner l'hypothèse de la distribution continue et uniforme de l'énergie sur l'onde, ou imaginer un mécanisme qui ne fasse intervenir la lumière que pour déclencher l'émission.

Sans entrer dans le détail des discussions qui ont eu lieu, disons tout de suite que les physiciens acceptent aujourd'hui l'hypothèse de la ***discontinuité de l'énergie*** transportée par les ondes. C'est la théorie des *photons* que nous allons exposer.

448. Hypothèse des photons (1).

L'énergie radiante est répartie sur l'onde en particules infiniment petites, sortes de ***grains de lumière*** ou ***photons,*** transportant chacun une quantité d'énergie hn proportionnelle à la fréquence n de la radiation.

Le nombre de photons par unité de surface de l'onde est proportionnel à son intensité lumineuse. S'il s'agit d'une onde sphérique, les photons s'écartent de plus en plus les uns des autres à mesure que croît le rayon de l'onde, mais ***chaque photon transporte une énergie invariable, indépendante de la distance à la source.***

L'émission lumineuse est donc discontinue comme celle des projectiles d'une mitrailleuse. Les photons émis sont si nombreux qu'ils donnent une illusion d'émission continue. Ils se propagent avec la vitesse de la lumière, et leurs trajectoires matérialisent le parcours des rayons lumineux.

C'est donc un retour très net à une théorie de l'émission, mais moins absolue que celle de Newton, puisque la définition du photon introduit la grandeur n caractérisant la fréquence de la vibration lumineuse.

Remarques. — On serait tenté, à première vue, d'imaginer une infinité de photons différents correspondant chacun à une radiation monochromatique.

En réalité, il faut concevoir le photon comme une *particule unique* ayant comme propriétés *essentielles :*

— l'absence de masse matérielle;

— sa vitesse de propagation toujours égale à la célérité de la lumière c.

---

(1) La théorie des *photons* s'est d'abord appelée théorie des *quanta de lumière* elle a été introduite, dès 1905, par Einstein pour expliquer l'effet photoélectrique. C'est l'extension de l'hypothèse initiale de Planck (1900).

Ses autres propriétés sont variables et doivent être considérées comme *accidentelles;* ce sont :

— son énergie hn,

— son inertie qui se déduit de l'énergie par la relation d'Einstein :

$$mc^2 = hn,$$

— enfin, sa fréquence n, donc sa *couleur*. Le *même photon* nous apparaîtrait violet, puis rouge, si dans l'intervalle un choc pouvait lui faire perdre la moitié de son énergie (1).

449. Explication de l'effet photoélectrique.

L'hypothèse du photon permet de retrouver les lois expérimentales de l'effet photoélectrique.

1° Quand un photon de fréquence n frappe le métal, ou bien il est simplement diffusé par les négatons, ou *il cède toute son énergie hn à l'un d'eux et disparaît.*

Si l'énergie hn est supérieure ou au moins égale au ***travail d'extraction*** W_0 du négaton, ce dernier est expulsé du métal : l'effet photoélectrique se produit.

Par contre, si l'*énergie du photon* est trop faible, il ne peut y avoir émission de négaton, quelle que soit par ailleurs l'intensité de la lumière incidente, c'est-à-dire le nombre de photons incidents, tous de même énergie insuffisante.

C'est donc l'*effet individuel* et non l'effet d'ensemble qui déclenche le phénomène.

La première condition pour obtenir l'effet photoélectrique est que :

$$hn > W_0 \qquad \text{ou} \qquad n > \frac{W_0}{h}.$$

Posons $\frac{W_0}{h} = n_0$; il vient :

$$\boxed{n > n_0.}$$

On retrouve ainsi la 2e loi relative au seuil d'émission.

2° Considérons maintenant la différence $hn - W_0$ qui représente l'énergie disponible après l'extraction du négaton; nous admettons

(1) L'expérience, irréalisable avec la lumière visible a été faite avec les rayons X : c'est l'*effet Compton* (1923).

qu'elle apparaît sous forme d'énergie cinétique, et le principe de la conservation de l'énergie nous donne :

$$\frac{1}{2}\, mv^2 = hn - W_0 = hn - hn_0,$$

ou :

$$\boxed{\frac{1}{2}\, mv^2 = h(n - n_0).}$$

C'est la 5e loi.

3° Voyons quel rôle va jouer l'intensité lumineuse du faisceau monochromatique de fréquence n.

Cette intensité est proportionnelle à la densité des photons sur l'onde. Admettons qu'une fraction moyennement constante de ces photons produise l'effet photoélectrique; on voit immédiatement que le nombre des négatons émis, égal au nombre des photons actifs, sera proportionnel à la densité des photons; mais leur énergie cinétique, qui ne dépend que de l'effet individuel, conservera la valeur donnée par la relation précédente.

On retrouve ainsi la 4e loi : proportionnalité entre l'intensité du faisceau incident et l'intensité du courant électronique débité par la cellule.

450. Exemple numérique. — Pour fixer les ordres de grandeur du phénomène, traitons le problème suivant :

Une cellule photoélectrique au césium a une surface utile de 1 cm²; elle est disposée à 100 cm d'une source lumineuse qui, autour de la longueur d'onde moyenne $\lambda = 0{,}5\ \mu$, *rayonne dans tout l'espace une puissance lumineuse de 1 watt.*

En déduire l'intensité du courant électronique qu'elle produit si l'on admet que **un** *photon sur* **mille** *provoque une émission de négaton* (1)

La fréquence du photon est :

$$n = \frac{C}{\lambda} = \frac{3.10^{10}}{0{,}5.10^{-4}} = 6.10^{14},$$

et son énergie :

$$hn = 6{,}6.10^{-27} \times 6.10^{14} \# \quad \boxed{4.10^{-12}\ \text{C. G. S.}}$$

La cellule, de surface utile 1 cm², placée à 100 cm, reçoit, par seconde, une énergie :

$$W = \frac{10^7}{4\,\pi\,(100)^2} = \frac{10^3}{4\,\pi}\ \text{ergs/s.}$$

(1) C'est le rendement moyen admis pour une cellule photoémissive.

Le nombre de photons qui, par seconde, frappe la cellule est donc :

$$N = \frac{W}{hn} = \frac{10^3}{4\pi} \times \frac{10^{12}}{4} = \frac{10^{15}}{16\pi}$$

Le nombre de négatons émis par seconde sera :

$$N' = \frac{N}{1\,000} = \frac{10^{12}}{16\pi}$$

En désignant par e la charge d'un négaton, l'intensité du courant sera :

$$i = N'e = \frac{10^{12}}{16\pi} \times 1{,}6.10^{-19} = \frac{10^{-8}}{\pi} \text{ A}$$

$$\boxed{i \# 3.10^{-9} \text{ A.}}$$

Cette intensité est décelable par un bon galvanomètre à cadre mobile.

451. Cellule à gaz.

Dans une telle cellule, on a introduit dans l'ampoule, après avoir fait le vide, une trace de gaz inerte : néon, hélium, ou le plus souvent argon.

Nous ne ferons pas la théorie des cellules à gaz. Disons seulement qu'elles sont *plus sensibles que les cellules à vide;* pour un même éclairement, on peut leur faire produire un courant 10 fois plus intense.

Pour une radiation de fréquence supérieure au seuil ($n > n_0$), *l'intensité du courant dépend de la longueur d'onde.*

La cellule à gaz présente un maximum de sensibilité pour une fréquence déterminée qui caractérise, elle aussi, le métal utilisé.

Les courbes de la figure 325, établies pour le même flux d'énergie lumineuse, traduisent ce résultat.

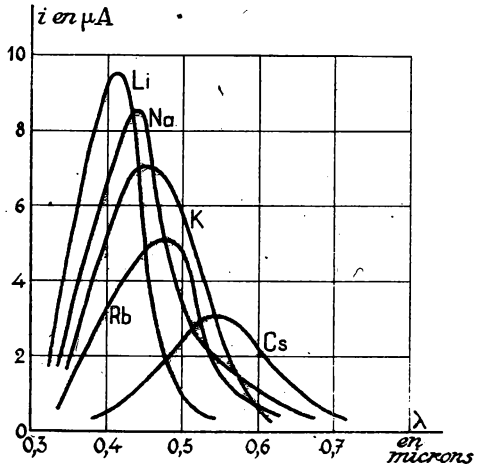


FIG. 325.

Variation de l'intensité du courant électronique avec la longueur d'onde de la lumière, dans une cellule à gaz.

Les longueurs d'onde correspondant au maximum de sensibilité sont 0,4 μ pour le lithium, 0,44 μ pour le potassium, 0,55 μ pour le césium.

Les cellules à vide ne présentent pas de maximum de sensibilité.

452. Photopiles (1).

Ces merveilleux instruments, petits et robustes, sans ampoule de verre fragile, ***transforment directement la lumière en courant électrique, sans nécessiter aucun générateur de courant.*** Aussi, les appelle-t-on *photopiles*, car ce sont des piles électriques inusables.

Pour le même flux lumineux, une photopile fournit un courant qui peut être 20 fois plus intense que le courant produit par une cellule photoémissive au césium; un microampèremètre accouplé à la photopile permet de mesurer l'intensité de ce courant, sans qu'il soit besoin de l'amplifier.

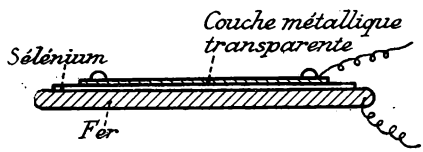


FIG. 326.
Coupe d'une photopile au sélénium.

Description. — Une photopile est constituée par un disque de métal, qui forme l'une des électrodes, sur lequel est déposée une mince couche d'un corps semi-conducteur; ce corps est lui-même recouvert d'une couche métallique, assez mince pour être transparente, qui constitue la seconde électrode (fig. 326).

Le disque, de 3 à 4 cm de diamètre, peut être en *cuivre* recouvert d'*oxyde cuivreux* — ou encore en *fer* recouvert de *sélénium;* l'électrode transparente est en métal précieux, *platine* ou *or*. L'ensemble est protégé par un vernis ou par une lame de verre formant fenêtre d'un boîtier.

La théorie du fonctionnement d'une photopile est encore mal connue. On suppose que l'effet photoélectrique se localise à la surface de contact du métal et du corps semi-conducteur. La pile laisse passer le courant électrique dans un sens seulement, en lui offrant une résistance faible; si l'on inverse le courant, la pile lui oppose une résistance électrique des centaines de fois plus forte. Cette propriété est mise à profit pour redresser le courant alternatif; les ***redresseurs*** à oxyde de cuivre ou à sélénium, utilisés couramment pour la charge des accumulateurs, sont simples, robustes, bon marché et pratiquement inusables. On a pu croire que ce phénomène de redressement était en relation avec les propriétés photoélectriques; mais il existe des photopiles qui ne sont pas redresseuses.

(1) Voir *La cellule photoélectrique*, par Jean TERRIEN, Presses universitaires de France.

Sans qu'il soit besoin d'un potentiel accélérateur, la lumière arrivant sur l'appareil crée un courant photoélectrique. Le sens de ce courant est opposé au sens de passage facile, lorsqu'on cherche à l'imposer de l'extérieur, ce qui est assez étonnant.

453. Applications.

Bien que d'invention récente, les cellules photoélectriques et les photopiles ont déjà reçu de nombreuses applications, dont les plus importantes sont l'emploi de cellules à vide et à gaz pour la ***reproduction des sons*** (cinéma sonore) et la ***télévision.***

Citons encore l'***œil photoélectrique,*** composé d'une photopile sensible aux radiations visibles ou infrarouges. Dès qu'un obstacle arrête le faisceau lumineux, le courant de la cellule cesse, ce qui provoque la manœuvre de signaux ou de tout autre dispositif. On peut ainsi compter les wagons qui circulent sur la voie ferrée, les spectateurs qui entrent dans une salle; on peut être averti du cambrioleur qui s'approche du coffre-fort; on peut encore arrêter des ascenseurs ou des machines, ouvrir des portes à l'approche des personnes, mettre en marche un escalier roulant comme dans certaines stations de Métro, à Paris, etc.

Les photopiles sont encore utilisées, sous le nom de ***posemètres,*** pour indiquer le temps de pose en photographie.

INTÉRÊT DE LA THÉORIE DES PHOTONS

Si cette théorie n'expliquait que l'effet photoélectrique elle n'aurait pas mérité la longue étude que nous venons de faire.

En fait, depuis que PLANCK, en 1900, a jeté les bases de la théorie des quanta, les progrès de la physique atomique ont été de plus en plus liés à cette théorie.

On peut dire que tous les phénomènes qui, à l'échelle des atomes, se ramènent à des échanges d'énergie ne peuvent s'expliquer sans admettre que ces échanges ont lieu d'une *façon discontinue*, par quanta $h\nu$, c'est-à-dire, en définitive, par *grains d'énergie* analogues aux photons.

La théorie de Planck apparaît donc comme le fondement de la *Physique du discontinu*, tandis que la théorie de la Relativité, contemporaine de la précédente, serait le couronnement de la Physique classique.

Citons, parmi les phénomènes qui exigent l'intervention des photons :

— l'effet photoélectrique produit par les rayons X et les rayons γ;

— la production des rayons X par choc des négatons de grande vitesse contre une anticathode (chapitre XLIX). Ce phénomène est exactement la

réciproque de l'effet photoélectrique, l'énergie cinétique du négaton incident pouvant donner naissance à un photon X de fréquence n telle que :

$$\frac{1}{2} mv^2 = hn;$$

— la diffusion de la lumière par les négatons ou les molécules, avec changement de fréquence de la lumière diffusée (effet Compton 1923, effet Raman 1928);

— l'émission de la lumière par les atomes, magnifiquement illustrée par la théorie de Bohr (1912), sur l'atome d'hydrogène. Cette théorie donne, avec une grande exactitude les longueurs d'onde du spectre de l'hydrogène.

Enfin, la nécessité d'unir dans une même synthèse l'aspect ondulatoire et corpusculaire de la lumière (1) a orienté les travaux de Louis DE BROGLIE et l'a conduit à poser, dès 1923, les bases de la *Mécanique ondulatoire* où la constante h joue un rôle fondamental.

En Physique ordinaire — macroscopique — où un nombre extrêmement grand de photons interviennent simultanément, les effets individuels, qui relèvent seuls de la théorie des quanta, s'effacent pour laisser apparaître un effet d'ensemble, soumis aux lois statistiques. On retrouve alors la pseudo-continuité de la Physique classique.

---

(1) Voir, page 480 : *La lumière et les radiations.*

CHAPITRE XLIX

RAYONS X

454. — *Toute surface solide, bombardée par des négatons animés de grandes vitesses, émet de nouvelles radiations découvertes par Rœntgen, en 1895, et appelées rayons X.*

PRODUCTION DES RAYONS X

455. Tube à rayons X à cathode obscure.

L'appareil est analogue aux tubes de Crookes, qui nous ont servi pour l'étude des rayons cathodiques. Il se compose d'une ampoule en verre, de forme sphérique, portant deux tubulures diamétralement opposées, par lesquelles pénètrent les électrodes (fig. 327). La pression du gaz à l'intérieur est de l'ordre de 1/100 de millimètre de mercure. La cathode est sphérique concave. En son centre de courbure, situé au milieu de l'ampoule, se trouve une petite plaque de platine iridié, inclinée de 45° sur l'axe principal du miroir cathodique : c'est l'***anticathode,*** qui peut d'ailleurs servir d'anode. Les négatons arrivent ainsi sur l'anticathode, qu'ils échauffent; de là partent les rayons X, qui prennent toutes les directions en avant de l'anticathode.

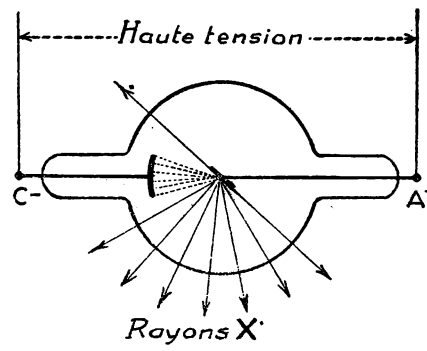


FIG. 327.
Tube à rayons X à cathode obscure.

La haute tension, nécessaire pour donner aux négatons une grande vitesse, est fournie le plus souvent par une bobine d'induction qui n'agit qu'au moment de la rupture du circuit primaire.

L'anticathode s'échauffe beaucoup par suite du choc des négatons; on la prend donc en métal difficilement fusible, platine ou mieux

tungstène. Si l'énergie de la bobine qui alimente le tube est assez grande, on assure le refroidissement en faisant circuler un courant d'air ou d'eau froide dans un tube qui enveloppe la tige de l'anticathode.

456. Tube de Coolidge à cathode incandescente.

Dans les installations puissantes, on produit actuellement les rayons X à l'aide d'un tube de Coolidge (fig. 328). On a réalisé dans le tube un vide aussi parfait que possible et les négatons sont émis

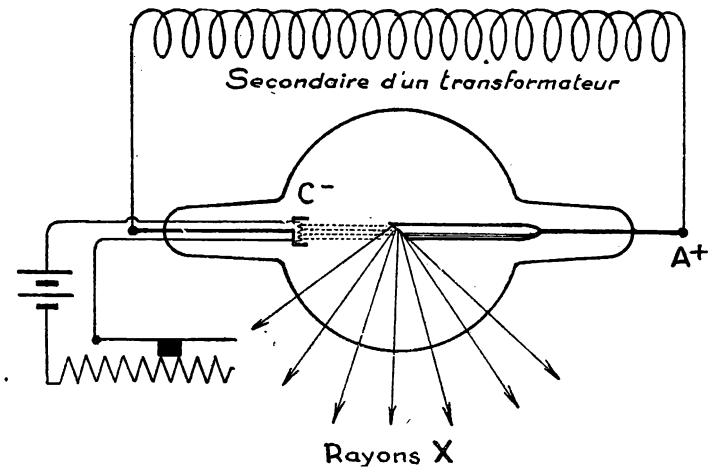


FIG. 328. — Tube de Coolidge.

par un filament de tungstène incandescent (§ 441), placé au fond d'une cathode cylindrique qui chasse les négatons vers l'anticathode.

La haute tension est fournie par le secondaire d'un transformateur survolteur, alimenté avec du courant alternatif. Comme l'émission de négatons ne peut aller que du filament à l'anticathode, le courant ne passe que pendant l'alternance où le cylindre, qui entoure le filament, est cathode.

La batterie de chauffage est constituée par quelques accumulateurs. Un rhéostat permet de régler l'intensité du courant qui traverse le filament; on agit ainsi sur l'émission des négatons, d'où résulte une modification de l'intensité du faisceau de rayons X.

D'autre part, en agissant sur la tension entre C et A, on fait varier la vitesse des négatons et, par suite, comme nous le verrons, la longueur d'onde des rayons X.

Le tube de Coolidge peut ainsi fournir des rayons X beaucoup plus intenses que le tube de Crookes, et son rendement est meilleur.

PROPRIÉTÉS DES RAYONS X

457. — 1° ***Les rayons X provoquent la fluorescence d'un grand nombre de substances.***

Par exemple, un écran au *platinocyanure de baryum*, frappé par les rayons X, prend une fluorescence verte qui le rend visible dans l'obscurité; le tungstate de cadmium devient bleuâtre, etc. Des écrans imprégnés de ces substances serviront à déceler les rayons X.

Remarque. — Les rayons X n'excitent pas la fluorescence du verre. « On observe bien une magnifique fluorescence verte sur toutes les parois de l'ampoule de Crookes situées en avant du plan de l'anticathode, mais elle est produite par des rayons cathodiques secondaires. » (1).

458. — 2° ***Les rayons X se propagent en ligne droite et traversent un grand nombre de substances.***

Expériences. — Disposons entre une source de rayons X et un écran fluorescent divers objets tels qu'un porte-monnaie, une boîte de compas, etc. (fig. 329). On voit se projeter sur l'écran l'ombre des pièces de monnaie, des compas, et en général de toutes les parties métalliques, alors que le sac en cuir et la boîte en bois ne donnent qu'une ombre très légère — Plaçons la main entre la source et l'écran; nous distinguons le squelette de la main, car les os font sur l'écran fluorescent une ombre très nette tandis que les chairs produisent une ombre à peine visible.

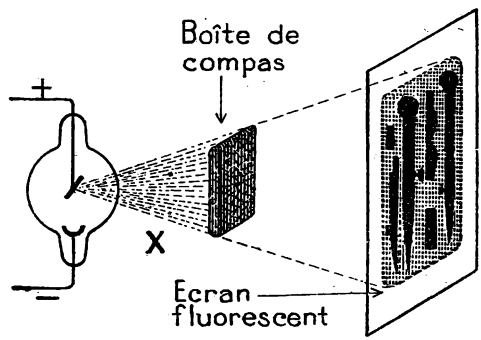


Fig. 329.
Principe de la radioscopie.

Les rayons X traversent donc un grand nombre de substances opaques aux radiations lumineuses. D'une manière générale :

Les corps sont d'autant plus transparents pour les rayons X qu'ils sont formés d'atomes plus légers.

Le pouvoir absorbant d'une plaque d'*aluminium* (Al = 27) de 16 cm d'épaisseur est le même que celui d'une lame de *fer* (Fe = 56) de 1,5 cm ou d'une épaisseur de *plomb* (Pb = 207) de 0,2 cm. Cette absorption ne dépend d'ailleurs que de la nature des atomes; elle est

(1) G. Bruhat, *Cours d'électricité.*

indépendante des combinaisons chimiques dans lesquelles les atomes sont engagés.

Ainsi, les matières organiques (bois, papier, chairs, etc.) sont transparentes, car elles contiennent les éléments H = 1, C = 12, N = 14, O = 16. Les os sont opaques à cause de la présence du phosphore P = 31 et du calcium Ca = 40. Le spath d'Islande CO_3Ca et le cristal, à base de plomb, parfaitement transparents à la lumière, sont opaques aux rayons X; le pouvoir absorbant du cristal est environ dix fois plus grand que celui du spath.

Radioscopie. — Les expériences précédentes constituent des observations radioscopiques, utilisées couramment par les médecins et chirurgiens dans leur diagnostic. Pour l'examen du tube digestif, on fait absorber au patient une bouillie opaque aux rayons X, formée par exemple de composés du baryum, dont on peut suivre la marche dans l'organisme.

La radioscopie est également utilisée pour examiner les paquets suspects sans avoir à les ouvrir, pour observer la position du pied dans la chaussure, pour distinguer les verres, les silicates naturels, les pierres précieuses, etc.

459. — 3° *Les rayons X provoquent certaines réactions chimiques.*

En particulier, *ils impressionnent le bromure d'argent des plaques photographiques.*

Expérience. — Dans l'expérience de la figure 334, remplaçons l'écran fluorescent par un châssis en bois ou en papier noir contenant la plaque ou le film photographique, la face sensible étant tournée vers la source. A travers le bois et le papier, la plaque photographique se trouve impressionnée, sauf aux endroits où des corps opaques étaient interposés. Le développement à la chambre noire donne alors sur la plaque des noirs et des blancs, les blancs correspondant aux corps opaques aux rayons X. C'est le principe de la *radiographie.*

Radiographie. — La radiographie permet, par des poses plus longues s'il est nécessaire, d'obtenir une sensibilité plus grande que la radioscopie. Ainsi, des rayons X très pénétrants, obtenus sous 250 000 volts, peuvent impressionner la plaque photographique après avoir traversé plusieurs centimètres d'acier, et mettre ainsi en évidence les défauts du métal.

460. — 4° *Les rayons X agissent sur les tissus humains.*

Sous l'action des rayons X, les tissus humains se désagrègent. Pour éviter des *radiodermites* graves, les opérateurs qui utilisent les

rayons X doivent se protéger à l'aide d'écrans en plomb et de gants contenant des substances absorbantes.

On a cherché à utiliser les rayons X dans le traitement de certaines affections graves comme le cancer.

461. Nature des rayons X.

Les rayons X ne sont pas formés de corpuscules électrisés, comme les rayons cathodiques, car *ils sont insensibles à l'action des champs magnétiques et électriques.*

Des expériences récentes ont montré que :

Les rayons X sont des radiations analogues aux radiations lumineuses, mais de longueur d'onde beaucoup plus petite.

On a pu mesurer leur vitesse de propagation, qui est la même que la vitesse de la lumière, c'est-à-dire 300 000 kilomètres/seconde dans le vide.

La longueur d'onde moyenne des rayons X est de 1 angström ou 10^{-4} micron. A cause de la petitesse de cette longueur d'onde, les expériences de réflexion, réfraction et diffraction ont été difficiles à réaliser, les surfaces polies, par exemple, qui réfléchissent la lumière, se comportant vis-à-vis des rayons X comme des surfaces rugueuses.

Rayons mous et rayons durs. — Les rayons X usuels ont des longueurs d'onde comprises entre 0,05 Å et 20 Å. Ils traversent d'autant plus facilement la matière que leur longueur d'onde est plus petite. Les rayons X de grande longueur d'onde, produits sous de faibles différences de potentiel, sont peu pénétrants : on les appelle *rayons mous.* Au contraire, les rayons X de petite longueur d'onde, produits sous des différences de potentiel élevées, sont très pénétrants : on les appelle *rayons durs.*

462. Jonction des rayons ultra-violets et des rayons X (1).

Les longueurs d'onde de l'ultra-violet sont à peu près comprises entre 4 000 Å et 100 Å. Certains rayons X très mous, facilement absorbables par la matière, ont des longueurs d'onde de l'ordre de 200 Å. On a donc pu étudier une région commune à ces deux rayonnements d'origines différentes, et ***il n'existe aucune discontinuité entre les radiations lumineuses et les rayons X.***

(1) A n'étudier qu'après le chapitre LII : « Vue d'ensemble des radiations électromagnétiques. »

CHAPITRE L

RADIOACTIVITÉ

463. Découverte de la radioactivité.

En 1896, Henri Becquerel découvrit que l'***uranium*** et ses sels émettent un rayonnement capable de traverser les corps et d'impressionner la plaque photographique.

M^me^ Curie constata la même propriété, à laquelle on donna le nom de *radioactivité*, sur le ***thorium***, élément longtemps considéré comme rare, utilisé dans la fabrication des manchons Auer. Pierre Curie et M^me^ Curie découvrirent, dans certaines pechblendes, mélanges complexes d'oxyde d'uranium et d'oxydes d'autres métaux, deux nouveaux éléments fortement radioactifs : le ***polonium*** et le ***radium*** (1).

Aujourd'hui, on connaît une trentaine d'éléments radioactifs. Parmi eux, le plus important est le radium, plusieurs millions de fois plus actif que l'uranium, et qui se prête le mieux à l'étude de la radioactivité.

Au point de vue chimique, le radium est un métal analogue au baryum, dont il est d'ailleurs difficile de le séparer. On a réussi cependant à l'obtenir à l'état métallique, mais c'est toujours sous forme de sel qu'on l'utilise. La radioactivité est, en effet, une *propriété atomique*, qui ne dépend aucunement des combinaisons chimiques dans lesquelles sont engagés les éléments radioactifs.

464. Nature du rayonnement radioactif.

Les champs électriques et magnétiques séparent le rayonnement radioactif en trois parties, que l'on désigne par les lettres grecques α, β et γ.

1° **Action d'un champ électrique.** — Un fragment de sel de radium Ra, placé au fond d'un puits vertical creusé dans un bloc

(1) Les minerais de radium contiennent 4 à 50 milligrammes de radium par tonne.

de plomb, émet un faisceau presque rectiligne dirigé vers la plaque photographique P. De part et d'autre, on place les armatures AB et A'B' d'un condensateur chargé (fig. 330).

Les rayons γ ne sont pas déviés. Les rayons α sont attirés par le plateau A'B' chargé négativement et donnent une trace à droite de γ. Les rayons β sont attirés par l'armature chargée positivement; ils sont beaucoup plus déviés que les rayons α et en sens contraire; ils donnent une trace à gauche de γ.

Ces phénomènes s'expliquent si l'on admet que les rayons α sont des corpuscules chargés positivement et les rayons β des corpuscules chargés négativement; quant aux rayons γ, ils sont analogues aux rayons X, mais beaucoup plus pénétrants.

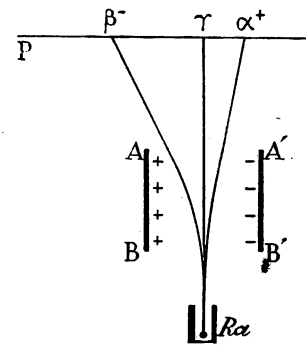


FIG. 330.

Action d'un champ électrique sur le rayonnement radioactif.

2° **Action d'un champ magnétique.** — Si l'on remplace les armatures du condensateur par les pièces polaires d'un électro-aimant, le faisceau se trouve dans un champ magnétique. Sur la figure 331, le pôle nord N étant vu de face, derrière le faisceau, le champ magnétique se dirige d'arrière en avant de la feuille; α est alors dévié à droite de γ, conformément à la règle d'Ampère, tandis que β est dévié à gauche.

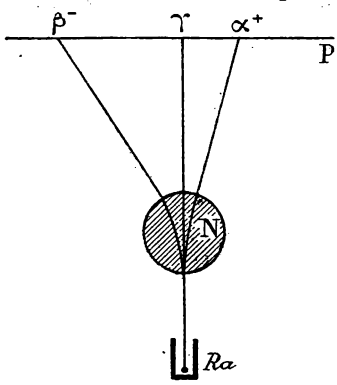


FIG. 331.

Action d'un champ magnétique sur le rayonnement.

3° **Mesure de la charge et de la masse des particules.** — La grandeur des déviations $\gamma\alpha$ et $\gamma\beta$ dans les expériences précédentes peut être calculée en fonction des facteurs suivants :

Intensité h ou H du champ magnétique ou électrique;

Charge électrique e de la particule;

Masse matérielle m de la particule;

Vitesse v de la particule.

En variant et en combinant convenablement les expériences, on a pu mesurer e, m et v pour les diverses particules.

On peut aussi, dans ces expériences, séparer les divers rayonnements en intercalant sur leurs trajets des écrans de natures et d'épaisseurs convenables (mica, aluminium, plomb, ...) qui les filtrent et ne laissent passer que les plus pénétrants.

465. Rayons α.

Les mesures de v, e et m relatives aux particules α ont donné les résultats suivants :

1° La *vitesse* dépend de l'élément qui produit le rayonnement; elle varie entre 15 000 et 25 000 km par seconde.

2° La charge et la masse, indépendantes de l'élément radioactif considéré, ont pour valeurs :

Charge : $e = 3 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

C'est, aux erreurs d'expérience près, le double de la charge élémentaire d'un négaton : $1{,}59 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

Masse : $m = 6{,}2 \cdot 10^{-24}$ gramme.

C'est à peu près la masse de l'atome d'hélium que l'on obtient en divisant la masse atomique de l'hélium He = 4 par le nombre d'Avogadro $6{,}02 \cdot 10^{23}$:

$$\frac{4}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 6{,}6 \cdot 10^{-24} \text{ gramme.}$$

Or, l'atome d'hélium est formé d'un noyau central autour duquel gravitent deux négatons; une particule α serait donc identique à un atome d'hélium qui aurait perdu ses deux négatons :

La particule α est le noyau de l'atome d'hélium He^{++}, appelé hélion.

466. Rayons β.

Les expériences relatives aux rayons β ont donné les résultats suivants :

1° Un élément radioactif donné émet des particules β de vitesses très différentes. Ces vitesses sont extrêmement grandes et vont de 120 000 à 290 000 km par seconde.

2° La charge e et la masse m sont les mêmes que celles d'un négaton; donc :

Les rayons β sont des négatons animés de grandes vitesses.

Les grandes vitesses les rendent beaucoup plus pénétrants que les rayons α; certaines particules β peuvent, en effet, traverser une épaisseur d'aluminium de quelques millimètres.

467. Rayons γ.

Les rayons γ ne sont pas déviables par les champs électriques ou magnétiques. Ils présentent tous les caractères des radiations électromagnétiques; leurs longueurs d'onde, très petites, variables avec la nature de l'élément radioactif, sont comprises entre 0,25 et 0,001 Å. Donc :

Les rayons γ sont des radiations électromagnétiques de longueurs d'onde inférieures à celles des rayons X.

Il en résulte que les rayons γ sont très pénétrants; certains d'entre eux peuvent traverser des épaisseurs de plomb de 22 centimètres !

468. Propriétés du rayonnement radioactif.

Les divers rayons émis par les corps radioactifs possèdent encore les propriétés suivantes :

1° ***Les rayons α, β, γ ionisent les gaz.*** Les gaz deviennent conducteurs dans le voisinage des corps radioactifs; cette conductibilité, mesurée par un électroscope, permet d'évaluer l'intensité du rayonnement et de doser les corps radioactifs.

Expériences. — *a*) Au-dessous de l'électroscope E, formé d'un écheveau de fils de soie électrisés par le frottement des dents d'un peigne en celluloïd, on place une petite pastille métallique Ra, sur laquelle une goutte de bromure de radium a été évaporée (fig. 332). Les fils de soie retombent aussitôt, montrant que l'électroscope s'est déchargé.

La décharge est très ralentie si l'on interpose entre Ra et l'électroscope une simple feuille de papier. Cela tient à ce que la feuille de papier arrête les rayons α, qui sont moins pénétrants que les rayons β, mais beaucoup plus ionisants que ceux-ci.

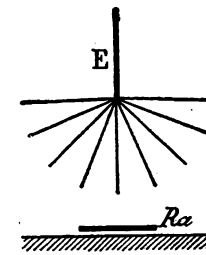


Fig. 332.
Décharge de l'électroscope à fils de soie.

b) En approchant un sel de radium de la boule d'un électroscope à feuilles d'or, on le décharge de même.

2° ***Les rayons α, β, γ rendent lumineux les corps phosphorescents ou fluorescents.*** En particulier, le platinocyanure de baryum et le sulfure de zinc brillent d'une lumière verdâtre.

Expérience. — L'extrémité d'une pointe métallique porte une trace infinitésimale de radium, à quelques centimètres d'un écran E au

sulfure de zinc phosphorescent (fig. 333). Les particules α vont bombarder cet écran et y provoquer des scintillations, que l'on observe au moyen d'une loupe. Chacun de ces éclairs est provoqué par un atome, et on peut dire que « l'on a vu les atomes séparément ».

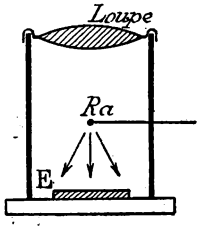


FIG. 333.
Observation à la loupe des scintillations dues au bombardement par les rayons α.

Une trace insignifiante de radium entretient le phénomène pendant plusieurs années.

3° ***Les rayons α, β, γ produisent divers effets chimiques.*** Ils colorent en violet ou en brun le verre, la porcelaine, l'émail, etc. Ils décomposent l'eau, si bien qu'une solution d'un sel de radium dégage constamment un mélange de gaz tonnant. Ils impressionnent la plaque photographique, ce qui a permis de découvrir la radioactivité.

4° ***Les divers rayons se distinguent entre eux par leur pouvoir pénétrant.***

Les **rayons α** ne peuvent guère franchir plus de quelques centimètres dans l'air et ils ne traversent pas de feuilles métalliques d'épaisseur supérieure à 0,1 millimètre.

Les **rayons β** plus pénétrants, peuvent traverser quelques millimètres de matière peu dense, comme l'aluminium. C'est à cause de leur grande vitesse que leur pouvoir de pénétration est supérieur à celui des rayons cathodiques.

Les **rayons γ** sont beaucoup plus pénétrants encore. Ils se propagent à grande distance dans l'air et peuvent traverser des lames de fer ou de plomb de plusieurs centimètres d'épaisseur; ils sont à peine affaiblis par leur passage à travers le corps humain.

5° ***Le rayonnement radioactif agit sur les tissus animaux et végétaux.*** Il produit une altération qui, prolongée, détruit les cellules.

Les tissus de même nature que la peau, ainsi que les tissus en voie de formation rapide, sont particulièrement sensibles à l'action des rayons.

6° ***Le rayonnement radioactif transporte de l'énergie.*** Si l'on enferme un corps radioactif dans un tube en plomb, ses rayons sont absorbés par le plomb, et la totalité de leur énergie est transformée en chaleur. Un gramme de radium dégage ainsi par heure 135 calories.

Les rayons α, qui ont une masse relativement grande, contiennent presque toute la puissance du rayonnement et sont les plus énergiques des projectiles connus. En les utilisant pour bombarder des noyaux atomiques, Rutherford a, le premier, réussi à en expulser des noyaux d'hydrogène, c'est-à-dire des protons, ce qui a été le point de départ des expériences sur la désintégration de la matière.

TRANSMUTATIONS RADIOACTIVES

469. Emanation du radium.

Supposons une solution aqueuse d'un sel de radium contenant 1 g de l'élément radium. Faisons-la bouillir, puis évaporer à sec, et recueillons les gaz dégagés.

Le solide restant contient le sel de radium primitif. Cependant, son rayonnement a fortement diminué, dans la proportion de 11 à 2 environ; et il faut attendre un mois environ pour lui retrouver la même intensité. Il lui manque donc une partie de ce qu'il contenait avant le traitement par ébullition et évaporation.

Examinons alors les gaz recueillis; nous y rouvons de l'hélium et 0,6 mm^3 d'un gaz auquel on a donné le nom d'*émanation du radium*.

On a réussi à isoler l'émanation du radium. C'est un gaz qui se liquéfie à — 71° sous la pression normale; il s'agit d'un corps simple de masse atomique 222 (celle du radium est 226); ses propriétés chimiques le rapprochent des gaz monoatomiques : hélium, néon, etc. A ce gaz inerte, on a donné le nom de ***radon*** et on le représente par le symbole Rn.

Le radium que l'on a séparé de son émanation regagne chaque jour l'intensité perdue et son équilibre primitif se trouve rétabli au bout d'un mois.

La transformation de l'atome de radium peut se traduire par l'équation :

$$\underset{226}{\text{Atome de radium}} \rightarrow \underset{4}{\text{Rayon } \alpha} + \underset{222}{\text{Atome de radon.}}$$

Il s'est donc produit dans le noyau de radium qui se détruit une véritable explosion, qui a projeté He^{++} dans une certaine direction à la vitesse initiale de 20 000 km/s et Rn^{--}, beaucoup plus lourd, en sens contraire, avec une vitesse bien moindre $\left(\frac{222}{4} \text{ fois moindre}\right)$.

Les noyaux d'hélium He^{++} capteront deux négatons et deviendront du gaz hélium, qui s'accumule en quantités croissantes autour du radium toujours en transformation.

Le radium Ra = 226 se transforme donc en hélium He = 4 et en radon Rn = 222, et ce fait constitue une *transmutation chimique* en contradiction avec la loi de la conservation des éléments.

Le radon, à son tour, se transforme en émettant un rayonnement radioactif.

470. Période d'un corps radioactif.

Du fait qu'il rayonne, un corps radioactif tend à disparaître, et on peut mesurer son affaiblissement avec le temps par la diminution de l'intensité de son rayonnement. Par définition :

La période d'un élément radioactif est égale au temps au bout duquel la moitié de l'élément se trouve transformé.

L'expérience montre que la période ainsi définie est constante, pour un élément donné.

Les éléments radioactifs ont des périodes qui vont de un millionième de seconde (radium C') à 5 milliards d'années (uranium). La période du radium est de 1 600 ans, celle du radon de 3,83 jours.

REMARQUE. — Rendons-nous bien compte que la désintégration ne constitue pas un « vieillissement » de l'élément radioactif, mais seulement, pour chaque atome, une certaine probabilité de transformation. Dire que la période du radium, par exemple, est de 1 600 ans, c'est dire que, au bout de ce temps, la moitié des atomes contenus dans une certaine quantité de radium se seront désintégrés; pour chaque atome, il y a donc une chance sur deux pour qu'il ne se soit pas désintégré pendant ce temps. Les atomes restants ont encore une chance sur deux de ne pas se désintégrer pendant les 1 600 années suivantes, au bout desquelles il ne subsistera plus que le quart des atomes primitifs de radium; et ainsi pendant les périodes qui suivront.

Un calcul simple montre qu'il ne resterait que 1 p. 100 d'atomes de radium non désintégrés au bout de 7,70 périodes, c'est-à-dire 12 000 années, et 1 p. 1 000 au bout de 10,05 périodes ou 16 000 années environ.

471. Transformation de l'uranium en radium, puis du radium en atomes moins lourds.

La période du radium étant de 1 600 ans, cet élément devrait à peu près disparaître en 12 000 années; il ne devrait donc plus s'en trouver sur la terre s'il ne s'en formait pas de nouveau.

Or, Soddy a montré que le radium était un produit de transformation de l'uranium; pour cela, il a préparé un sel d'uranium rigoureusement pur et il a constaté, au bout de quelques années, que ce sel avait émis de l'émanation. On a réussi à découvrir cinq produits radioactifs intermédiaires entre l'uranium et le radium.

On a pu caractériser également la descendance radioactive du radium; certains de ces produits ont des périodes très faibles. L'élément final est du plomb de masse atomique 206, alors que le plomb ordinaire a pour masse atomique 207; il s'agit donc d'un isotope (§ 479) du plomb.

472. Les deux types de radioactivité (1).

Les rayons α et β ne sont, en général, pas émis par les mêmes éléments; nous distinguerons donc la *radioactivité* α et la *radioactivité* β.

La ***radioactivité*** α consiste en une émission de *particules* α, qui sont des *noyaux d'hélium* ou *hélions;* le radium et le polonium sont des éléments radioactifs α.

Le noyau d'hélium étant composé de deux neutrons et de deux protons, son nombre de masse est $A = 4$ et son nombre de charge $Z = 2$ et on le représente par le symbole ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$. La radioactivité α d'un noyau entraîne donc pour celui-ci la perte de 4 nucléons dont 2 protons. ***Son nombre de masse diminuera de 4 unités et son nombre de charge de 2;*** il changera donc de nature.

Par exemple, le noyau de l'atome de *polonium*, dont les nombres caractéristiques sont $A = 210$ et $Z = 84$ se transformera en un noyau tel que $A = 206$ et $Z = 82$, qui est un *isotope du plomb*. La radioactivité du polonium pourra se représenter par la réaction :

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}. $$

La ***radioactivité*** β est aussi un phénomène nucléaire : transformation, à l'intérieur du noyau, d'un neutron en proton, avec création d'un négaton qui est expulsé hors du noyau. Le nombre de nucléons, c'est-à-dire ***le nombre de masse du noyau ne change pas*** au cours de cette transformation, mais le nombre de protons, c'est-à-dire ***le nombre de charge augmente d'une unité.***

Exemple : Le *radium E* est un isotope du *bismuth* ($Z = 83$) dont le nombre de masse est 210. Il est radioactif β, c'est-à-dire que son noyau expulse un négaton en se transformant en l'élément $A = 210$ et $Z = 84$, qui n'est autre que le *polonium;* ce que l'on peut représenter par l'équation :

$$ {}^{210}_{83}\mathrm{Ra\ E} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}e. $$

le négaton pouvant être considéré comme un corpuscule de nombre de masse nul et de nombre de charge -1.

L'émission d'un rayon α ou d'un rayon β par un noyau est souvent accompagnée de l'émission d'un ou plusieurs photons : ce sont les *rayons* γ. Leur émission ne constitue pas un troisième type de radio-

(1) A n'étudier qu'après le chapitre LI : « Structure de l'atome ».

activité, mais seulement un phénomène complémentaire de l'un des deux types précédents de radioactivité.

REMARQUE. — Un certain nombre d'éléments présentent la particularité d'être radioactifs α ou radioactifs β. Il faut entendre par là qu'un atome de ces éléments peut se désintégrer soit par radioactivité α, soit par radioactivité β, mais pas par les deux à la fois. On peut définir, pour un tel élément, une probabilité de transformation de l'atome par unité de temps suivant la radioactivité α et une autre probabilité de transformation par radioactivité β.

473. Familles radioactives.

Les éléments radioactifs se répartissent en trois familles principales : la famille de l'*uranium*, la famille de l'*actinium* et la famille du *thorium*.

Nous avons déjà vu que le radium est un descendant de l'uranium. Le tableau de la figure 334 représente la descendante radioactive du radium; on a porté en abscisses les nombres de charge Z et en ordonnées les nombres de masse A (§ 483). Voici les périodes de ces éléments :

Radium	1.600 ans.	Radium C″	1,3 minute.
Radon	3,7 jours.	Radium D	22 ans.
Radium A	3 minutes.	Radium E	5 jours.
Radium B	26 minutes.	Polonium	140 jours.
Radium C	20 minutes.	Plomb	stable.
Radium C′	10^{-6} seconde.		

Les filiations de l'uranium et du thorium ont été également établies; elles présentent des bifurcations, mais aboutissent toujours à du plomb.

474. Applications de la radioactivité.

Ces applications sont nombreuses. Citons seulement :

1° **Constitution de la matière.** — L'étude des éléments radioactifs a fourni des renseignements précieux sur la constitution de l'atome, sur l'hélium, sur les isotopes, sur la possibilité de la transmutation de la matière. Les rayons α ont été utilisés pour produire certaines désintégrations artificielles.

2° **Cadrans lumineux.** — Un sulfure de zinc, préparé spécialement, devient phosphorescent lorsqu'il a été excité par les rayons lumineux. Le même sulfure de zinc devient phosphorescent, en l'absence de toute excitation lumineuse, lorsqu'on lui incorpore des traces d'un corps radioactif. Des cadrans, des boussoles, des graduations restent ainsi lumineux la nuit sans qu'on ait à les exposer à la lumière du jour.

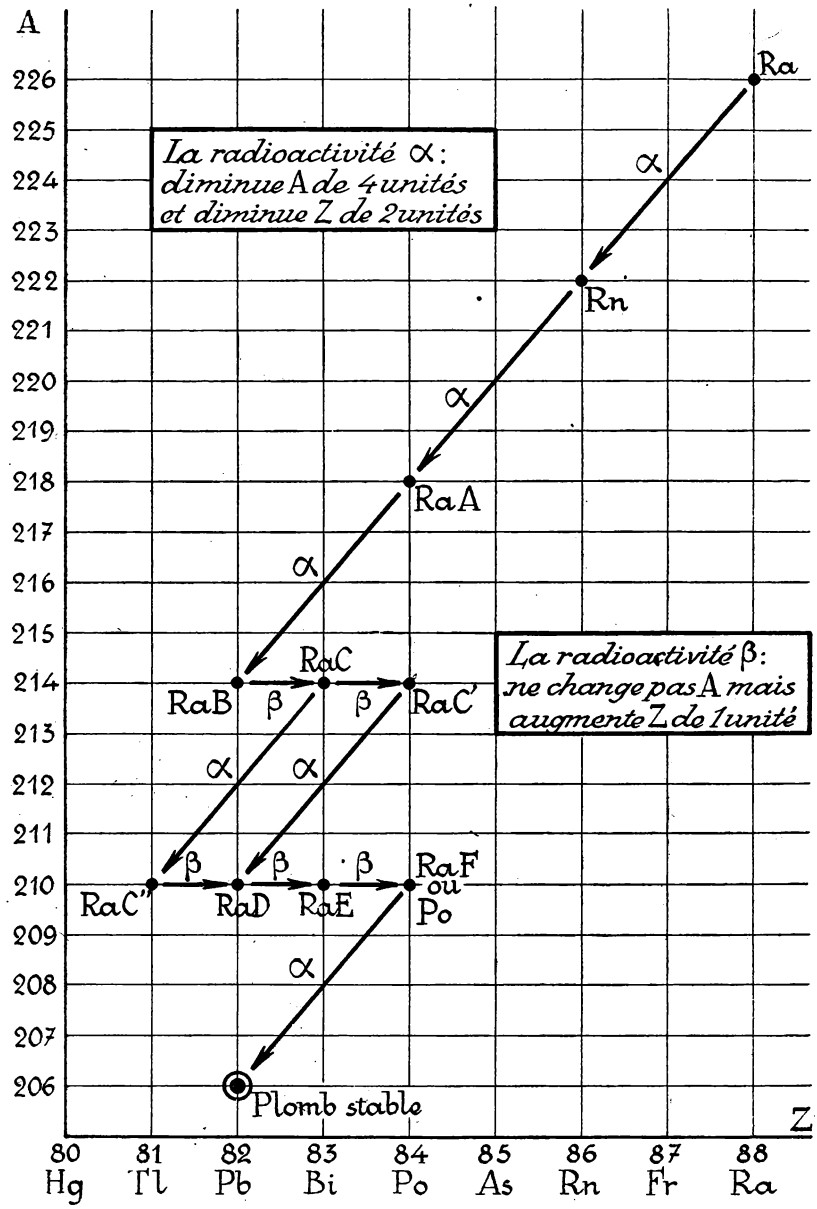


FIG. 334. — Désintégration du radium.

3° **Age des minéraux.** — On a pu déduire des proportions d'uranium, de radium, d'hélium et de plomb (produit final des transformations radioactives), contenues dans un minéral, l'âge de ce minéral; pour les anciens minéraux, cet âge est de 1 milliard 600 millions d'années.

La radioactivité explique également que la température de la Terre ne décroît peut-être pas comme on l'avait supposé.

4° **Utilisation en médecine.** — La véritable application actuelle, celle qui réclame une provision de radium toujours plus grande, est l'utilisation médicale. Le rayonnement radioactif sert à traiter des maladies de peau, des plaies qui refusent de se cicatriser, le cancer, la tuberculose; en agissant sur les tissus, il peut modifier leur développement et parfois les détruire. Les corps radioactifs ainsi employés en médecine sont le radium, l'émanation du radium et le mésothorium.

APERÇU HISTORIQUE SUR LES RAYONS X ET LA RADIOACTIVITÉ (1)

Découverte des rayons X

« En 1895, Röntgen, qui expérimentait sur les rayons cathodiques, observa par hasard que, du tube de Crookes en fonctionnement, émane un rayonnement étrange, non visible, mais rendant lumineux les corps fluorescents et agissant sur la plaque photographique. Ces rayons se propagent exactement en ligne droite, traversent les corps opaques et permettent de photographier le squelette de l'homme et des animaux. L'annonce de cette découverte fut accueillie par un cri d'étonnement; la surprise était d'autant plus grande que tous les laboratoires possédaient les appareils nécessaires pour que l'on pût répéter l'expérience : un tube de Crookes, une bobine d'induction, une plaque photographique enveloppée de papier noir ou un écran enduit d'une substance fluorescente, il n'en fallait pas plus pour photographier les os d'une main, ou même pour voir jouer les articulations du squelette d'un patient, qui ne se doutait pas encore du danger des nouveaux rayons. En quelques semaines, les expériences de Röntgen furent répétées dans le monde entier. La nature des nouveaux rayons restait absolument mystérieuse; on ne savait même pas par quelle partie de l'appareil ils étaient émis.

» Très peu de temps après la découverte de Röntgen, quelques photographies de squelettes (car c'est cette application qui avait le plus excité la curiosité) étaient présentées à l'Académie des sciences et donnaient l'occasion d'échanger des idées sur les nouveaux rayons. Le grand mathématicien Henri Poincaré exprima l'idée, à titre d'hypothèse, que peut-être l'émission des rayons X était liée à la fluorescence du verre frappé par les rayons cathodiques. Il y avait à la fois, dans cette hypothèse, une part de vérité et une erreur; nous savons aujourd'hui que, dans l'ampoule de Crookes, c'est bien la paroi de verre qui émet les rayons X, mais nous savons aussi que cette émission est sans aucun lien avec la fluorescence, puisque l'émission a lieu aussi bien, et même mieux, par des corps qui ne présentent aucune fluorescence. Il se trouva que la partie inexacte de l'hypothèse faite par Poïncaré allait amener une très grande découverte.

Découverte de la radioactivité.

» Si l'émission de rayons X était liée à la fluorescence, on pouvait espérer la retrouver sur des corps rendus fluorescents par l'action de

---

(1) Extrait de l'*Histoire de la Physique*, par Charles Fabry (t. XIV de l'*Histoire de la Nation française*, par Gabriel Hanotaux).

la lumière, sans aucune intervention de la décharge électrique. L'expérience fut immédiatement essayée par Henri Becquerel, qui avait sous la main tous les éléments nécessaires. Au laboratoire de physique du Muséum, où il avait succédé à son père, il avait à sa disposition les substances phosphorescentes et fluorescentes dont Edmond Becquerel s'était servi dans ses belles recherches qui remontaient déjà à trente ans. L'expérience fut essayée sur un échantillon de sel d'uranium, qui était rendu phosphorescent par l'action de la lumière pendant que l'on essayait son action sur une plaque photographique entourée de papier noir. La plaque montra que le sel d'uranium avait agi, et l'hypothèse de Poincaré sembla confirmée. Becquerel voulut alors voir pendant combien de temps l'action se continuait après que l'excitation par la lumière avait cessé; le résultat fut complètement inattendu : l'action se continuait indéfiniment, elle n'avait aucun lien avec la fluorescence.

» Après quelques tâtonnements, Becquerel vit bien qu'il s'agissait d'une propriété spécifique de l'uranium et de ses composés; il vit que cette propriété était indépendante de l'état de combinaison dans lequel le corps simple uranium pouvait se trouver; en un mot, il découvrit que c'était une propriété atomique, se continuant indéfiniment, sans aucune intervention de circonstances extérieures. La radioactivité était découverte. Toute une contrée inconnue s'offrait à l'exploration des physiciens. Un grand nombre d'entre eux se mirent au travail; les faits découverts furent si nombreux, ils furent l'œuvre d'un si grand nombre de travailleurs que l'on ne peut songer ici à en décrire l'histoire détaillée; on devra se borner aux grandes lignes.

» Il y avait à travailler dans deux directions distinctes. D'une part, il fallait faire l'étude des nouveaux rayonnements, celui du tube de Crookes et celui de l'uranium; on ne savait à peu près rien sur l'un ni sur l'autre, si ce n'est qu'ils avaient en commun la propriété de se propager en ligne droite et de traverser plus ou moins certains corps opaques. D'autre part, il y avait à étudier les corps susceptibles d'émettre les « rayons de Becquerel » connus alors seulement par les propriétés de l'uranium. Cette propriété était-elle unique dans toute la chimie? Trouverait-on d'autres corps doués des mêmes propriétés, peut-être à un plus haut degré? Il n'a fallu qu'un petit nombre d'années pour que la plupart de ces questions se trouvent résolues, parfois d'une manière absolument inattendue. Ce fut l'œuvre de deux groupes de savants, que l'on peut désigner brièvement sous le nom d'école anglaise et d'école française, la première avec J. J. Thomson et Rutherford, la seconde avec Becquerel, Pierre Curie et Mme Curie.

Le rayonnement des corps radioactifs.

» L'étude des rayons de l'uranium fut immédiatement commencée par Becquerel, qui en découvrit la nature complexe en faisant agir sur eux le champ magnétique d'un électro-aimant. Il montra qu'une partie du faisceau est déviée dans un sens, et que cette partie transporte une charge électrique négative; cette partie du rayonnement est composée de ces « rayons cathodiques » que Crookes étudiait dans l'ampoule à gaz raréfié, et que l'uranium produit spontanément d'une manière indéfinie. Le reste du faisceau se compose lui-même de deux parties : l'une est iden-

tique aux rayons X et l'autre, qui fut plus particulièrement étudiée par Rutherford, est composée de particules chargées d'électricité positive. L'école anglaise devait, un peu plus tard, étudier à fond ce dernier rayonnement, montrer qu'il était constitué par des particules d'hélium électrisé, et se servir de ce rayonnement pour d'étonnantes découvertes sur les propriétés de l'atome.

Le radium. Curie.

» Les propriétés de l'uranium restaient une énigme unique dans la nature. Ce fut surtout l'œuvre des Curie de montrer que d'autres corps présentent les mêmes propriétés à un degré beaucoup plus élevé et de découvrir toute la technique des corps radioactifs.

» Pierre Curie était l'un des deux fils d'un médecin de Paris; il naquit en 1859. Son frère et lui étaient vivement attirés par la physique expérimentale, et commencèrent de très bonne heure leurs travaux de laboratoire. En 1879, Pierre était préparateur de Desains à la Sorbonne, et travaillait dans les misérables laboratoires de cette époque, faits de pièces et de morceaux, dans de vieilles maisons de la rue Saint-Jacques, mal reliées entre elles et à peine nettoyées avant de servir de laboratoire. Desains avait été l'un des premiers à comprendre la nécessité d'un laboratoire et non d'une simple collection d'appareils, pour que la recherche en physique pût produire quelques résultats. La liste de ses travaux ne présente rien de très important, mais il lui reste ce mérite d'avoir fourni à d'autres les moyens et le goût de la recherche expérimentale. Curie publia avec lui un travail important sur la mesure des longueurs d'onde dans l'infra-rouge; c'était le prolongement, par une méthode nouvelle, des mesures faites par Mouton dans le même laboratoire; l'étude expérimentale des radiations de grande longueur d'onde sortait enfin de la phase purement descriptive. A la même époque, Curie travaille avec son frère au laboratoire de Friedel où l'on s'occupait surtout de minéralogie, et c'est là que les deux frères découvrent le phénomène de la piézo-électricité (1) et en font une étude magistrale. L'Ecole de physique et chimie ayant été créée par la Ville de Paris en 1832, Curie y accepta les modestes fonctions de chef des travaux pratiques de physique, et c'est là, dans un laboratoire très pauvre, qu'il fit la plupart des travaux qui devaient illustrer son nom. A l'époque où nous sommes parvenus, Curie était absolument inconnu du grand public, mais tous ceux qui étaient au courant des progrès de la physique le regardaient déjà comme un maître. Il venait d'achever un admirable travail sur les propriétés magnétiques des corps, et ses idées très originales sur la symétrie dans les phénomènes physiques avaient vivement intéressé tous les physiciens. Il était engagé dans de nouvelles recherches sur les cristaux lorsque Mme Curie songea à rechercher les propriétés de l'uranium dans les divers composés de ce corps et dans les divers métaux qui en contiennent. Des mesures précises montrèrent que, dans les divers composés, la radioactivité était exactement proportionnelle à la quantité d'uranium

(1) La *piézo-électricité* consiste dans la formation d'électricité sur certains corps soumis à une pression convenable.

contenue dans la combinaison; la propriété radioactive était bien une propriété atomique, indépendante de l'état de combinaison. Exceptionnellement, certains minéraux montrèrent une activité plus grande que celle de l'uranium pur. L'explication fut immédiatement aperçue : ces minerais devaient contenir un corps inconnu, plus actif que l'uranium. Curie vit tout de suite l'importance de cette découverte, et abandonna ses travaux en cours pour collaborer à ces nouvelles recherches. Mme Curie arriva bientôt à démontrer l'existence d'un corps nouveau, qu'elle nomma le polonium. Peu de temps après, Pierre Curie et Mme Curie, unissant leurs efforts pour une recherche qui exigeait toutes les ressources de la physique et de la chimie, découvraient le radium et arrivaient à le caractériser comme un métal analogue au baryum. Le métal lui-même fut finalement obtenu à l'état de liberté en 1910 par Mme Curie.

» Le nouveau corps était des millions de fois plus actif que l'uranium; des effets qui étaient à peine sensibles devenaient considérables, et les découvertes allaient se succéder rapidement. Celle qui produisit le plus profond étonnement fut le dégagement de chaleur que le radium produit spontanément, indéfiniment, sans l'intervention d'aucune énergie étrangère. On se demanda un moment s'il faudrait abandonner le principe de la conservation de l'énergie. Pour échapper à cette nécessité, deux hypothèses se présentèrent immédiatement, aussi étranges l'une que l'autre. La première consistait à admettre que la terre reçoit, on ne sait d'où, un rayonnement invisible que le radium absorbe et qui lui fournit de l'énergie qu'il transforme en chaleur. La seconde suppose que le radium, ce « corps simple », se décompose peu à peu, disparaît lentement, et que le dégagement de chaleur est l'équivalent d'une diminution d'énergie correspondant à cette transformation. Curie avait examiné soigneusement ces deux hypothèses; un moment, il avait paru se rallier à la première, mais bientôt tout un ensemble de faits imposait la seconde. On parvint à saisir sur le fait la décomposition progressive du radium, sa transformation en d'autres produits radioactifs et en gaz hélium, avec comme résidu final du plomb. On assistait à une véritable transmutation d'éléments, et cette constatation a révolutionné toutes les idées sur la nature et la constitution des atomes.

» Ce n'est qu'en 1900 que Curie fut chargé d'un enseignement à la Sorbonne et seulement en 1904 que fut créée une chaire dans laquelle il enseigna la science qu'il avait tant contribué à créer. Il mourut en 1906, victime d'un accident sur la voie publique.

Les rayons X analysés par les cristaux.

» Les rayons X restaient toujours une énigme. On était sans action sur eux; ils ne pouvaient subir ni réflexion ni réfraction, ils traversaient tous les corps, et la seule propriété que l'on pût traduire en nombre était justement cette absorption plus ou moins grande par la matière. Ces propriétés absorbantes avaient été très complètement étudiées dès 1900 par Benoist. Cet unique moyen d'action avait cependant permis de constater que les rayons X ne formaient pas un faisceau homogène; comme la lumière, ils étaient formés par le mélange d'une infinité d'éléments simples, mais ces éléments on ne savait pas les isoler et l'on

en ignorait la nature. L'énigme n'a été résolue qu'en 1912 par Laue, qui eut l'idée d'agir sur les rayons au moyen du « réseau cristallin » imaginé par Bravais (1). Le succès de l'expérience conduisit à la fois à la confirmation éclatante des idées de Bravais sur la constitution des cristaux et à reconnaître que les rayons X appartiennent au même groupe que les radiations lumineuses. Ces rayons ne diffèrent de la lumière ordinaire que par l'extraordinaire rapidité de leurs vibrations; ils sont, si l'on peut s'exprimer ainsi, de l' « hyper-ultra-violet ».

(1) Vers le milieu du XIXe siècle, le physicien français BRAVAIS établit que dans un corps cristallisé les molécules sont régulièrement réparties et forment des « réseaux » dont les dimensions — de l'ordre du dix-millième de micron — sont assez petites pour diffracter les rayons X.

CHAPITRE LI

STRUCTURE DE L'ATOME NUMÉRO ATOMIQUE - ISOTOPES

RAYONS POSITIFS

475. Production des rayons positifs.

Les rayons positifs, appelés d'abord ***rayons canaux,*** furent découverts en 1886 par Goldstein. Il utilisait un tube de Crookes dont la cathode était percée de trous (fig. 335); les rayons positifs passent à travers les trous et se propagent en arrière de la cathode, c'est-à-dire en sens inverse des rayons cathodiques.

On obtient des rayons positifs plus intenses en utilisant une anode pointue, incandescente, et en réduisant dans l'ampoule la pression au-dessous de 1/1 000e de mm de mercure. Dans ces conditions, le rayonnement cathodique ne s'établit pas (pression trop faible) et l'on constate, au contraire, un *rayonnement anodique* qui se propage en ligne droite à partir de l'anode.

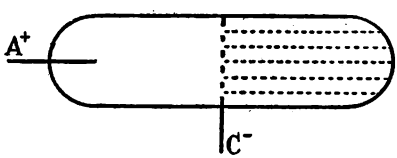


FIG. 335.
Production des rayons positifs dans un tube de Crookes.

476. Propriétés des rayons positifs.

La trace des rayons positifs est faiblement visible par la luminescence du gaz restant.

Ces rayons provoquent la fluorescence, avec des teintes variées, de la plupart des substances. La plus sensible est le silicate de zinc, ou *willémite,* qui donne une magnifique fluorescence verte.

Ils impressionnent aussi la plaque photographique, ce qui donne un procédé plus précis pour fixer la position de leur trace.

Action des champs électriques et magnétiques. — Les rayons positifs sont déviés par les champs électriques : l'armature du condensateur chargée positivement les repousse, tandis que l'armature chargée négativement les attire.

Ils sont également déviés par les champs magnétiques comme s'il s'agissait d'un courant dirigé dans le sens de leur circulation (fig. 356).

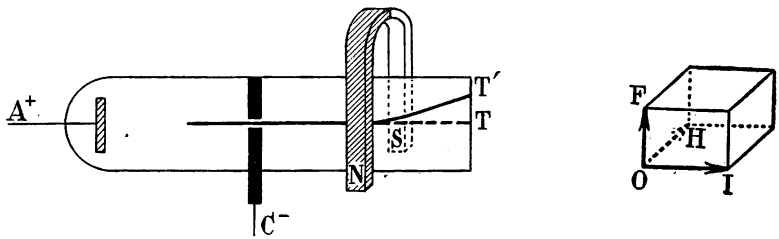


FIG. 336.

Déviation du faisceau positif par un champ magnétique.

Ces faits s'expliquent si l'on admet que ces rayons sont porteurs d'électricité positive, d'où leur nom.

477. Explication qualitative. Nature des rayons positifs.

La cathode C^- émet des négatons, les projette en leur donnant une grande vitesse, et les trajectoires de ces négatons constituent les rayons cathodiques. Le choc de ces négatons crée des ***ions positifs*** (en même temps que de nouveaux négatons) en rencontrant soit l'anode, soit les atomes du gaz restant; tous ces négatons continuent leur course dans le même sens.

Quant aux ions positifs ainsi créés, ils se propagent en sens contraire, vers la cathode. Une partie, arrêtée par la cathode, en expulse les négatons. Une autre partie, ayant traversé les trous ménagés dans la cathode, continue sa route de l'autre côté en formant les rayons positifs.

Comme dans le cas des rayons cathodiques, on a pu mesurer la vitesse v, la masse m et la charge e de ces ions positifs :

1° La vitesse v des ions positifs est plus petite que celle des rayons cathodiques : elle varie de 1 000 à 10 000 km par seconde.

2° La masse m est celle de l'atome réel; elle varie avec la nature du gaz qui se trouve dans le tube de Crookes, ou avec la nature de l'anode s'il s'agit d'un rayonnement anodique.

3° La charge e est celle du négaton changée de signe, c'est-à-dire $+ 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ coulomb.

SPECTROGRAPHE DE MASSES - ISOTOPES

478. Principe du spectrographe de masses.

Soit un faisceau étroit de rayons positifs donnant une tache fluorescente T sur un écran. Dévions ce faisceau, soit par un condensateur, soit par un aimant, soit plutôt par la combinaison des deux. Le déplacement TT′ de la tache fluorescente fournit une mesure de la masse m de l'ion positif, qui ne se distingue pas de la masse de l'atome.

On trouve ainsi que la masse de l'atome d'oxygène est 16 fois celle de l'hydrogène. C'est le principe d'un appareil, appelé *spectrographe de masses* (fig. 337), qui fournit une méthode physique de mesure des masses atomiques, avec une précision qui dépasse le 1/1 000e.

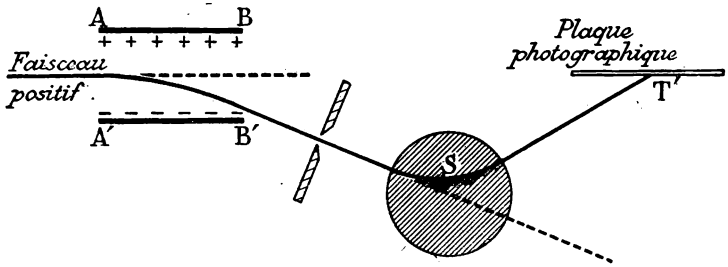


FIG. 337. — Schéma du spectrographe de masses d'Aston (1).
Sur la figure, le champ magnétique est dirigé d'avant en arrière de la feuille.

479. Découverte des isotopes.

Si l'on applique cette nouvelle méthode de mesure à la détermination de la masse atomique du chlore, on s'attend à trouver Cl = 35,5, nombre adopté par les chimistes. Le résultat est tout autre. La tache T′ est dédoublée et les mesures nous apprennent que le chlore est un mélange de deux atomes différents Cl = 35 et Cl = 37. Le nombre connu 35,5 n'est qu'une moyenne, valable pour le mélange. Les deux éléments Cl = 35 et Cl = 37 sont appelés les *isotopes* du chlore.

Le résultat est fréquent : ***la plupart des éléments sont des mélanges de plusieurs isotopes,*** dont les masses atomiques sont des nombres entiers.

Ainsi, le mercure, de masse atomique Hg = 200,6, se comporte comme un mélange d'isotopes dont les masses atomiques ont pour valeur 197, 198, 199, 200, 202 et 204.

(1) ASTON, physicien anglais contemporain.

Tous les éléments auraient ainsi des masses atomiques égales à un *nombre entier;* les exceptions apparentes sont dues au fait que la plupart des corps simples sont des mélanges d'isotopes ayant des propriétés chimiques identiques.

Le cas d'isotopie le plus remarquable est celui de l'hydrogène dont l'isotope, appelé *deutérium*, a pour masse atomique le double de celle de l'hydrogène. L'eau obtenue par combinaison de l'hydrogène et du deutérium, de formule OD_2, est nettement différente de l'eau ordinaire : c'est l'*eau lourde*.

STRUCTURE DE L'ATOME

480. Constitution de l'atome : négatons, protons et neutrons (1).

Nous avons déjà vu que l'électricité est un constituant fondamental de la matière. Chaque atome serait formé d'un ***noyau central,*** porteur d'électricité positive et dans lequel se trouverait concentrée presque toute la masse de l'atome. Autour de ce noyau gravitent des corpuscules électrisés négativement, tous identiques entre eux, appelés ***négatons,*** dont la charge est $-e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ coulomb et la masse $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gramme.

La masse d'un négaton est environ 1 850 fois plus petite que la masse de l'atome d'hydrogène, lequel est cependant le plus léger des atomes.

La charge positive du noyau est égale, en valeur absolue, à la charge négative de l'ensemble des négatons qui gravitent autour de lui, comme des planètes autour du soleil, de telle sorte que les charges positives et négatives se neutralisent et que l'atome entier se trouve à l'état neutre.

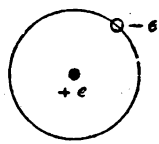


FIG. 338.

Atome d'hydrogène.

L'atome d'hydrogène, le plus simple, ne possède qu'un seul négaton : la charge du noyau est donc égale à $+e$ (fig. 338); ce noyau d'hydrogène est appelé ***proton.***

Les noyaux des autres éléments contiennent à la fois des protons et d'autres grains appelés ***neutrons.*** Le neutron est une particule relativement lourde comme le proton; sa masse est, à peu de chose près, celle du proton, mais il est dénué de charge électrique : c'est en quelque sorte un proton neutre.

Le proton et le neutron seraient deux états différents d'une même particule lourde qu'on appelle ***nucléon.***

---

(1) On a aussi découvert récemment l'existence de l'électron positif ou *positon;* c'est une particule légère, ayant même masse que l'électron, avec une charge électrique égale et de signe contraire

481. Classification périodique des éléments. Numéro atomique.

Mendeleïeff eut l'idée de classer les éléments suivant les masses atomiques croissantes, de telle sorte que les corps de propriétés chimiques analogues se retrouvent périodiquement (fig, 339).

Tous les corps placés dans une même colonne ont des propriétés semblables. Par exemple, la première colonne est celle des métaux alcalins, la seconde celle des métaux alcalins-terreux, etc.

1	H							
2	Li	Be	B	C	N	O	F	
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	
4	K	Ca	—	Ti	V	Cr	Mn	Fe Co Ni Cu
5	(Cu)	Zn	--	—	As	Se	Br	
6	Rb	Sr	?Yt	Zr	Nb	Mo	—	Ru Rh Pd Ag
7	(Ag)	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	
8	Cs	Ba	?Di	?Ce	—	—	—	— — — —
9	(—)	—	—	—	—	—	—	
10	—	—	?Er	?La	Ta	W	—	Os Ir Pt Au
11	(Au)	Hg	Tl	Pb	Bi	—	—	
12	—	--	—	Th	—	U	--	— — — —

Fig. 339. — Classification de Mendeleïeff : 1871.

En réalité, pour réaliser la périodicité, Mendeleïeff dut laisser des cases vides. Mais, et c'était là une justification remarquable de cette classification, on découvrit entre 1875 et 1888 trois nouveaux éléments : le scandium, le gallium et le germanium, qui se plaçaient tout naturellement dans trois cases restées libres.

La découverte des gaz rares de l'air, en 1895, soumit la classification périodique à une rude épreuve. En effet, parmi les nouveaux éléments, trois devaient prendre place dans les premières lignes du tableau, où il ne restait plus aucune case libre. Or, tous ces éléments ont trouvé leur place dans une colonne particulière, comme on peut le voir dans le tableau actuel de classification périodique des éléments (fig. 345), qui compte 92 cases.

On donne le nom de ***numéro atomique*** au numéro de la case qu'occupe un élément dans la classification périodique.

482. Nombre des négatons planétaires.

La classification périodique des éléments joue un rôle considérable dans nos hypothèses sur la constitution des atomes; on a en effet été conduit à admettre que :

Le numéro atomique d'un élément mesure le nombre de négatons planétaires.

Prenons comme exemple le carbone. Son numéro atomique étant 6, il possède 6 négatons planétaires et la charge de son noyau doit être égale à 6 charges élémentaires. Le noyau contient alors 6 protons; pour obtenir une masse atomique égale à 12, le noyau de carbone doit renfermer 12 nucléons, c'est-à-dire 6 protons et 6 neutrons.

483. Nombre de charge et nombre de masse.

Chaque élément est ainsi caractérisé par deux nombres entiers :

1° son *numéro atomique* Z, qui représente à la fois le nombre de négatons qui gravitent autour du noyau et le nombre de protons du noyau; on le désigne sous le nom de ***nombre de charge;***

2° le nombre A de nucléons (protons et neutrons) formant le noyau, qui représente la masse du noyau; on l'appelle ***nombre de masse.***

Dans la ***notation nucléaire,*** on convient de placer ces deux nombres en indice à gauche du symbole de l'élément, l'indice inférieur étant égal au nombre de charge et l'indice supérieur égal au nombre de masse. Exemples :

Hydrogène : ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ $\quad (Z = 1, \quad A = 1)$;

Carbone : ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ $\quad (Z = 6, \quad A = 12)$.

484. Structure des isotopes.

La constitution du noyau a permis d'expliquer les différences entre les isotopes :

Les isotopes ont même nombre de négatons planétaires; ils ne diffèrent que par le nombre de neutrons contenus dans le noyau.

Examinons le cas du chlore, dont le numéro atomique est 17. Les deux isotopes du chlore, de masses atomiques 35 et 37, ont leurs atomes constitués par 17 négatons planétaires gravitant autour de noyaux formés de 17 protons unis respectivement à $35 - 17 = 18$ et $37 - 17 = 20$ neutrons. On représentera ces deux isotopes par les symboles :

$${}^{35}_{17}\mathrm{Cl} \quad \text{et} \quad {}^{37}_{17}\mathrm{Cl}.$$

Les propriétés chimiques d'un élément dépendent du nombre de négatons planétaires; au contraire, les propriétés radioactives sont sous la dépendance du noyau.

CLASSIFICATION PÉRIODIQUE

(Le nombre atomique est indiqué

	Groupe I		Groupe II		Groupe III		Groupe IV		Groupe V	
	a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
0										
1	1 Hydrogène									
2	3 Lithium		4 Béryllium			5 Bore		6 Carbone		7 Azote
3	11 Sodium		12 Magnésium			13 Aluminium		14 Silicium		15 Phosphore
4	19 Potassium	29 Cuivre	20 Calcium	30 Zinc	21 Scandium	31 Gallium	22 Titane	32 Germanium	23 Vanadium	33 Arsenic
5	37 Rubidium	47 Argent	38 Strontium	48 Cadmium	39 Yttrium	49 Indium	40 Zirconium	50 Etain	41 Niobium	51 Antimoine
6	55 Coesium	79 Or	56 Baryum	80 Mercure	57 Lanthane	*58 à 71 81 Thallium	72 Hafnium	82 Plomb	73 Tantale	83 Bismuth
7	87 Francium		88 Radium		89 Actinium		90 Thorium		91 Protactinium	

* LANTHANIDES (sont en réalité dans la même case que le lanthane)						
58 Cérium	59 Praséodyme	60 Néodyme	61 ?	62 Samarium	63 Europium	64 Gadolinium
65 Terbium	66 Dysprosium	67 Holmium	68 Erbium	69 Thulium	70 Ytterbium	71 Lutécium

Fig. 340.

DES ÉLÉMENTS

au-dessus du nom.)

Groupe VI *a* *b*	Groupe VII *a* *b*	Groupe VIII	Groupe 0	
			0 Neutron	0
			2 Hélium	1
8 Oxygène	9 Fluor		10 Néon	2
16 Soufre	17 Chlore		18 Argon	3
24 Chrome 34 Sélénium	25 Manganèse 35 Brome	26 Fer 27 Cobalt 28 Nickel	36 Krypton	4
42 Molybdène 52 Tellure	43 Technétium 53 Iode	44 Ruthénium 45 Rhodium 46 Palladium	54 Xénon	5
74 Tungstène 84 Polonium	75 Rhénium 85 Astate	76 Osmium 77 Iridium 78 Platine	86 Radon	6
92 Uranium *93 à 96				7

* URANIDES (sont en réalité dans la même case que l'uranium)			
93	94	95	96
Neptunium	Plutonium	Américanium	Curium

Les éléments 43, 61, 93, 94, 95 et 96 *sont artificiels.*

Fig. 340.

485. Disposition des négatons planétaires.

On ne sait rien actuellement sur les positions relatives des protons et des neutrons qui constituent le noyau.

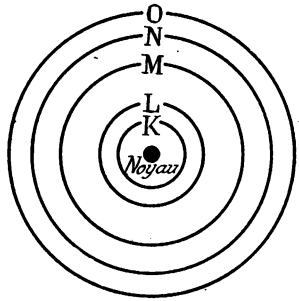


FIG. 341.
Niveaux des négatons dans un atome.

Par contre, on admet, avec Bohr, que les négatons sont répartis sur un certain nombre de couches ou niveaux que l'on désigne, en s'éloignant du noyau, par les lettres K, L, M, N, ... (fig. 341).

Chaque couche ne peut contenir qu'un nombre *maximum* de négatons : 2 pour la couche K, 8 pour la couche L, 8 encore pour la couche M, 32 pour la couche N.

Ce sont les négatons de la couche la plus extérieure, les négatons périphériques, qui donnent au corps sa valence, d'où dérivent ses propriétés chimiques. Ainsi s'explique la périodicité des propriétés chimiques qui se manifeste le long du tableau; on retrouve de place en place des corps de propriétés analogues, en même temps que le même nombre de négatons sur les diverses couches extérieures.

La figure 342 représente les atomes des premiers éléments du tableau périodique.

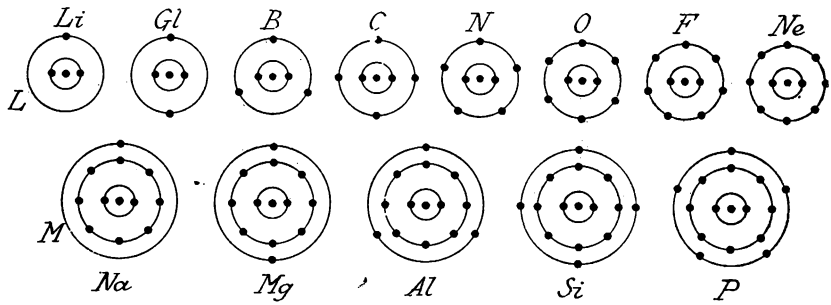


FIG. 342.
Représentation des atomes des premiers éléments du tableau périodique.

Quant aux éléments de la fin du tableau périodique, leurs noyaux sont instables et peuvent se briser spontanément, en projetant des rayons α, c'est-à-dire des noyaux d'hélium, et des rayons β, qui sont des négatons. Ces éléments instables sont radioactifs.

ÉVOLUTION DES IDÉES SUR LA CONSTITUTION DE LA MATIÈRE

Dans l'Antiquité.

« Il y a vingt-cinq siècles, sur les bords de la Mer divine où le chant des aèdes venait à peine de s'éteindre, quelques philosophes enseignaient déjà que la *Matière* changeante est faite de grains indestructibles, en mouvement incessant, les *Atomes*, que le Destin avait groupés au cours des âges selon les formes ou les corps qui nous sont familiers... Mais nous ne savons presque rien de ces premières théories. Ni Moschus de Sidon, ni Démocrite d'Abdère ou son ami Leucippe, ne nous ont laissé de fragments qui permettent de juger ce qui, dans leur œuvre, pouvait avoir quelque valeur scientifique. Et dans ce beau poème, déjà bien postérieur, où Lucrèce exposa la doctrine d'Epicure, on ne trouve rien qui fasse comprendre quels faits ou quels raisonnements avaient guidé l'intuition grecque. »

Ces lignes poétiques du physicien français Jean Perrin, dont les travaux ont grandement contribué à faire avancer notre connaissance du monde des atomes, nous rappellent que l'hypothèse atomique était déjà adoptée sous une forme un peu vague par les Philosophes de l'Antiquité.

Dans son magnifique poème *De natura rerum*, le poète latin Lucrèce illustre cette théorie par des images très suggestives :

— Ce linge que l'on a mis à sécher, aucune goutte ne s'en échappe, et pourtant l'eau disparaît. Il faut donc que cette eau se soit échappée sous forme de fines particules invisibles

La théorie atomique au XIX^{e} siècle.

Il faut cependant arriver au XIX^{e} siècle pour voir la notion d'atome s'introduire dans la science d'une façon systématique, et ce sera d'abord l'œuvre des *chimistes*. L'étude des corps purs a en effet conduit à les partager en deux classes bien distinctes : les *corps composés* qui peuvent être dissociés en corps plus simples à l'aide d'opérations chimiques appropriées, et les *corps simples* qui résistent à toute tentative de décomposition par voie chimique. Les corps composés se distinguent nettement des mélanges par les propriétés suivantes :

Dans un mélange, les proportions des divers constituants peuvent être quelconques et sont susceptibles de varier d'une façon continue. Dans un *corps composé*, au contraire, le rapport des masses est invariable pour un composé déterminé (loi des *proportions définies* ou loi de Proust, 1801) et ce rapport ne peut varier que d'une façon discontinue lorsqu'on passe d'un composé à un autre composé (loi des *proportions multiples* ou loi de Dalton, 1808).

Cette discontinuité dans les combinaisons chimiques, qui résulte d'un grand nombre d'analyses, est un fait capital qui va servir de base solide à la théorie atomique :

« Tous les corps sont formés de grains très fins appelés *molécules*. La molécule d'un corps simple est constituée de particules toutes identiques entre elles qui sont les *atomes* de ce corps simple; les molécules d'un corps composé sont formées par l'union, en proportion invariable, d'atomes des corps simples constituants. »

Presque simultanément, vers 1815, Ampère et Avogadro complètent l'hypothèse atomique en admettant que « des volumes égaux de divers gaz, dans les mêmes conditions de température et de pression, contiennent le même nombre de molécules. »

Après des luttes souvent très vives, l'hypothèse atomique finit par triompher et fut admise par tous les chimistes. Elle sert de base aujourd'hui à la détermination des formules qui traduisent la constitution des molécules; elle permet d'interpréter les réactions chimiques et les transformations de molécules au cours de ces réactions.

De cette théorie, les *physiciens* s'emparent à leur tour pour expliquer un grand nombre de propriétés de la Matière. Par exemple, dans la *théorie cinétique des gaz*, on admet qu'un gaz est formé par un nombre énorme de molécules en mouvement rapide : la pression exercée par le gaz sur les parois du récipient qui le contient est due au choc des molécules contre ces parois; la température du gaz mesure l'agitation moyenne des molécules, cette agitation augmentant lorsque la température s'élève.

En diminuant le volume du gaz à température constante, on rend plus petit le trajet que doivent parcourir les molécules pour aller d'une paroi à la paroi opposée, ce qui augmente le nombre des chocs sur les parois, et par suite la pression, conformément à la loi de Mariotte. On retrouve ainsi, comme conséquence de la théorie cinétique, les lois des gaz révélées par l'expérience.

Ce sont également les physiciens qui ont mesuré avec précision, par des méthodes très variées, le nombre de molécules existant dans une molécule-gramme; ce nombre, d'une importance capitale pour la Physique atomique, est dit *nombre d'Avogadro;* sa valeur est de $6{,}02.10^{23}$, ce qui montre bien l'extrême petitesse des molécules : un millionième de milligramme d'eau contient plus de 33 000 milliards de molécules d'eau !

En groupant les éléments par ordre de masses atomiques croissantes, Mendeleïeff en 1869 trouve que les propriétés des corps simples se reproduisent périodiquement. Cette classification périodique des éléments est d'abord accueillie avec scepticisme. Cependant, grâce à certaines modifications heureuses de masses atomiques, elle s'impose à l'attention des chimistes, surtout lorsque plusieurs prévisions hardies que Mendeleïeff tirait de sa classification se trouvèrent vérifiées par l'expérience.

L'électron négatif ou négaton.

En même temps que s'accumulaient les preuves de la structure discontinue de la matière, on parvenait également à établir la structure discontinue de l'électricité. L'étude des rayons cathodiques et des rayons β

des corps radioactifs montre que l'électricité négative est formée de petits corpuscules, les *électrons négatifs* que l'on a depuis peu appelés *négatons*, tous identiques entre eux et possédant une masse m et une charge électrique e extraordinairement petites, que l'on a pu mesurer :

$$m = 9.10^{-28} \text{ gramme}, \qquad e = 1{,}60.10^{-19} \text{ coulomb}.$$

L'électricité négative, constituée par les négatons de masse très petite, est alors apparue comme la partie mobile de l'électricité; l'électricité positive, au contraire, est généralement transportée par des ions atomiques de masse beaucoup plus grande que celle du négaton et par suite beaucoup moins mobile que l'électricité négative.

L'atome de Bohr.

Les premiers savants qui, à l'époque moderne, avaient développé l'hypothèse atomique, considéraient les atomes comme des unités simples et indivisibles. Cette conception ne pouvait pas être maintenue, car de nombreux faits indiquaient, au contraire, que les atomes étaient des édifices compliqués. En effet, dans l'émission cathodique et le rayonnement β des corps radioactifs, des négatons sortent de la matière; ces négatons devaient donc exister dans les atomes. Aussi, à partir de 1900, chercha-t-on à construire des « modèles » d'atomes qui, formés de particules électrisées, puissent rendre compte des propriétés physiques et chimiques des éléments. Cette constitution des atomes a pu être précisée grâce aux travaux expérimentaux du grand physicien anglais lord Rutherford et aux travaux théoriques du savant danois Niels Bohr.

Après divers tâtonnements, on reconnut la nécessité d'adopter un modèle planétaire : l'atome qui occupe le rang Z dans la série de Mendeleïeff serait formé d'un noyau central possédant une charge $+ Ze$ siège de la quasi-totalité de la masse atomique; ce noyau central est entouré de Z négatons de charge $-e$ chacun, qui tourbillonnent autour de lui comme des planètes autour du soleil de sorte qu'au total l'édifice atomique dans son état normal est électriquement neutre. Le nombre Z est appelé *nombre atomique* de l'élément.

L'atome le plus simple est donc le premier de la liste de Mendeleïeff, celui pour lequel $Z = 1$; c'est l'atome d'hydrogène formé d'un seul négaton de charge $-e$ tournant autour d'un noyau de charge $+e$; ce noyau étant le plus simple des noyaux atomiques a été nommé *proton*. Pour le dernier élément, l'uranium ($U = 238$), le nombre atomique est égal à 92 : le noyau central a une charge $+ 92\,e$, et 92 négatons tournent autour de ce noyau central.

Mais, pour pouvoir développer d'une manière satisfaisante cette théorie de l'atome équivalent à un système solaire, Bohr dut faire appel à la théorie des *quanta* inventée antérieurement par Planck. Parmi tous les mouvements que la Mécanique classique reconnaît comme possibles, certains seulement peuvent être exécutés par les négatons-planètes : ce sont les mouvements « quantifiés ». On fut conduit à admettre qu'un quantum d'énergie se trouve émis quand un négaton saute d'une orbite à l'autre, et que, seules, un certain nombre d'orbites étaient stables.

Ancienne conception du noyau (1925).

Dans le noyau central réside la presque totalité de la masse de l'atome, rassemblée dans un domaine dont les dimensions, 100 000 fois plus petites que celles de l'atome, sont de l'ordre de 10^{-13} cm. Or, ce noyau si petit est certainement très complexe. Les phénomènes de radioactivité naturelle, découverts par Henri Becquerel, Pierre Curie et Mme Curie prouvent en effet que les noyaux de certains atomes lourds sont susceptibles de se décomposer spontanément en donnant naissance à un noyau plus léger, cette désintégration s'accompagnant d'une émission de négatons ou rayons β, de noyaux d'hélium ou rayons α et de radiations très pénétrantes ou rayons γ. Ce n'est qu'en 1919 que Rutherford parvint, en bombardant des atomes légers d'azote à l'aide de particules α rapides, à provoquer une transmutation mettant en liberté des noyaux d'hydrogène ou protons avec transformation des atomes d'azote en atomes d'oxygène. Il créait ainsi une méthode qui devait permettre d'explorer la structure des noyaux atomiques en provoquant leur décomposition.

Comment concevait-on le noyau en 1925 ? On connaissait alors deux sortes de particules : l'électron négatif, que nous appelons négaton, et le proton ou noyau d'hydrogène, dont la charge est égale et de signe contraire à celle du négaton, et que l'on pouvait considérer comme l'unité d'électricité positive. On admettait donc que les noyaux étaient formés de ces deux particules élémentaires : négaton et proton.

Voyons quelles sont les conséquences de cette hypothèse. Soit le noyau d'un atome de nombre atomique Z. Sa charge électrique étant Ze, il devra contenir un nombre p de protons et un nombre n de négatons tels que :

$$p - n = Z.$$

De plus, comme les négatons ont une masse presque négligeable devant celle des protons, la masse de ce noyau devra être sensiblement égale à p fois celle du proton. Les masses de tous les éléments devraient donc être sensiblement égales à des multiples entiers de celle de l'hydrogène. Or, nous savons qu'il n'en est pas ainsi.

Heureusement, cette difficulté a disparu avec la découverte des isotopes (§ 190), dont les masses atomiques sont très voisines d'être un multiple entier de celle de l'hydrogène. Si les masses atomiques apparentes des corps simples usuels sont souvent loin d'être des multiples entiers de celle de l'hydrogène, c'est qu'en réalité ces corps simples usuels sont des mélanges d'isotopes en proportion constante : leur masse atomique apparente n'est qu'une moyenne des masses atomiques des isotopes formant le mélange.

Dès lors, il ne paraissait plus y avoir de difficultés sérieuses s'opposant à l'hypothèse que le négaton et le proton sont les seules particules élémentaires à l'aide desquelles les noyaux et par suite tous les atomes seraient construits. Nous allons voir cependant que cette hypothèse a dû être modifiée par suite de la découverte de nouvelles particules élémentaires.

Découverte du neutron et du positon.

Un progrès considérable au point de vue de notre connaissance du noyau atomique a été réalisé par la découverte successive dans les années 1931-1932 du *neutron* et du *positon*.

Le *neutron* est une particule ayant sensiblement même masse que le proton, mais dénué de charge électrique : c'est en quelque sorte un proton neutre. Il a été observé pour la première fois lors de la désintégration d'atomes de glucinium soumis à un bombardement de rayons α.

Quant à l'*électron positif* ou *positon*, c'est une particule légère ayant même masse que le négaton avec une charge électrique égale et de signe contraire. Le positon, tout d'abord découvert en étudiant les effets de désintégration produits par les rayons cosmiques, peut aujourd'hui s'obtenir comme produit de désintégration de certains radioéléments artificiels. Les éléments radioactifs naturels n'émettent jamais de positons, mais seulement des rayons β formés de négatons; il n'en est pas de même pour les radioéléments artificiels parmi lesquels certains émettent des rayons β négatifs formés de négatons et d'autres des rayons β^+ positifs formés de positons.

Nouvelle conception du noyau.

A la suite de la découverte du neutron, M. Heisenberg a proposé l'hypothèse suivante aujourd'hui généralement adoptée :

Le noyau de l'atome est formé de protons et de neutrons, c'est-à-dire par l'assemblage des deux types de particules lourdes. Supposons donc qu'il s'agisse d'un noyau de nombre atomique Z et de masse atomique A (nombre entier); ce noyau doit contenir Z protons (charge $+Ze$) et par suite $A - Z$ neutrons (pour obtenir la masse totale $Z + A - Z = A$). Par exemple, le noyau d'azote de nombre atomique 7 et de masse atomique 14 serait formé de 7 protons et de $14 - 7 = 7$ neutrons.

Mais alors, comment peut-on expliquer que les éléments radioactifs naturels et certains éléments radioactifs artificiels émettent des négatons lors de leur désintégration, tandis que d'autres radioéléments artificiels émettent des positons ? A cette question, on donne aujourd'hui la réponse suivante : les neutrons peuvent se transformer en protons avec émission d'un électron négatif, et les protons peuvent se transformer en neutrons avec émission d'un électron positif. Ce sont de telles transformations qui s'opéreraient dans les noyaux des radioéléments quand ils émettent des rayons β négatifs et des rayons β^+ positifs. Le proton et le neutron nous apparaissent ainsi comme deux états différents d'une même particule lourde appelée *nucléon*, l'un des états étant chargé positivement et l'autre neutre.

La transmutation des éléments.

La variété du monde matériel n'est donc qu'une apparence et tous les atomes sont formés, en définitive, de négatons, de protons et de neutrons. La « transmutation » rêvée par les Alchimistes du Moyen Age devient alors chose possible. Il s'agit de briser le noyau afin de le reconstruire.

L'opération présente d'ailleurs un autre intérêt : elle peut, dans certaines conditions, — constitution instantanée de noyaux plus stables que celui que l'on a brisé — fournir une énergie considérable.

Pour démolir une forteresse, on la bombarde. Les physiciens se mirent donc en devoir de bombarder le noyau atomique à l'aide de projectiles à son échelle, protons ou neutrons, animés d'une vitesse suffisante. Problème difficile si l'on songe aux vides énormes qui existent dans l'atome. En supposant l'atome entier grossi de telle sorte que le noyau ait les dimensions d'une balle de tennis, les négatons seront représentés par des noisettes gravitant à une quinzaine de kilomètres du centre. La matière, compacte en apparence, est donc *presque vide*, et c'est pourquoi les physiciens ont eu tant de peine à toucher systématiquement ces cibles dispersées que sont les noyaux.

Or les noyaux ne se comportent pas tous de la même manière vis-à-vis des neutrons. — Dans certains cas, le neutron se fixe sur le noyau; on obtient ainsi un atome dont le noyau renferme un neutron de plus que le noyau primitif : c'est un *isotope* du premier. — Il peut arriver que le neutron se fixe sur le noyau, avec émission d'un négaton; le noyau a donc gagné un proton. Ainsi l'uranium 238, dont le noyau contient 92 protons et 146 neutrons, fixe un neutron et émet un négaton; on obtient un noyau de 93 protons et 146 neutrons; cet élément artificiel est le *neptunium* (numéro atomique 93). Ce nouvel atome peut à son tour fixer un neutron et émettre un électron, pour donner un noyau de 94 protons et 146 neutrons; or ce noyau n'est pas stable, il perd spontanément un neutron et le nouveau noyau contient 94 protons et 145 neutrons : c'est le noyau de *plutonium* (numéro atomique 94). Neptunium et plutonium sont radioactifs.

La désintégration de la matière.

Enfin, le neutron peut provoquer l'éclatement du noyau, dont la rupture donne des noyaux plus légers avec émission de neutrons, de négatons et de photons. Le phénomène se produit avec le plutonium et l'uranium 235, variété rare que l'on trouve en très faibles quantités dans les minerais naturels d'uranium, tels que l'urane vert, qui est un oxyde.

La somme des masses des débris du noyau est inférieure à la masse totale du noyau initial. Il y a donc, conformément aux théories modernes, libération d'une énergie considérable. En désignant par m la *perte de masse* du système et par c la célérité de la lumière dans le vide, l'énergie ainsi libérée a pour valeur :

$$W = mc^2$$

Or, $c = 300\,000$ km par seconde $= 3.10^{10}$ cm/s; en supposant $m = 1$ gramme, on obtient :

$$W = 1 \times 9 \times 10^{20} \text{ ergs} = 9 \times 10^{10} \text{ kJ} = 2{,}5.10^{7} \text{ kWh.}$$

c'est-à-dire 25 millions de kilowatts-heure !

Cette énergie nucléaire a été mise à profit dans la *bombe atomique*

La grande aventure.

« On a dit bien souvent que le rapide développement de la Science moderne et de ses applications constituait pour l'humanité une grande aventure et, en effet, c'en est une dont nous ne pouvons encore mesurer aujourd'hui, ni les développements futurs, ni les conséquences finales.

.. ..

SYMBOLES ET MASSES ATOMIQUES DES ÉLÉMENTS

Actinium	Ac	227	Mercure	Hg	200,6
Aluminium	Al	27,0	Molybdène	Mo	96
Antimoine	Sb	121,8	Néodyme	Nd	144
Argent	Ag	107,9	Néon	Ne	20,2
Argon	A	39,9	Nickel	Ni	58,7
Arsenic	As	74,9	Niton	Ni	222
Azote	N	14,01	Or	Au	197,2
Baryum	Ba	137,4	Osmium	Os	191
Beryllium	Be	9,02	Oxygène	O	16
Bismuth	Bi	209,0	Palladium	Pd	107
Bore	B	10,8	Phosphore	P	31,0
Brome	Br	79,9	Platine	Pl	195,2
Cadmium	Ca	112,4	Plomb	Pb	207,2
Cæsium	Cs	132,9	Polonium	Po	210,0
Calcium	Cd	40,1	Potassium	K	39,1
Carbone	C	12,01	Praséodyme	Pr	141
Cérium	Ce	140,1	Radium	Ra	226
Chlore	Cl	35,46	Rhodium	Rh	103
Chrome	Cr	52,0	Rubidium	Rb	85,4
Cobalt	Co	58,9	Ruthénium	Ru	101,7
Colombium	Cb	93,1	Samarium	Sa	150
Cuivre	Cu	63,6	Scandium	Sc	45,1
Dysprosium	Dy	162,5	Sélénium	Se	79,0
Erbium	Er	167,2	Silicium	Si	28,1
Etain	Sn	118,7	Sodium	Na	23,0
Europium	Eu	152,0	Soufre	S	32,06
Fer	Fe	55,8	Strontium	Sr	87,6
Fluor	F	19,0	Tantale	Ta	181
Gadolinium	Gd	159,6	Tellure	Te	127
Gallium	Ga	69,7	Terbium	Tb	159
Germanium	Ge	72,6	Thallium	Il	204
Hélium	He	4,00	Thorium	Th	232
Holmium	Ho	163,5	Thulium	Tu	169
Hydrogène	H	1,008	Titane	Ti	48
Indium	In	124,8	Tungstène	W	184
Iode	I	126,9	Uranium	U	238
Iridium	Ir	193,1	Vanadium	V	51,0
Krypton	Kr	83,7	Xénon	X	131
Lanthane	La	138,9	Ytterbium	Yb	173,0
Lithium	Li	6,94	Yttrium	Y	88,9
Lutécium	Lu	175,0	Zinc	Zn	65,4
Magnésium	Mg	24,3	Zirconium	Zr	91.2
Manganèse	Mn	54,9			

CHAPITRE LII

VUE D'ENSEMBLE DES RADIATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

486. Radiations électromagnétiques.

Nous avons déjà vu que les ondes hertziennes, les ondes lumineuses, les rayons X, les rayons γ du radium sont de même nature et ne diffèrent que par leurs longueurs d'onde : ce sont des *radiations électromagnétiques*.

Pour compléter l'échelle de ces radiations, il nous reste à dire quelques mots sur les radiations infra-rouges et ultra-violettes.

RADIATIONS INFRA-ROUGES

487. Propriétés calorifiques des radiations lumineuses.

L'énergie transportée par les radiations lumineuses, ou *énergie radiante*, peut se transformer en énergie calorifique. C'est ainsi que le Soleil nous envoie de la chaleur, qui se propage par *rayonnement* à travers le vide interplanétaire.

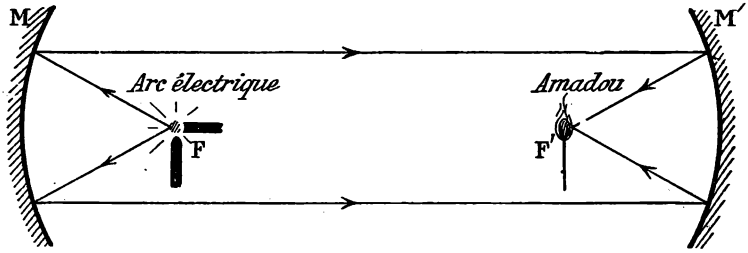


FIG. 343.
Réflexion de la chaleur.

La chaleur accompagne les rayons lumineux; comme eux, elle se réfléchit et se réfracte, ainsi que le montrent les expériences suivantes.

Expériences. — 1° Deux grands miroirs sphériques concaves, en laiton, dont les axes principaux coïncident, sont situés à quelques mètres l'un de l'autre, leurs faces réfléchissantes en regard (fig. 343). Au foyer principal de l'un des miroirs est placé un arc électrique.

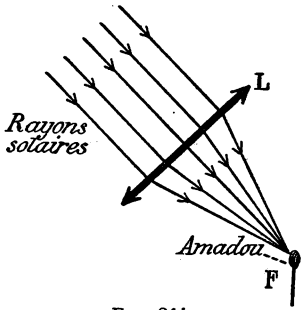


Fig. 344.
Réfraction de la chaleur.

Les radiations émises par l'arc, après réflexion sur les deux miroirs, enflamment un morceau d'amadou placé au foyer du second miroir.

2° En concentrant les rayons solaires, à l'aide d'une lentille convergente L, on enflamme un morceau de tissu ou d'amadou placé dans le plan focal de la lentille (fig. 344).

488. Procédés de mesure de l'énergie radiante à l'aide de récepteurs thermiques.

On peut mesurer l'énergie radiante en la transformant en énergie calorifique à l'aide des appareils suivants :

1° **Thermomètre.** — Un thermomètre ordinaire à mercure dont on enduit le réservoir de noir de fumée est exposé aux radiations.

L'énergie radiante est absorbée et transformée en énergie calorifique; l'élévation de température du thermomètre permet de mesurer l'énergie reçue par seconde. Ce procédé est peu sensible et, lorsque l'énergie reçue par seconde est faible, on emploie de préférence les thermoscopes, que nous allons décrire.

2° **Pile thermo-électrique.** — Nous en avons indiqué le principe au paragraphe 157 (fig. 100). Une forme commode consiste à souder bout à bout des fils de fer et de constantan (alliage de cuivre et de nickel) et à les disposer en zigzag sur un cadran isolant (fig. 345). Les soudures paires sont protégées par le cadre, alors que les soudures impaires, alignées au milieu, sont noircies et exposées au rayonnement.

Il en résulte une élévation de température des soudures impaires et, par suite, un courant qui fait dévier un galvanomètre sensible relié aux bornes de la pile.

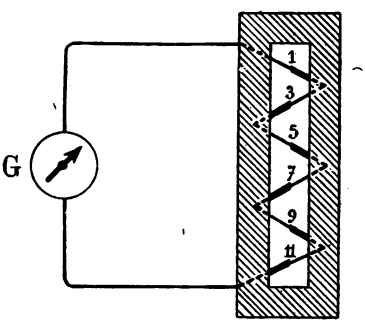


Fig. 345.
Pile thermo-électrique.

3° **Microradiomètre.** — La pile thermo-électrique et le galvanomètre se trouvent ici réunis dans le même appareil.

Le cadre du galvanomètre est formé d'une spire unique, qui comprend deux métaux soudés l'un à l'autre en A et en B (fig. 346). La spire est suspendue par un fil de torsion en quartz, entre les branches d'un aimant en fer à cheval; sur le fil de quartz est fixé le miroir M destiné à mesurer les déviations. On fait arriver le rayonnement sur la soudure A, qui s'échauffe, la soudure B étant protégée par un écran. Il en résulte un courant qui fait dévier le cadre.

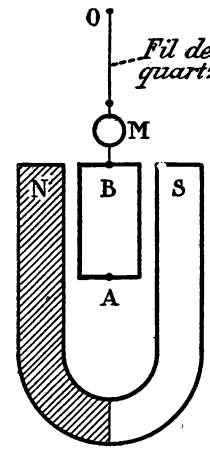


FIG. 346.
Microradiomètre.

4° **Radiomètre.** — Pour des expériences qualitatives, on utilisera le *radiomètre de Crookes.* C'est une ampoule de verre dans laquelle on a fait un vide très poussé; à l'intérieur peut tourner, autour d'une pointe verticale qui le supporte, un petit moulinet auquel sont fixées des ailettes très légères en mica, noircies sur une face (fig. 347). Si l'appareil reçoit, d'un seul côté, un faisceau de radiations, les ailettes se mettent à tourner. Cela tient à ce que la face noircie absorbant davantage les radiations qui lui arrivent, se trouve portée à une température un peu plus élevée que l'autre face; il en résulte un excès de pression sur la face noircie, qui recule.

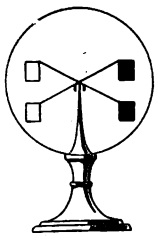


FIG. 347.
Radiomètre de Crookes.

489. Existence des radiations infra-rouges.

Formons le spectre de la lumière blanche et déplaçons dans ce spectre l'un des appareils précédents. Nous constatons que l'énergie calorifique mesurée par l'appareil augmente constamment lorsqu'on se déplace du violet vers le rouge. En particulier, les radiations rouges, qui cependant sont moins lumineuses que les radiations jaunes, sont plus chaudes que ces dernières. Donc :

Les radiations les plus lumineuses du spectre ne sont pas les plus chaudes.

Continuons à déplacer notre appareil au-delà du rouge visible; il nous indique encore une élévation de température. Il existe donc, dans la partie non lumineuse du spectre, au-delà du rouge, des radiations qui n'impressionnent pas la rétine. Comme les radiations visibles, ces radiations transportent de l'énergie, laquelle peut se transformer en chaleur, ce qui nous a permis de les déceler. Par suite

de leur place dans le spectre de dispersion, on les appelle ***radiations infra-rouges.***

490. Analogies des radiations infra-rouges et des radiations visibles.

L'obtention du spectre à l'aide d'un prisme nous prouve que les radiations infra-rouges se réfractent comme les autres radiations lumineuses. Leurs indices de réfraction pour un même verre sont inférieurs à ceux des radiations visibles, puisqu'elles sont moins déviées que celles-ci.

Dans les expériences de réflexion et de réfraction (§ 487), les radiations infra-rouges se sont réfléchies et réfractées en même temps que les radiations visibles, qu'elles accompagnent dans la lumière blanche.

Enfin, comme les autres radiations lumineuses, les radiations infra-rouges se dispersent et interfèrent. On a pu ainsi mesurer leurs longueurs d'onde et arriver à la conclusion suivante :

Les radiations infra-rouges ont des longueurs d'onde supérieures aux longueurs d'onde des radiations visibles.

On a étudié des radiations infra-rouges dont les longueurs d'onde sont comprises entre 0,8 μ et 300 μ.

491. Milieux absorbants pour les radiations infra-rouges.

Une substance donnée absorbe de façon très différente les diverses radiations. En particulier, les milieux transparents pour les radiations visibles peuvent être opaques pour l'infra-rouge et inversement.

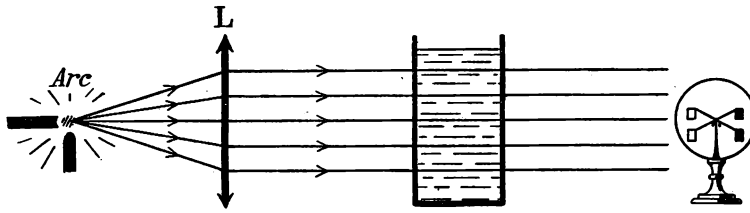


FIG. 348.

Une solution aqueuse d'alun arrête les radiations infra-rouges; une solution d'iode dans le sulfure de carbone laisse passer ces radiations.

EXPÉRIENCES. — 1° Envoyons sur un radiomètre le faisceau lumineux provenant de l'arc électrique : le radiomètre tourne très vite.

2° Interposons sur le trajet du faisceau une cuve pleine d'eau, qui laisse passer la lumière visible (fig. 348). Le radiomètre tourne beaucoup moins vite, preuve que l'infra-rouge a été en grande partie arrêté.

Le radiomètre tourne moins vite encore lorsqu'on remplace l'eau de la cuve par une solution aqueuse d'alun ou de sulfate de cuivre.

3° Remplaçons la cuve précédente par une autre cuve contenant une solution concentrée d'iode dans le sulfure de carbone. La lumière visible est arrêtée complètement, et cependant le radiomètre tourne très vite; la nouvelle solution laisse donc passer les radiations infra-rouges.

Remarque. — L'absorption des radiations est souvent gênante quand on veut les étudier. Ainsi, le verre ne laisse passer que les radiations infra-rouges de faibles longueurs d'onde. Avec un prisme de *sel gemme* (ClNa), on peut expérimenter sur les radiations infra-rouges jusqu'à 14 μ environ de longueur d'onde. Pour des longueurs d'onde supérieures à 14 μ, on remplace les lentilles par des miroirs et le prisme par un *réseau*, appareil qui décompose la lumière mais dont la théorie est en dehors de notre programme.

492. Applications.

1° Dans les *appareils de projection*, on arrête en grande partie les radiations infra-rouges émises par la source lumineuse en interposant une cuve d'eau sur le trajet des rayons. On évite ainsi que la plaque ou la pellicule, sur laquelle se concentre la lumière, ne subisse une trop grande élévation de température.

2° La *vapeur d'eau* absorbe beaucoup moins les radiations infra-rouges que les radiations visibles. Aussi, en utilisant des plaques photographiques sensibles à l'infra-rouge, on est parvenu à photographier à très grande distance des paysages que la présence de la vapeur d'eau dans l'atmosphère rendait invisibles directement.

3° Dans les serres, le verre, transparent aux radiations lumineuses, laisse passer pendant le jour la chaleur solaire. Mais, la nuit, les corps qui se sont échauffés rayonnent autour d'eux de la *chaleur obscure*, formée de radiations infra-rouges de grandes longueurs d'onde. Le verre est opaque à ces radiations, et il empêche ainsi le refroidissement nocturne.

RADIATIONS ULTRA-VIOLETTES

493. Propriétés chimiques des radiations lumineuses.

La lumière est capable de provoquer ou d'accélérer certaines réactions chimiques. Ainsi, la combinaison du chlore et de l'hydrogène, qui n'a pas lieu dans l'obscurité, se fait lentement à la lumière diffuse, et devient explosive à la lumière solaire ou à la flamme du

magnésium. La décomposition de certains sels d'argent, comme le bromure, sous l'action de la lumière, est utilisée en photographie. Enfin, la lumière altère certaines matières organiques; elle jaunit le papier, décolore beaucoup de tissus ou de papiers peints, etc.

494. Existence des radiations ultra-violettes.

A l'aide d'une plaque sensible ordinaire, photographions le spectre de dispersion de la lumière blanche. Si nous avons repéré à l'avance sur un écran les extrémités du spectre visible, repères que nous avons reportés sur la plaque, nous observons que le noircissement de la plaque photographique ne correspond pas aux limites indiquées. Alors que l'infra-rouge et le rouge n'ont eu aucune action sur la plaque, le noircissement augmente à mesure que l'on avance du côté du violet, et il se poursuit au-delà du spectre visible.

Il existe donc des radiations invisibles, plus déviées par le prisme que le violet extrême, et appelées pour cette raison ***radiations ultra-violettes.*** Leurs indices de réfraction, pour un même verre, sont plus grands que les indices de réfraction des radiations visibles.

Les radiations ultra-violettes peuvent, comme les radiations visibles, se réfléchir, se rétracter, interférer. On a pu mesurer leurs longueurs d'onde :

Les radiations ultra-violettes ont des longueurs d'onde inférieures aux longueurs d'onde des radiations visibles.

Le *spectrographe* est l'appareil tout indiqué pour l'étude des radiations ultra-violettes; leur longueur d'onde est comprise entre 0,4 μ et 0,01 μ.

495. Autres procédés d'observation des radiations ultra-violettes.

En dehors de la photographie, on peut utiliser une *cellule photo-électrique* (fig. 323) ou un *écran fluorescent.*

Ecran fluorescent. — Certaines substances, comme le *platino-cyanure de baryum*, ont la propriété de transformer les radiations ultra-violettes en radiations de plus grandes longueurs d'onde, et par suite visibles.

Expérience. — Projetons le spectre de la lumière blanche sur un écran de papier blanc que nous recouvrons en partie d'un autre écran enduit de platinocyanure de baryum, de façon que le spectre se forme à la fois sur les deux écrans. L'écran au platinocyanure de baryum s'illumine d'une façon particulière : on dit qu'il devient *fluorescent.* La fluorescence, qui ne se produit pas dans la partie rouge du spectre, est intense dans la partie violette et se prolonge au-delà du spectre visible, dans l'*ultra-violet*, que l'on peut ainsi mettre en évidence

496. Milieux absorbants pour les radiations ultra-violettes.

Comme dans le cas des radiations infra-rouges, certains milieux, transparents pour les radiations visibles, sont opaques aux radiations ultra-violettes. Ainsi, le verre ordinaire devient opaque aux radiations de longueurs d'onde inférieures à 0,35 μ. On utilise alors des lentilles et des prismes en quartz, ou bien des miroirs et des réseaux. L'oxygène lui-même devient absorbant pour les faibles longueurs d'onde; on doit opérer dans le vide ou, plus simplement, dans une atmosphère d'azote.

Expérience. — Sur le trajet de la lumière blanche, disposons un verre à l'oxyde de nickel. Les radiations visibles sont presque entièrement arrêtées; seul traverse, en petite quantité, un rouge très sombre. Cependant, la lame a laissé passer des radiations ultra-violettes voisines du violet, et ces radiations peuvent rendre fluorescentes diverses substances. Par exemple, le verre d'urane émet une belle lumière verte.

Si l'on opère dans une salle sombre, une cuve d'eau placée sur le trajet du faisceau est à peine visible; mais, si on laisse tomber dans l'eau quelques grains de fluorescéine, on aperçoit dans la cuve des traînées lumineuses vertes, qui se propagent dans le liquide à mesure que la solution se diffuse.

ECHELLE DES RADIATIONS ELECTROMAGNETIQUES

497. — On connaît aujourd'hui, sans discontinuité, les radiations dans une échelle très étendue, comme nous l'indique le tableau de la page 466, qui donne les longueurs d'onde correspondantes. Ce tableau appelle les remarques explicatives suivantes :

498. Remarques. — 1° Les séparations entre les diverses radiations ne sont pas nettement tranchées, comme le tableau pourrait le laisser supposer.

Les ondes hertziennes (produites par des oscillateurs électriques) empiètent sur les ondes infra-rouges (émises par les corps chauds). Il en est de même aux limites de l'ultra-violet et des rayons X, etc.

Toutes les propriétés des ondes électro-magnétiques varient d'une façon continue avec leur fréquence (sauf cependant à l'échelle atomique où des discontinuités apparaissent).

2° On rappelle que :

$$1\ \mu = 10^{-4}\ \text{cm} \qquad \text{et} \qquad 1\ \text{Å} = 10^{-8}\ \text{cm},$$

d'où :

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^{10}}{n}\ \text{cm} = \frac{3 \cdot 10^{14}}{n}\ \mu = \frac{3 \cdot 10^{18}}{n}\ \text{Å}.$$

TABLEAU D'ENSEMBLE DES RADIATIONS ELECTRO-MAGNÉTIQUES

NOMS	Fréquences n	Longueurs d'onde $\lambda = \frac{c}{n}$.	Dimensions des petits objets.	Energie du photon $W = hn$.	Autres indications.
Ondes hertziennes.	10^5	3 km		sans intérêt	T.S.F. : Grandes ondes.
	10^6	300 m			Ondes moyennes.
	10^7	30 m			Ondes courtes.
	10^8	3 m			
	10^9	30 cm			Radar (ondes dirigées).
	10^{10}	3 cm			Laboratoires.
	10^{11}	3 mm			
	10^{12}	300 μ			
Infra-rouge. (Anciennement chaleur rayonnante.)	10^{13}	30 μ			5 μ ←
	10^{14}	3 μ		0,4 *ev*	
	$3{,}75.10^{14}$	0,8 μ		1,5 —	Rouge
Radiations visibles.					Etendue du spectre solaire.
	$7{,}5.10^{14}$	0,4 μ		3 —	Violet
Ultra-violet.	10^{15}	0,3 μ	Limite de visibilité au microscope ordinaire.	4 —	← 0,2 μ
	10^{16}	300 Å		40 —	
	10^{17}	30 Å		400 —	
Rayons X.	10^{18}	3 Å	Diamètre des atomes $\#$ 10—8 cm	4 000 —	Rayons mous (ord.)
	10^{19}	3.10^{-1} Å		40 000 —	Radiographie. Radiothérapie.
	10^{20}	3.10^{-2} Å		400 000 —	
Rayons γ.	10^{21}	3.10^{-3} Å		4 Mev	
	10^{22}	3.10^{-4} Å		40 —	Transmutations (actions sur les noyaux).
Rayons cosmiques.	10^{23}	3.10^{-5} Å	Diamètre des noyaux $\#$ 10—13 cm	400 —	

3° Rappelons également la définition de l'*électron-volt* :

L'électron-volt (ev) est l'énergie acquise (en général sous forme cinétique) par un négaton subissant une chute de potentiel de 1 volt.

$$1 \text{ ev} = 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ erg.}$$

Multiple : le *méga-électron-volt* qui vaut 10^6 ev :

$$1 \text{ Mev} = 1{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ erg.}$$

4° **Energie du photon : W = *hn* :**

$$h = 6{,}6 \cdot 10^{-27} \text{ C.G.S. (constante de Planck).}$$

Exemple de calcul. — Pour la radiation $\lambda = 0{,}3\ \mu$ (proche U.-V.), $n = 10^{15}$:

$$W = 6{,}6 \cdot 10^{-27} \times 10^{15} = 6{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ erg} \ \# \ 4 \text{ ev.}$$

Les autres énergies ont été calculées en multipliant celle-ci par une puissance convenable de 10 (résultats approximatifs seulement).

5° L'énergie chimique mise en jeu dans les réactions *ordinaires* est de l'ordre de quelques électrons-volts (au maximum 5 ev). Le tableau ci-contre permet de comprendre le rôle des radiations de courte longueur d'onde, dont les photons ont des énergies supérieures à la limite précédente : elles pourront provoquer des *décompositions* de corps exothermiques ou des *synthèses* de composés endothermiques.

6° Pour extraire un négaton d'un atome et l'amener à l'extérieur du corps *sans vitesse*, il faut lui fournir une énergie qui dépend de la nature du corps, mais qui reste de l'ordre de *quelques électrons-volts*.

Donc, l'effet photoélectrique ne pourra se manifester — dans les conditions les plus favorables — qu'avec des radiations ayant *au plus* une longueur d'onde de 0,6 μ environ. Les radiations *plus courtes* seront de plus en plus efficaces.

499. Conclusion.

« Ainsi, depuis l'extrémité des rayons X jusqu'aux immenses ondes de la télégraphie sans fil, le domaine des radiations est d'un seul tenant... Rayons gamma qui traversent les métaux les plus lourds, rayons X qui passent à travers le corps humain, rayons ultra-violets qu'arrête la plus petite couche de matière, ondes lumineuses auxquelles nous devons nos sensations visuelles, rayons infra-rouges par lesquels se fait la plus grande partie des échanges de chaleur entre les corps, grandes ondes électriques qui contournent la Terre jusqu'aux antipodes, tout cela, avec des moyens de production divers, n'est qu'une seule et même chose, sans autre différence que la rapidité plus ou moins grande des vibrations, mais avec une étonnante variété dans les propriétés. Sauf peut-être au-delà de l'une des frontières, l'explorateur a fini sa tâche; aucune partie ne reste à découvrir dans le domaine des radiations. De tout cet ensemble, notre œil ne perçoit directement qu'une parcelle infime; nous ne sommes pas tout à fait aveugles, mais il ne s'en faut pas de beaucoup, et l'on peut voir par cet exemple combien l'univers réel est plus vaste que celui qui tombe directement sous nos sens. » (Ch. Fabry.)

L'ATOME D'HYDROGÈNE
ÉMISSION DE LA LUMIÈRE PAR LES ATOMES

Cette étude a pour objet d'exposer, dans le cas le plus simple, les idées actuelles sur l'émission de la lumière par les atomes.

Nous montrerons tout d'abord la complexité du spectre émis par l'atome d'hydrogène, puis l'échec de son explication par les théories classiques, enfin nous exposerons la théorie de Bohr, qui a finalement prévalu.

Pour ne pas avoir à y revenir, nous donnons ci-dessous les valeurs numériques des principales grandeurs utilisées.

Charge de l'électron	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb.
Masse de l'électron	$m = 9 \cdot 10^{-28}$ gramme.
Constante de Planck	$h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ C.G.S.
Vitesse de la lumière	$c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s.
Constante de la formule de Coulomb	$k = 9 \cdot 10^{18}$.
Rayon de l'orbite K	$a_0 = 5{,}4 \cdot 10^{-9}$ cm.

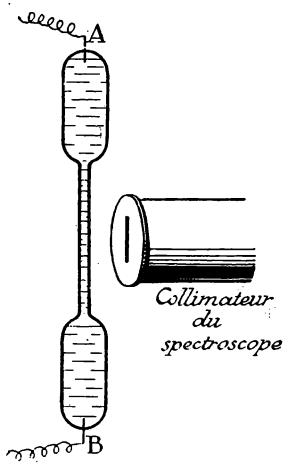


FIG. 349. — Tube de Plücker.

1. Spectre de l'atome d'hydrogène.

Examinons au spectroscope la lumière émise par un tube de Plücker renfermant de l'hydrogène raréfié (fig. 349).

Nous observons un ***ensemble discontinu de raies brillantes*** que l'on a réparti en trois séries :

— la ***série de Lyman*** dans l'ultra-violet;
— la ***série de Balmer*** dans le spectre visible et le proche ultra-violet;
— enfin, la ***série de Paschen*** dans l'infra-rouge.

Portons notre attention sur la série de Balmer, la plus commode à observer. Elle

comprend, dans le domaine visible, quatre raies, que l'on désigne par les symboles H_α, H_β, H_γ, H_δ, situées respectivement dans le rouge, le bleu, l'indigo et l'extrême-violet. D'autres raies, de plus en plus faibles, prolongent cette série dans le proche ultra-violet. Leurs longueurs d'onde sont données dans le tableau de la figure 350.

Si l'on marque les positions de ces raies sur une échelle graduée en longueur d'onde (fig. 351), on s'aperçoit que les raies se resserrent de plus en plus à mesure qu'elles se rapprochent de la limite de la série.

Les séries de Lyman et de Paschen présentent les mêmes particularités.

λ (en μ)	
0,6563	α
0,4861	β
0,4340	γ
0,4101	δ
0,3970	
0,3889	
0,3835	
0,3797	
.....	
0,3646	limite ....

FIG. 350. — Longueurs d'ondes des raies de la série de Balmer.

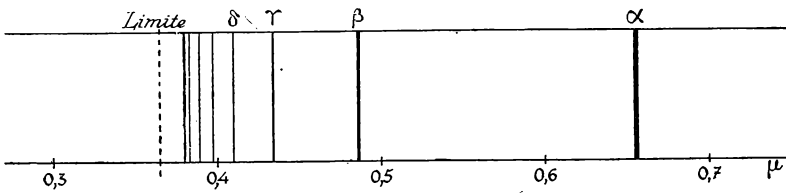


FIG. 351. — Position des raies de la série de Balmer.

On a trouvé que les longueurs d'onde λ, ou les fréquences N, des raies de toutes les séries peuvent se représenter, avec une *très grande précision*, par une formule *unique* dite ***formule de Balmer :***

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{N}{c} = R\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

dans laquelle :

λ est la longueur d'onde des raies (en cm);

N leur fréquence (en vibrations par seconde);

c la célérité de la lumière : $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s.;

R une constante dont la valeur numérique est connue avec une précision atteignant le millionième :

$$R = 109\,677{,}5;$$

p et n sont des nombres entiers auxquels on doit donner les valeurs suivantes :

Série de Lyman (U.-V.) : $p = 1$ avec $n = 2, 3, 4, \ldots$

Série de Balmer (visible) : $p = 2$ avec $n = 3, 4, 5, \ldots$

Série de Paschen (I.-R.) : $p = 3$ avec $n = 4, 5, 6, \ldots$

Chaque série a donc une limite que l'on déterminera en faisant, dans la formule, $n = \infty$.

Devant ces résultats, on est amené à se demander comment il se peut qu'un système aussi simple que l'atome d'hydrogène puisse donner un aussi grand nombre de raies dont la position est fixée avec une précision dépassant largement celle de nos meilleures mesures.

Le caractère singulier de la formule de Balmer apparaît encore plus nettement si on la rapproche de la loi qui, d'ordinaire, régit les fréquences des oscillateurs matériels (tuyaux sonores, cordes vibrantes, etc.). On sait que ces fréquences sont toujours des *multiples* entiers d'une fréquence fondamentale N_0 caractérisant l'oscillateur.

Ici, la loi est beaucoup plus complexe et *aucun harmonique* n'apparaît.

Nous allons montrer que l'explication de ce phénomène exige, encore une fois, que nous acceptions l'hypothèse de la discontinuité dans l'émission de l'énergie lumineuse, c'est-à-dire l'existence même des photons.

2. Théorie classique de l'atome d'hydrogène.

Rappelons que cet atome est constitué par un proton $+e$ de masse M autour duquel gravite un seul électron négatif ou négaton $-e$ de masse m.

La stabilité dynamique du négaton sur sa trajectoire est assurée par l'équilibre de deux forces (fig. 352) .

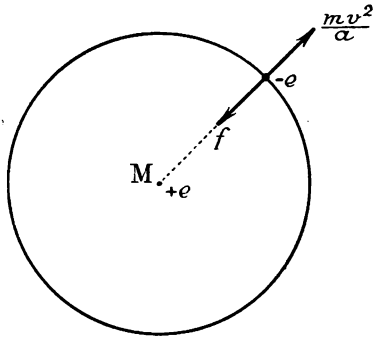


FIG. 352.

1° la force f due à l'attraction des charges $+e$ et $-e$ donnée par la formule de Coulomb :

$$f = k\,\frac{e^2}{a^2}.$$

2° la force centrifuge : $\dfrac{mv^2}{a}$.

On doit donc avoir : $\dfrac{ke^2}{a^2} = \dfrac{mv^2}{a}$.

d'où :
$$\boxed{v^2 = \frac{ke^2}{ma}} \qquad (1)$$

Remarquons en passant que cet équilibre est exactement le même que celui des planètes autour du soleil, la force d'attraction des charges $+e$ et $-e$ remplaçant ici l'attraction des masses M et m absolument négligeable.

Calculons la fréquence N de l'électron sur son orbite. On a :

$$v = 2\,\pi \mathrm{N} a,$$

d'où, en tenant compte de la relation (1) .

$$\boxed{\mathrm{N}^2 = \frac{ke^2}{4\,\pi^2 m a^3}} \qquad (2)$$

relation qui montre que ***la fréquence croît quand a diminue.*** Nous verrons plus loin l'intérêt de ce résultat.

Energie E de l'électron dans l'atome. — Elle se compose de deux termes: l'énergie cinétique de l'électron, $1/2\ mv^2$, et son énergie potentielle en présence du noyau attractif; le calcul de cette dernière peut se faire de la manière suivante :

Désignons par E_0 l'énergie potentielle (inconnue) de l'électron très loin du noyau (très loin signifiant, à l'échelle atomique, à 1 mm du noyau par exemple). A mesure qu'il s'en rapproche, en obéissant à l'attraction coulombienne, son énergie potentielle *décroît*, et cette diminution est mesurée par le travail de la force d'attraction f (exactement comme la diminution de l'énergie potentielle d'un corps pesant qui tombe est mesurée par le travail de la pesanteur pendant sa chute. C'est donc le travail de la force $f = \frac{ke^2}{a^2}$ depuis l'infini jusqu'à a qu'il faut calculer

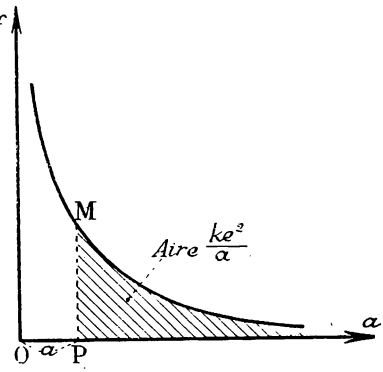


FIG. 353.

Pour cela, considérons la courbe de la figure 353 représentant la variation de f quand a croît de 0 à ∞. On sait que l'aire hachurée mesure le travail de f de l'infini à la distance a. On trouve aisément :

$$\mathcal{C} = \frac{ke^2}{a}.$$

L'énergie E de l'atome est donc :

$$E = \frac{1}{2}\,mv^2 + E_0 - \frac{ke^2}{a}.$$

Remplaçons v^2 par sa valeur tirée de (1), il vient :

$$\boxed{E = E_0 - \frac{ke^2}{2a}} \qquad (3)$$

Cette relation, très importante, montre que E diminue quand a décroît. Or, l'atome étant d'autant plus stable que son énergie est *plus faible*, on voit que sa *stabilité augmentera à mesure que l'électron gravitera plus près du noyau.*

Emission de la lumière par l'atome. — La théorie classique considère que, par suite de la rotation rapide de l'électron autour du noyau, l'atome doit se comporter comme une sorte d'*oscillateur de Hertz*, rayonnant dans tout l'espace un champ électrique et magnétique oscillant, de fréquence N, qui constitue ce que nous avons appelé une *onde électromagnétique* dont l'énergie est empruntée à l'atome lui-même.

Suivant la valeur de N, l'atome émettra une lumière infra-rouge, visible ou ultra-violette.

Mais la diminution de E pendant le rayonnement exige que a diminue, c'est-à-dire que l'électron se rapproche continuellement du noyau en

décrivant des cercles de plus en plus petits. Corrélativement, d'après la formule (2), la fréquence N des ondes émises augmentera.

Finalement, l'électron tombera sur le noyau. L'état le plus stable étant alors atteint, l'atome cessera de rayonner jusqu'à ce qu'une cause externe vienne écarter l'électron du noyau, le relancer en quelque sorte, et permettre au même phénomène de se reproduire

La théorie classique aboutit donc à la conclusion suivante :

L'énergie rayonnée par l'atome doit être répartie en un **spectre continu** *dont les fréquences se déplacent de l'infra-rouge à l'ultra-violet à mesure que l'électron se rapproche du noyau.*

Résultat en contradiction absolue avec les faits.

Un examen attentif du mode de raisonnement précédent montre sur quel écueil vient buter la théorie classique. En liant la fréquence des ondes émises à celle de l'électron sur sa trajectoire, elle se condamne, par le jeu des formules (2) et (3), à n'obtenir qu'un spectre continu. Il faut donc abandonner cette dépendance et chercher à introduire, dans l'émission de l'énergie, la discontinuité que révèle la distribution des raies du spectre.

Ce fut l'œuvre d'un jeune savant danois, Niels Bohr, qui en 1913, âgé seulement de vingt-six ans, proposa un nouveau modèle d'atome connu depuis sous le nom d'*atome de Bohr.*

Pour l'édifier, il conserva le mode de calcul classique de l'équilibre de l'électron sur sa trajectoire, ainsi que celui de l'énergie E, c'est-à-dire les résultats représentés par les formules (1) et (3). Par contre, il abandonna la relation (2) relative aux fréquences et *introduisit la notion de discontinuité en faisant appel à la théorie des quanta.*

Ce faisant, Bohr délaissait la théorie *ondulatoire* classique pour la théorie *corpusculaire* des photons.

Le succès fut complet et Bohr devint rapidement célèbre. Un prix Nobel couronna ses travaux que l'on considère aujourd'hui comme le point de départ de nos connaissances précises sur la constitution des atomes (1).

3. Théorie de Bohr (1913).

Les nouvelles hypothèses introduites par Bohr peuvent s'énoncer ainsi :

1° ***Le négaton ne peut graviter que sur certaines orbites dites stationnaires (ou encore orbites quantifiées).***

Le calcul (que nous donnerons plus loin, au dernier paragraphe) montre que leurs rayons sont entre eux comme la suite des carrés des nombres entiers;

N^{os} des orbites :	1	2	3	4	5
Rayons :	a_o	4 a_o	9 a_o	16 a_o	25 a_o
Désignation :	K	L	M	N	O

(1) Nous verrons plus loin dans quelles conditions la théorie de Bohr redonne la théorie classique.

Chacune de ces orbites correspond à un ***niveau d'énergie E*** qui est toujours donné par la formule (3).

L'orbite la plus stable est donc celle qui est le plus près du noyau : l'orbite K.

2° ***Quand le négaton est sur l'une des orbites stationnaires, il ne rayonne pas d'énergie.***

Sa place normale (atome non excité) est sur l'orbite K correspondant au maximum de stabilité de l'atome.

Mais, si une cause externe — que nous désignerons sous le nom général d'*excitation* — vient à déplacer le négaton et à l'amener sur l'une des orbites supérieures, il tend *spontanément* à revenir sur une orbite plus basse, et finalement sur K.

C'est pendant ce retour à l'état normal que l'atome rayonne de l'énergie sous forme de photons.

3° L'idée fondamentale de Bohr peut donc s'exprimer mathématiquement de la manière suivante :

Quand le négaton passe du niveau de rang n à un niveau inférieur de rang p, l'énergie libérée $E_n - E_p$ est emportée par un photon dont la fréquence N est donnée par la relation :

$$\boxed{hN = E_n - E_p} \qquad (4)$$

h étant la constante de Planck déjà introduite dans l'étude de l'effet photoélectrique.

4. Etablissement de la formule de Balmer.

Elle se déduit aisément de la relation (4).

Considérons en effet l'électron passant brusquement de l'orbite de rang n à celle de rang inférieur p.

Les rayons correspondants sont :

$$a_0 n^2 \quad \text{et} \quad a_0 p^2.$$

La perte d'énergie, en ergs, est donc d'après (3) :

$$E_n - E_p = \frac{ke^2}{2\,a_0}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

et la fréquence N du photon émis est d'après (4) :

$$N = \frac{E_n - E_p}{h} = \frac{ke^2}{2\,a_0 h}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (5)$$

Introduisons la longueur d'onde λ :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{N}{c} = \frac{ke^2}{2\,a_0 hc}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

Posons

$$\boxed{R = \frac{ke^2}{2\,a_0 hc}} \qquad (6)$$

on obtient finalement la formule de Balmer :

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

5. Mécanisme de la formation des raies.

Voyons maintenant comment on peut expliquer la formation des raies des trois séries.

— La série ultra-violette de Lyman s'obtient, nous l'avons vu, en faisant $p = 1$ et $n = 2, 3, 4...$ Elle correspond donc, dans la théorie de Bohr, au saut de l'électron de l'une des orbites de rang $n \geqslant 2$ sur l'orbite K ($p = 1$).

— De même, la série de Balmer correspondra au saut de l'électron de l'une des orbites du rang $n \geqslant 3$ sur l'orbite L ($p = 2$).

— Enfin, la série infra-rouge de Paschen sera donnée par le saut de l'électron d'une orbite de rang $n \geqslant 4$ sur l'orbite M ($p = 3$).

La figure 354 représente schématiquement ces divers passages; mais, pour des raisons de commodité, nous n'avons pas placé les niveaux K, L, M... aux distances du noyau que la théorie leur assigne (1, 4, 9...).

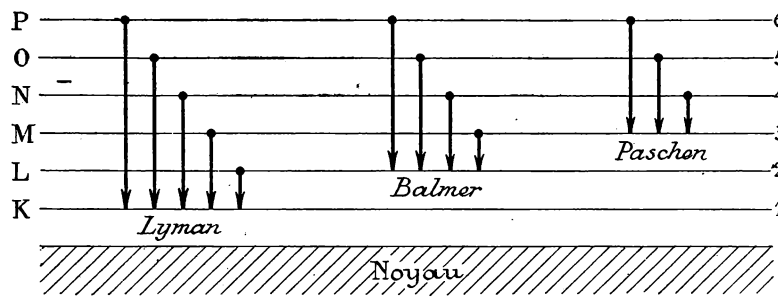


FIG. 354. — Les niveaux d'énergie dans l'atome. et les séries de raies correspondantes.

D'autres combinaisons sont possibles. Par exemple, on a découvert *grâce à la théorie de Bohr* deux nouvelles séries de raies : celle de ***Blackett*** correspondant à la chute de l'électron d'une orbite de rang $n \geqslant 5$ sur l'orbite N ($p = 4$); et enfin celle de *Pfund* correspondant à $n \geqslant 6$ avec chute sur l'orbite O ($p = 5$).

On conçoit que, dans le tube de Plücker où les atomes d'hydrogène, dont le nombre dépasse 10^{15} par cm^3, sont suffisamment excités par la décharge électrique, toutes les possibilités de passage de l'électron d'un niveau à un autre se trouvent simultanément réalisées. On observe donc, *au même instant*, toutes les raies des diverses séries, mais avec des intensités différentes dépendant du degré de probabilité de chacun des passages capables de les produire.

6. Contrôle expérimental.

Le succès de la théorie de Bohr sera complet si la constante *théorique* R donnée par la formule (6) est identique à la valeur *expérimentale*.

Le calcul est facile et n'utilise que des données étrangères à la spectroscopie et antérieurement connues. On trouve, avec les valeurs approchées indiquées précédemment :

$$R = \frac{ke^2}{2\,a_0 hc} \# \frac{9.\,10^{18} \times (1{,}6)^2.\,10^{-38}}{2\times 5{,}4.\,10^{-9} \times 6{,}6.\,10^{-27} \times 3.\,10^{10}}$$

$$R \# 108\,000.$$

au lieu du résultat expérimental : $R = 109\,677$.

En utilisant les dernières valeurs connues, plus exactes, la concordance est presque parfaite entre les valeurs théorique et expérimentale de R, surtout si l'on tient compte de l'entraînement du noyau de masse M qui ne reste pas immobile pendant le mouvement de l'électron.

Remarque importante. — Considérons l'électron tombant de l'orbite de rang $(n + 1)$ sur l'orbite de rang n. Désignons par N la fréquence émise calculée d'après la formule de Bohr et par N' la *fréquence de l'électron* sur l'orbite n. Nous savons que N' représente, d'après la théorie classique, la fréquence émise par l'atome.

Or, on démontre que le rapport $\frac{N'}{N}$ est donné par l'expression suivante :

$$\frac{N'}{N} = \frac{2\,(n+1)^2}{n\,(2\,n+1)}.$$

Ce rapport tend vers 1 quand n croît.

Ainsi, pour $n = 100$, $\quad \frac{N'}{N} = 1{,}015.$

Ainsi, pour $n = 1\,000$, $\quad \frac{N'}{N} = 1{,}0015$, etc.

Mais, lorsque $n = 1\,000$, le rayon de la trajectoire de l'électron est :

$$a = n^2 a_0 \# 5.\,10^{-3}\ cm = 50\ \mu.$$

L'électron est *très loin* du noyau.

La théorie de Bohr *redonne la théorie classique* quand l'électron gravite suffisamment loin du noyau. Le domaine de la théorie des quanta est donc *surtout* intra-atomique.

7. Niveaux d'énergie de l'atome de Bohr.

Etudions comment varie l'énergie E quand l'électron passe du niveau fondamental K aux suivants.

D'après la formule (3), on a :

$$E = E_0 - \frac{ke^2}{2a}.$$

Mais, au lieu de prendre pour variable le rayon a de l'orbite stationnaire où se trouve l'électron, il est préférable d'introduire dans la formule le nombre n (appelé ***nombre quantique principal)*** qui la définit aussi bien.

Si a_0 est le rayon du niveau K, on sait que :

$$a = a_0 n^2$$

d'où :

$$E = E_0 - \frac{ke^2}{2a_0} \cdot \frac{1}{n^2} \qquad \text{(en ergs)}.$$

Il est commode, dans la théorie électronique, de prendre comme unité d'énergie l'***électron-volt*** (*ev*) :

$$1\ ev = 1{,}60.\ 10^{-12}\ \text{erg}.$$

Avec cette unité et en tenant compte des valeurs numériques de k, e et a_0, on trouve :

$$E = E_0 - \frac{13{,}5}{n^2} \qquad \text{(en ev)}.$$

Prenons comme origine des énergies de l'atome celle du niveau K, ce qui revient à poser $E = 0$ pour $n = 1$; donc :

$$E_0 = 13{,}5\ ev.$$

Finalement, on obtient :

$$\boxed{E = 13{,}5 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} \qquad \text{(en } ev\text{)}.$$

Le tableau de la figure 355 et le graphique de la figure 356 donnent les valeurs de E pour les niveaux successifs.

On voit immédiatement :

1° que pour « ioniser » un atome d'hydrogène, c'est-à-dire pour lui enlever son négaton qui est normalement sur le niveau K, il faut lui fournir une énergie au moins égale à 13,5 *ev*.

Niveaux	*n*	E
K	1	0
L	2	10,1
M	3	12
N	4	12,6
O	5	13
P	6	13,1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	∞	13,5

FIG. 355.
Energies en électrons-volts.

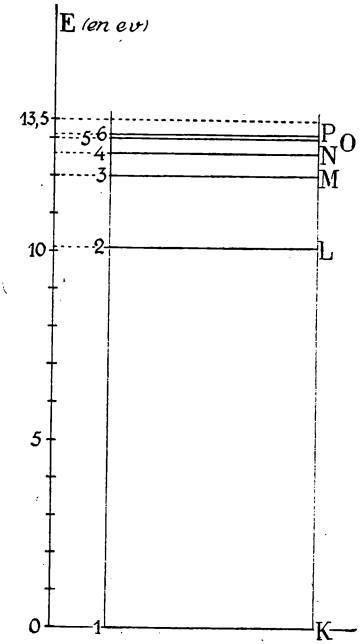


FIG. 356.
Niveaux d'énergie dans l'atome.

2° que la chute du négaton d'un niveau quelconque sur le niveau K libérera beaucoup plus d'énergie que sur le niveau L et *a fortiori* sur M, etc... On comprend alors que, malgré la dilatation rapide des orbites ($a = n^2 a_o$), l'énergie pour passer de $n + 1$ à n tende vers zéro quand n croît. D'où l'existence pour chaque série d'une limite supérieure des fréquences.

8. Insuffisance de la théorie de Bohr : introduction de la Mécanique ondulatoire.

La théorie de Bohr, complétée peu après par Sommerfeld, interprète d'une manière satisfaisante les spectres de l'hydrogène, de son isotope le deutérium, de l'hélium ionisé (atome d'hélium ayant perdu un négaton) et en général des atomes légers qui, par ionisation, peuvent devenir semblables à l'atome d'hydrogène. Elle permet également l'interprétation des spectres des rayons X et donne des indications précieuses sur les autres spectres. Par contre, elle échoue dans la description des mouvements de *plusieurs* électrons autour du noyau.

Néanmoins, l'essentiel de la théorie de Bohr :

— existence des niveaux d'énergie K, L, M...

— émission de la lumière par photons, reste applicable à *tous* les atomes.

Les travaux récents sont orientés dans une voie nouvelle par la *Mécanique ondulatoire* (Louis de Broglie, 1923). Cette théorie parvient à concilier les deux conceptions d'ondes et de corpuscules également nécessaires pour expliquer tous les aspects des phénomènes lumineux. Nous en retiendrons seulement l'hypothèse suivante qui résume l'essentiel de la nouvelle théorie :

L. de Broglie suppose qu'*à tout électron de masse m et de vitesse v est toujours associée une onde, dont la longueur d'onde* λ *est donnée par la relation* :

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}} \qquad (7)$$

h étant la constante de Planck.

Les orbites stationnaires de l'atome de Bohr prennent, dans cette théorie, un sens physique qu'elles n'avaient pas à l'origine : ce sont, d'après de Broglie, *les trajectoires de l'électron qui renferment un nombre entier de* λ.

Partant de là, on retrouve aisément la relation qui donne les rayons a des orbites :

$$2\pi a = n\lambda \qquad (n \text{ entier}).$$

ou

$$2\pi a = \frac{nh}{mv}$$

ou encore :

$$4\pi^2 a^2 = \frac{n^2 h^2}{m^2 v^2}$$

et, en remplaçant v^2 par sa valeur donnée par la relation (1) :

$$a = n^2 . \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2}$$

Posons :

$$a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \qquad (8)$$

nous obtenons :

$$\boxed{a = a_0 n^2}$$

qui est bien la relation indiquée au début de la théorie de Bohr.

La formule (8), où tout est connu, permet de calculer a_0; on trouve :

$$a_0 = 5{,}4 . 10^{-9} \text{ cm}.$$

La nouvelle théorie rejoint donc celle de Bohr dans le domaine où cette dernière est d'accord avec l'expérience. Ainsi se trouve assurée la *continuité* entre les diverses théories qui ont tenté successivement, avec une exactitude de plus en plus grande, de rendre compte de l'émission de la lumière par les atomes.

REMARQUES. — En terminant, nous devons attirer l'attention sur les deux points suivants :

1° L'onde associée de L. de Broglie ne doit pas être confondue avec les ondes émises par l'atome en vertu de la relation, toujours valable :

$$h\,N = E_n - E_p.$$

L'onde associée accompagne le négaton pour lui permettre, suivant les cas, de manifester son aspect corpusculaire ou ondulatoire.

2° La Mécanique ondulatoire est une théorie très abstraite, qui se passe des modèles d'atomes.

Pierre QUEYSANNE,
Professeur au Lycée Janson-de-Sailly.

LA LUMIÈRE ET LES RADIATIONS

« L'histoire des théories de la lumière est une des branches les plus passionnantes de l'histoire de la Physique. Nulle part mieux que là, dans la lutte plusieurs fois séculaire entre la conception corpusculaire et la conception ondulatoire de la lumière, ne s'est montré comment des hypothèses contradictoires, toutes deux suggérées par des faits expérimentaux, peuvent toutes deux contenir une part de vérité et comment le progrès de la Science se fait souvent par synthèse de deux points de vue opposés. Et cette longue histoire n'est pas finie, car la théorie de la lumière, après avoir puissamment contribué à inspirer les nouvelles théories dualistes de la matière, est aujourd'hui en retard sur celles-ci et elle est appelée sans doute à subir encore bien des avatars et des évolutions. » (L. DE BROGLIE.)

Newton et la théorie de l'émission.

Les Anciens savaient, comme tout le monde, que la lumière se propage en ligne droite, qu'elle forme des ombres, traverse les corps transparents et se réfléchit sur l'eau ou sur les miroirs; ce sont là des observations à la portée des enfants eux-mêmes. Ils avaient remarqué qu'un bâton, plongé obliquement dans l'eau, paraît brisé à l'endroit où il pénètre dans le liquide; c'est un exemple de *réfraction* de la lumière, qui déforme les objets vus à travers un corps transparent, et qui trouve son application dans les lentilles et les instruments d'optique.

Toutefois, la véritable histoire de la lumière ne commence qu'avec l'optique moderne, au XVII^e^ siècle, précisément avec l'étude de la réfraction. Snell, le premier, avait trouvé par l'expérience la relation entre les angles dans le phénomène de la réfraction; mais c'est au philosophe français René Descartes que revient la gloire d'avoir énoncé avec précision l'ensemble des lois de la réflexion et de la réfraction qui, en France du moins, portent son nom.

Un peu plus avant dans le XVII^e^ siècle, Pierre de Fermat, magistrat géomètre, montre que les lois de Descartes peuvent se déduire d'un principe plus général. D'après le principe de Fermat, la lumière s'efforce de « couper au plus court » en recherchant le trajet minimum : « La forme d'un rayon lumineux passant par deux points A et B donnés est telle que le temps mis par la lumière pour aller de A à B soit plus petit que celui qui correspond à toute forme extrêmement voisine de ce rayon. »

Pour expliquer le cheminement de la lumière, deux idées différentes viennent à l'esprit. Ou bien nous supposons que les rayons sont formés d'une grêle de *corpuscules* extraordinairement ténus, comme le *jet de balles d'une mitrailleuse :* c'est la théorie de l'*émission.* Ou bien nous admettons

que le « quelque chose » qui se transmet est un « mouvement pur », une suite d'*ondes* analogue aux vagues que crée la chute d'une pierre dans une eau tranquille.

Descartes adoptait la conception corpusculaire; il admettait que les corpuscules de lumière, en entrant dans une matière optiquement dense, subissent une résistance qui brise leur trajectoire.

Un génie qui vient trop tôt : Huyghens.

Vers la même époque, l'expérience fait de nouvelles conquêtes. Ce sont d'abord Hooke et Grimaldi qui observent les somptueuses couleurs des lames minces, à la surface des bulles de savon ou des eaux souillées de matières grasses; puis Newton découvre la complexité de la lumière blanche qu'il décompose par le prisme : il obtient sur un écran le premier *spectre solaire*. En 1676, Roemer, astronome danois, observant le mouvement des satellites de Jupiter, s'aperçoit que ce mouvement ne coïncide pas avec les prévisions du calcul; les différences s'expliquent si l'on admet que la transmission de la lumière, qui nous vient de ces satellites, n'est pas instantanée : la vitesse de la lumière est grande, elle n'est pas infinie. Dans une voie différente, Bartholin découvre que le spath d'Islande fournit deux faisceaux réfractés pour un seul faisceau incident.

Une vive agitation se manifeste dans le monde savant à la suite de ces découvertes successives. Pour la première fois, un savant hollandais, Christian Huyghens, propose d'une façon nette la théorie ondulatoire de la lumière en admettant l'existence d'un éther lumineux pour propager les ondes. Avec l'aide du principe qui porte aujourd'hui son nom, il montre que la théorie ondulatoire explique les phénomènes de réflexion et de réfraction, ainsi que la double réfraction du spath.

Mais cette œuvre admirable d'Huyghens arrivait trop tôt; elle présentait d'ailleurs une lacune grave : le fait fondamental de la propagation rectiligne de la lumière n'y était pas expliqué. Aussi, loin de rencontrer un assentiment unanime, elle dut reculer devant la toute-puissante théorie de l'émission, soutenue par Newton.

Cette théorie de l'émission permettait d'interpréter dynamiquement, comme le montra Newton, la propagation rectiligne de la lumière, la réflexion et la réfraction. Le savant se trouva plus embarrassé devant les couleurs des lames minces et devant certains phénomènes découverts par lui-même — la Science a de ces ironies ! — les célèbres anneaux de Newton, qui apparaissent entre une plaque de verre et une lentille posée sur cette surface. Les ondes étaient ici tellement nécessaires que Newton, par une intuition hardie, chercha à associer les ondes et les corpuscules, le mouvement d'un projectile et la propagation d'une périodicité. Il admettait que les corpuscules de lumière, une fois entrés dans le milieu réfringent, passaient alternativement et périodiquement par des « accès de facile transmission » et par des « accès de facile réflexion ». On concevait donc que, suivant l'épaisseur de la lame, le corpuscule en arrivant sur la deuxième surface de séparation, pouvait se trouver, soit en état de facile transmission, soit en état de facile réflexion. Cette théorie des *accès*, trop en avance sur son temps, resta embryonnaire et ne fut pas développée par la suite.

La plupart des savants du XVIIIe siècle suivirent Newton et adoptèrent la théorie corpusculaire, oubliant l'œuvre d'Huyghens. Il y eut cependant quelques exceptions notables, Euler en particulier.

Young et Fresnel : les franges d'interférence.

C'est au début du XIXe siècle que l'Anglais Young allait redonner à la théorie ondulatoire une impulsion vigoureuse. Ce Thomas Young est une des plus vastes intelligences que l'humanité ait produites. Médecin, philologue, archéologue, physicien, physiologiste, amateur en toutes choses, il sema partout des idées; il fallut le travail de toute une génération pour les faire fructifier. Il resta toute sa vie en relations personnelles avec les savants français, qui l'estimaient à sa juste valeur, tout en voyant bien ce qui lui manquait. Comme physicien, il n'avait pas cette solide culture mathématique sans laquelle on ne peut rien énoncer de définitif. Ce n'est pas sans raison que Laplace lui reprochait de n'avoir jamais bien compris la différence qu'il y a entre un simple aperçu et une véritable démonstration.

C'est cependant à Young que revient incontestablement l'honneur d'avoir introduit la notion de périodicité dans la théorie des ondulations; il observa avec précision les phénomènes d'interférences lumineuses (chapitre XXXII); il entrevit même la nécessité des vibrations transversales pour expliquer la polarisation de la lumière. Mais dans tout cela, comme dit Laplace, il y avait plus d'aperçus que de démonstrations; toute l'optique moderne était en germe dans les écrits de Thomas Young, publiés entre 1801 et 1807, mais rien n'était définitif. Il allait falloir le génie de Fresnel, complémentaire en quelque sorte de celui d'Young, pour lui donner une base solide.

Une goutte de miel...

Né à Broglie, dans le département de l'Eure, en 1788, Augustin Fresnel, après avoir commencé ses études à l'Ecole Centrale de Caen, entra à l'Ecole Polytechnique et en sortit dans le service des ponts et chaussées. D'abord ingénieur, il fut suspendu de ses fonctions au début des Cent-Jours pour raisons politiques et autorisé à résider au village de Mathieu, près de Caen, où sa mère s'était retirée.

Dès son arrivée à Mathieu, Fresnel entreprend ses études sur l'optique; il s'attaque au problème le plus simple en apparence, le plus difficile en réalité : l'explication de la propagation rectiligne de la lumière. Si l'on admet la théorie des ondes, comment expliquer qu'un obstacle, même très petit, puisse arrêter complètement la lumière ? Un corps flottant n'arrête pas les vagues de la mer, un tronc d'arbre n'empêche pas le son de se propager. Fresnel résout la question en y introduisant l'idée de mouvement périodique et le principe des interférences, d'après lequel deux mouvements vibratoires peuvent se détruire; il exprime ce principe,

un peu plus tard, par cette formule devenue célèbre : « *De la lumière ajoutée à de la lumière peut produire de l'obscurité.* »

Il fallait vérifier par des expériences délicates les conséquences de la théorie; Fresnel, au village de Normandie où il était réfugié, ne disposait d'aucun appareil. Il y supplée avec une rare ingéniosité. Le serrurier du village lui construit les quelques supports qui lui sont nécessaires; une goutte de miel déposée sur un trou fait dans une feuille de cuivre lui sert de lentille pour obtenir, au moyen des rayons solaires renvoyés par un miroir, le point lumineux nécessaire à ses expériences. Le 15 octobre et le 10 novembre 1815, il adresse à l'Académie des Sciences deux mémoires « sur la diffraction »; il y retrouve plusieurs des aperçus dus à Young, mais il pousse beaucoup plus loin.

Et voici l'hypothèse des vibrations lumineuses en plein triomphe. Fresnel vient de constituer la théorie en un corps de doctrine cohérent qui explique, non seulement les faits banaux de l'optique : propagation rectiligne. réflexion, réfraction, mais encore les interférences, la diffraction, et les phénomènes de polarisation de la lumière que le lieutenant-colonel Malus avait découverts quelques années auparavant.

Un jour, de sa maison de la rue d'Enfer, Malus regardait, à travers un cristal de spath d'Islande, les fenêtres du Luxembourg éclairées par le soleil; il s'aperçut avec étonnement qu'en faisant tourner le cristal sur lui-même, chacune des deux images disparaissait à son tour. Il reconnut immédiatement que ce phénomène était lié à la réflexion que la lumière avait subie sur les vitres, et il le reproduisit à volonté en examinant la lumière réfléchie sur une surface de verre ou d'eau. Sans pouvoir expliquer le phénomène, il en démêle les lois et en montre la généralité. Le nom de *lumière polarisée* précise que cette propriété est liée à une sorte de dissymétrie que ne possède pas la lumière naturelle, mais qu'elle peut acquérir sous des influences très diverses.

Pour expliquer ces phénomènes de polarisation, Fresnel admit que les vibrations qui constituent la lumière sont *transversales*. Au lieu d'être, comme celles qui propagent le son dans l'air, dirigées suivant la direction de la propagation, elles lui sont perpendiculaires. Pour la lumière polarisée, cette vibration est rectiligne, tandis que pour la lumière naturelle elle se fait indistinctement dans toutes les directions perpendiculaires au rayon.

On arrivait cependant à certaines incompatibilités choquantes. En effet, comme notre esprit répugne à admettre un mouvement vibratoire sans milieu qui puisse vibrer, Fresnel, à la suite de Huyghens, avait dû imaginer, comme support des vibrations lumineuses, un milieu immatériel appelé *éther*, généreusement répandu dans tout l'espace et dans les corps matériels. D'autre part, les fluides ne transmettant pas les vibrations transversales, on arrivait à cette absurdité d'un milieu infiniment subtil qui, au point de vue vibratoire, se comportait comme un solide parfait, *plus rigide que l'acier*.

« Et d'ailleurs, disaient les astronomes perplexes, vous voyez bien que l'éther ne gêne en rien les mouvements des corps célestes ! »

Maxwell : La lumière électromagnétique.

En outre, différents phénomènes électro-optiques furent découverts dans le courant du XIXe siècle; car l'observation n'attend pas, et c'est à la théorie de la suivre. En 1848, le physicien anglais Faraday — un ancien ouvrier relieur — découvrit *la rotation du plan de polarisation de la lumière* traversant une substance où règne le champ magnétique d'un puissant aimant ou d'un électro-aimant. Il y avait donc un lien entre la lumière et l'électricité, et peut-être pourrait-on montrer que les ondes lumineuses ne sont pas des vibrations de nature mécanique, mais électrique.

Ce fut l'œuvre de John Clerk Maxwell, un des plus grands génies mathématiques, qui découvrit *sur le papier*, par le calcul, la théorie électromagnétique de la lumière... et la T.S.F. ! En mettant en équations les travaux expérimentaux, déjà anciens, de Faraday, Maxwell démontra l'existence des ondes électromagnétiques; et il les définit si bien que quatorze ans plus tard, Hertz les réalisa effectivement dans son laboratoire, rendant ainsi possible la télégraphie sans fil.

Aujourd'hui, la synthèse est complète. L'ensemble des ondes électromagnétiques occupe sans discontinuité un domaine très vaste, depuis les immenses ondes de la télégraphie sans fil jusqu'aux rayons cosmiques, en passant par les rayons infra-rouges, la lumière visible, les rayons ultra-violets, les rayons X et les rayons γ du radium. Et toutes ces ondes sont une seule et même chose, sans autre différence que la rapidité plus ou moins grande des vibrations.

Dirons-nous que la théorie électromagnétique explique la lumière ? Non sans doute, au sens vulgaire du mot, car cette onde électromagnétique est encore une énigme pour notre esprit. Dirons-nous inversement que Maxwell et ses successeurs ont simplement déplacé la question, comme ce médecin de Molière qui expliquait l'action de l'opium par une « vertu dormitive » ? Non encore, car la Science ne recherche pas l'essence métaphysique des choses. Le rôle de la science positive est plus modeste. « Montrer qu'un phénomène est un cas particulier d'un phénomène plus général, diminuer de plus en plus le nombre des faits primordiaux et indépendants, les réduire finalement à un très petit nombre, c'est, semble-t-il, tout ce que nous pouvons espérer. On peut dire ainsi que l'énigme, présente à chaque pas et sous mille formes à ses débuts, se concentre et recule devant nous sans se laisser percer, entourant toujours le cercle de plus en plus étendu des phénomènes connus, classés et fortement liés entre eux au lieu de rester épars. Et c'est ainsi que progresse notre connaissance de l'univers; et l'utile vient par surcroît. » (Ch. FABRY.)

Qu'importe donc si cette théorie est provisoire ! Elle n'est qu'un *instrument de travail.* Des faits nouveaux viendront peut-être la contredire : cette contradiction féconde, résolue par des théories nouvelles, est la condition même du progrès de la Science. Qu'importe encore si la connaissance scientifique, toute condensée en équations, semble vidée de tout contenu

imaginable, pourvu qu'elle se révèle efficace en nous faisant découvrir de nouveaux phénomènes. C'est aux artistes et aux poètes de nous donner une image sensible du monde.

Einstein et la « lumière granulaire ».

De ce provisoire, les physiciens des années 1900 allaient avoir une démonstration spectaculaire avec la résurrection inopinée de la théorie de l'émission, considérablement perfectionnée, d'ailleurs, depuis Newton.

En 1900, la théorie électromagnétique de la lumière suffisait à expliquer tous les effets observés, comme était suffisante également la théorie des vibrations de l'éther en 1820, au temps de Fresnel. Mais, au début de notre siècle, des faits nouveaux intervinrent, qui obligèrent les physiciens à reconsidérer la nature granulaire de la lumière.

Le principal phénomène qui a ramené l'attention sur la possibilité d'une structure discontinue de la lumière est l'*effet photoélectrique* (chap. XLVIII). Envisageons une source de lumière; dans la théorie ondulatoire de Fresnel, cette source émet une onde sphérique qui s'épanouit dans l'éther; l'énergie émise par la source se disséminant dans l'espace, les actions que la lumière pourra produire seront d'autant plus faibles que le point considéré sera plus éloigné de la source. Tout au contraire dans la théorie corpusculaire la source émet en tous sens des particules; comme ces particules ne s'épanouissent pas, qu'elles restent des unités indivisibles, elles pourront, même à grande distance, produire un effet considérable. Or la découverte de l'effet photoélectrique a précisément révélé que les radiations sont capables d'exercer sur la matière des actions énergiques, et que *ces actions ne s'affaiblissent pas quand la distance à la source augmente*. Aussi Einstein, revenant à la théorie corpusculaire, supposa-t-il que l'énergie radiante est divisée en grains et que les sources lumineuses lancent ces grains en tous sens. A ces grains de lumière, on a donné le nom de *photons*.

La théorie des photons explique, non seulement l'effet photoélectrique, mais encore divers phénomènes découverts récemment. Par contre, cette théorie est impuissante à expliquer les interférences lumineuses, la diffraction, la polarisation de la lumière : pour tous ces phénomènes situés hors de la compétence des photons, on est obligé de conserver la théorie des ondes électromagnétiques.

La mécanique ondulatoire de Louis de Broglie.

La théorie de la lumière se trouvait ainsi engagée dans une impasse et les physiciens étaient bien embarrassés. Ondes ou corpuscules ? L'esprit humain se cabre contre cette dualité choquante. Il croit que l'accord doit pouvoir se faire entre les théories en apparence contradictoires.

Cette réconciliation, cette synthèse, elle devait être tentée par notre compatriote, le prince Louis de Broglie, et par différents savants étran-

gers au cours des vingt dernières années. Cette œuvre gigantesque se nomme la *Mécanique ondulatoire*. Elle embrasse, non seulement la lumière, mais la matière dans sa constitution intime et les différentes formes de l'énergie.

Il fallait donc, dans la théorie de la lumière, introduire à la fois la notion de corpuscule et la notion d'onde. Oui, nous dit la Mécanique ondulatoire, la lumière est formée de *photons*, conformément à l'hypothèse d'Einstein; mais, à chacun de ces photons, il convient d'ajouter une certaine *onde associée* qui l'accompagne dans l'espace : et voilà réhabilitées les ondes de Fresnel et de Maxwell! Il serait d'ailleurs vain de chercher à capter ou même à se représenter cette onde. C'est une *onde de probabilité*, qui nous apprend si le photon, dont le mouvement demeure par ailleurs « hasardeux », a plus ou moins de chances de se trouver ici ou là. Ainsi, la limite d'une épidémie, tracée sur une carte, n'a aucune existence réelle, mais les hommes meurent plus nombreux là où elle passe.

Remarquons combien cette théorie *double* de la lumière ébranle profondément nos habitudes de pensée. Tandis que le corpuscule voyage entre la source et un objet éclairé, on ne peut aucunement lui attribuer une position ou une trajectoire; la seule chose dont on puisse parler est l'onde qui chemine. A l'arrivée, au contraire, — par exemple sur une plaque photographique — le corpuscule se manifeste bien par noircissement du sel d'argent, mais l'onde a disparu.

Reprenons notre expérience des franges d'interférence, et imaginons que l'écran soit formé par une plaque photographique sur laquelle nous pourrions voir se former les points d'impact des corpuscules successifs. Tout d'abord, nous observerons des points d'impact distribués au hasard; mais peu à peu nous remarquerons que ces points « hasardeux » se distribuent néanmoins suivant un certain ordre global, et nous verrons se constituer le tracé harmonieux des franges. Bien entendu, les phénomènes étant très rapides, c'est cet ordre global seul que nous pouvons observer. Ainsi, une compagnie d'assurances sur la vie est incapable de dire qui mourra dans l'année, de Paul, Pierre ou Jacques..., mais elle sait combien d'assurés sur 10 000 mourront durant ce laps de temps, et elle établit ses primes en conséquence.

Le monde devient « probabiliste ».

Le *hasard*, on le voit, retrouve droit de cité dans la Science moderne, comme il avait déjà commencé à le faire avec la théorie cinétique des gaz. Le *calcul des probabilités* se substitue à l'idée de cause, du moins à l'échelle infime du monde. A l'échelle humaine, pour les objets qui nous entourent, pour les rayons lumineux surabondants qui nous éclairent, des moyennes s'établissent : nous voyons reparaître — heureusement — la notion de *cause* par l'effet de la « loi des grands nombres ».

« Si le monde, par une heureuse fortune, écrit Louis de Broglie, n'était pas construit pour nous, à l'échelle des grands nombres, nous n'aurions jamais pu le comprendre. »

27. La résistance que l'air oppose au mouvement d'une sphère est donnée par la formule $F = 0{,}085\ R^2V^2$, les unités étant le kilogramme-force, le mètre et la seconde, R est le rayon et V la vitesse.

1° Calculer dans le système C. G. S. le coefficient k de la formule de la résistance de l'air pour une sphère $F = k.SV^2$, S étant la surface d'un grand cercle et V la vitesse.

2° Calculer la vitesse limite d'une sphère d'aluminium de 2 cm de diamètre tombant dans l'air (densité de l'aluminium : 2,6).

3° Quelle serait la vitesse limite d'une sphère en fer de même diamètre (densité du fer : 7,8) ?

4° De quelle hauteur devrait tomber dans le vide la sphère d'aluminium pour acquérir une vitesse égale à la vitesse limite précédente ?

5° La sphère d'aluminium a été abandonnée dans l'air sans vitesse à 100 m de hauteur. Indiquer : *a*) les diverses formes d'énergie qui entrent en jeu dans cette chute; *b*) leurs transformations mutuelles, qualitativement et quantitativement.

On suppose que la sphère ne pénètre pas dans le sol et qu'elle ne rebondit pas.

$g = 9{,}81$ dans le système mètre-seconde.

L'équivalent mécanique de la calorie vaut 4,2 joules.

(Paris, 1930.)

28. Un canon de 30 cm de diamètre et de 15 m de long lance des obus de 350 kg auxquels il communique une vitesse initiale de 900 m par seconde.

Quel est le temps mis par le projectile pour parcourir le canon, en supposant que son mouvement y est uniformément accéléré ?

Exprimer en kilogrammes la valeur minimum de la force constante qui, dans cette hypothèse, doit être exercée sur l'obus par les gaz que fournit la combustion de la poudre.

Exprimer en colonne de mercure et en atmosphères la pression exercée par ces gaz sur la base de l'obus.

Quand le projectile arrive au but, supposé dans le même plan horizontal que le point de départ, sa vitesse est réduite à 540 m par seconde par le frottement contre l'air. Calculer l'élévation de température de l'obus, sachant que sa chaleur spécifique moyenne est 0,1, en admettant que la chaleur produite est absorbée par parties égales par l'obus et par l'air.

On prendra $g = 980$ C. G. S. et 13,6 comme masse spécifique du mercure.

(Paris, 1932).

29. Un pendule simple est formé d'une tige rigide de masse négligeable supportant à son extrémité inférieure une masse de 500 grammes.

1° Sachant que la longueur de ce pendule est de 1 m et que son amplitude de part et d'autre de la verticale est de 5°, on demande de calculer la vitesse du pendule au moment où il passe par la verticale.

2° Par suite des frottements, on observe que l'amplitude des oscillations diminue; au bout de 5 oscillations doubles, elle n'est plus que de 4°.

Calculer la quantité de chaleur dégagée par ces frottements pendant les 5 oscillations.

3° Pour entretenir le mouvement du pendule, on lui fournit, par un mécanisme approprié, l'énergie suffisante pour maintenir son amplitude à 5°.

Calculer en milliwatts la puissance de ce mécanisme.

$g = 981$ C. G. S. $\qquad J = 4{,}18 \times 10^7$ C. G. S.

$\cos 5° = 0{,}9962$; $\qquad \cos 4° = 0{,}9976$.

(Guadeloupe, 1932.)

30. On communique à une voiture pesant 6 tonnes et partant du repos sur une voie horizontale une vitesse de 45 km à l'heure sous l'action d'une force motrice constante; les diverses résistances passives qui agissent sur le véhicule équivalent à une force de 25 kilogrammes-poids et on admettra que ces résistances sont indépendantes de la vitesse.

1° Calculer la force motrice en kilogrammes-poids et en sthènes, en supposant que la vitesse donnée est acquise en une minute.

2° Calculer le travail fourni au véhicule pendant cette période de démarrage, en unités du système métrique et du système M. T. S.; exprimer aussi la puissance moyenne du moteur pendant le démarrage, en chevaux-vapeur et en unités M. T. S.

3° On règle ensuite la force motrice de façon à maintenir constante cette vitesse de 45 km à l'heure. Quelle est alors la puissance fournie par le moteur ?

4° A un moment donné, la voiture aborde une pente de 1 cm par mètre et on supprime la force motrice. Quel est le mouvement pris par la voiture et le chemin parcouru par elle sur la rampe avant de s'arrêter ?

5° Si on arrêtait brusquement la voiture, au moyen d'un frein, après un parcours de 100 m sur la pente, quel serait le travail absorbé par le frein ainsi que la chaleur dégagée ? (Donner ces résultats en unités du système métrique et du système M. T. S.)

On prendra $g = 1\,000$ unités C. G. S. On rappelle que l'équivalent mécanique de la chaleur a pour valeur dans le système C. G. S. : $J = 4{,}2 \times 10^7$.

(Alexandrie, 1934.)

31. Le pendule d'une horloge peut être assimilé à un pendule simple de longueur l, dont la masse, concentrée au point A, serait de 500 g.

1° Quelle est la longueur l quand le pendule bat la seconde, les oscillations étant très petites et l'accélération de la pesanteur étant égale à 980,6 C. G. S. ?

2° L'amplitude du point A étant égale à $\pm$ 90 mm, dans quel sens et de combien faut-il modifier la longueur l pour que le pendule batte encore la seconde ? On sait que la période varie avec l'amplitude angulaire α, comme $1 + \frac{\alpha^2}{16}$.

3° Le mouvement de l'horloge est entretenu par un poids de 3,6 kg qui descend de 1,6 m par semaine. Quelle est, en milliwatts, la puissance moyenne de ce moteur et, en watts-heures, l'énergie nécessaire à la marche de l'horloge pendant une année de 365 jours ?

4° Lorsque le pendule est abandonné à lui-même, l'amplitude du point A passe de $\pm$ 90 mm à $\pm$ 80 mm en 4 minutes 30 secondes. Quelle fraction de la puissance du moteur d'entraînement est utilisée pour conserver au pendule une amplitude constante de $\pm$ 90 mm ?

(Paris, 1944.)

32. Un train dont la masse totale, locomotive comprise, est de 300 tonnes, parcourt un trajet en palier, c'est-à-dire horizontal, à la vitesse de 90 km à l'heure. La résistance due au roulement et à l'air est évaluée à 2 500 kilogrammes-poids. Les roues de la locomotive ont 6,25 m de circonférence; chacun des deux cylindres à vapeur a une section droite de 1 300 cm^2 et la course des pistons est de 60 cm.

1° Quelle est la puissance développée par la locomotive ?

2° Quelle doit être la pression effective de la vapeur admise pendant toute la course des pistons pour obtenir cette puissance ? Quelle devrait être cette pression si le train s'élevait avec la même vitesse sur une rampe de 1/1 000 ?

3° Si on supprime à un moment l'arrivée de la vapeur dans les cylindres, pourquoi le train s'arrête-t-il après un certain parcours ? Calculer la longueur de ce parcours en supposant que la résistance de l'air est négligeable devant la résistance de roulement et que cette dernière est indépendante de la vitesse.

4° Conservant les hypothèses précédentes, on calculera la force de freinage, en kilogrammes-poids par tonne, qui doit être exercée pour que, en serrant les freins, le mécanicien arrête le train sur une distance de 300 m.

On prendra, pour simplifier les calculs, $g = 10$ dans le système d'unités mètre-kilogramme-seconde.

(Paris, 1933.)

33. 1° Un moteur à explosion est tel qu'une détente (ou explosion) se produit pendant le premier demi-tour de chaque tour, en fournissant un travail T_m. Le moteur, au contraire, absorbe un certain travail pendant le deuxième demi-tour : ce travail absorbé sera négligé.

Le moteur entraîne un mécanisme absorbant *un même travail* T_r *à chaque demi-tour*. A son régime normal, la vitesse moyenne du moteur est de 10 tours-seconde, la puissance absorbée par le mécanisme, de 4 chevaux-vapeur. Calculer dans ces conditions T_m et T_r.

2° Montrer que la vitesse ω du moteur ne peut être constante qu'en moyenne, qu'il existe un excédent $\Delta\omega$ entre la vitesse acquise à la fin du premier demi-tour de chaque tour et la vitesse restante à la fin de chaque tour. Comment peut-on réduire cet écart $\Delta\omega$?

3° Un volant dont toute la masse M est supposée répartie sur un cercle de 1 m de rayon est solidaire de l'arbre du moteur. Quelle valeur faut-il donner à M pour que l'écart de vitesse $\Delta\omega$ soit de $\frac{2\pi}{100}$ en radians par seconde ?

(Bordeaux, 1936.)

34. Un volant pesant 1 500 kg se comporte comme si toute sa masse était uniformément répartie sur une circonférence de 1 m de diamètre.

1° Calculer, en kilogrammètres et en joules, l'énergie emmagasinée dans ce volant tournant à raison de 420 tours par minute.

2° En agissant sur un frein, on réduit la vitesse de rotation aux 9/10 de la valeur précédente. Calculer, en calories, l'énergie dissipée sous forme de chaleur par les frottements au cours du ralentissement.

3° Le même ralentissement se produit en 10 secondes lorsque le moteur qui supporte le volant actionne une machine supplémentaire. Calculer, en watts et en chevaux-vapeur, la puissance moyenne fournie par le volant.

On indiquera d'une manière très précise les relations entre les diverses unités utilisées.

$g = 9{,}80$ m/s/s.

(Lyon, 1930.)

35. 1° La résistance opposée par l'air au mouvement d'un solide animé d'une vitesse v et de projection S sur un plan normal à v étant proportionnelle à Sv^2, calculer la vitesse limite d'un grêlon sphérique de 2 cm de diamètre, sachant que celle d'une goutte d'eau de 1 mm de rayon est 7 m/s.

2° L'un de ces grêlons, en heurtant la terre, est exactement à 0°. Quelle sera la masse de glace fondue par la transformation de sa force vive en chaleur ? Montrer qu'elle reste négligeable pour les plus gros grêlons observables.

3° En l'admettant, on recueille 50 g de grêle dans un calorimètre dont la masse en eau est 500 g et la température 15°. Toute la glace fond et la température finale de l'eau est 6°. En déduire la température moyenne des grêlons.

On donne en calories les constantes suivantes pour la glace : chaleur latente de fusion = 80 cal/g. Chaleur spécifique = 0,5 cal/g degré. Densité = 0.9.

(Nancy, 1933.)

36. Une sphère de plomb est lancée verticalement vers le haut avec une vitesse initiale de 100 m par seconde.

1° A quelle hauteur s'élèvera-t-elle si on suppose la résistance de l'air négligeable ?

2° A une hauteur de 300 m, elle est arrêté par un obstacle indéformable; on admet que toute l'énergie de la sphère est transformée en chaleur par le choc et que toute cette quantité de chaleur est absorbée par la sphère de plomb. Quelle sera la température de celle-ci après le choc ?

Température initale de la sphère : 0°.
Chaleur spécifique du plomb : 0,03;
Accélération de la pesanteur : 980 C. G. S.;
Equivalent mécanique de la calorie : 4,18 joules.

(Caen, 1937.)

37. Un volant en fonte, de densité 7,8, peut être assimilé à un tore de section carrée de côté 10 cm.

Les diamètres intérieur et extérieur sont, respectivement, 140 et 160 cm. On supposera toute la masse concentrée sur la circonférence moyenne.

1° Le volant étant immobile, on lui applique un couple constant qui lui communique, en une minute, la vitesse de 300 tours par minute qui demeure ensuite constante.

Quelle serait la valeur de ce couple si les frottements étaient négligeables ?

Quelle force faudrait-il appliquer tangentiellement au volant pour obtenir le même résultat ?

Calculer en kilogrammètres, en joules, et en kilowatts-heure l'énergie acquise par le volant.

2° Lorsque le mouvement de rotation est devenu uniforme, on supprime le couple. Admettant que la quantité de chaleur dégagée par les frottements est, à chaque tour, de 48,7 calories, au bout de combien de temps l'arrêt se produira-t-il ?

3° On relance le volant dans les mêmes conditions qu'au début. Quand la vitesse de régime est atteinte on supprime le couple et on freine brusquement jusqu'à l'arrêt. Quelle sera la quantité de chaleur dégagée sous le frein ?

On jette sur celui-ci de l'eau à la température de 15° C en quantité telle que sa température atteint 100° C. Quelle sera la masse d'eau vaporisée ?

Quel travail pourrait-on produire si cette masse d'eau était vaporisée à l'intérieur d'un cylindre muni d'un piston sur lequel s'exercerait la pression atmosphérique normale ?

On prendra :

$$\pi = 3{,}14; \qquad g = 9{,}8 \text{ m/s/s}; \qquad J = 4{,}18 \text{ joules}.$$

Densité de la vapeur d'eau par rapport à l'air . 0,63.
Masse du litre d'air dans les conditions normales : 1,3 g.
Chaleur latente de vaporisation de l'eau à 100 C : 537 calories.
Densité du mercure · 13,6.

(Rennes, 1941.)

38. Le mouvement de rotation du système de palettes de l'expérience de Joule est produit par la chute de deux poids de 12,5 kg chacun, tombant de 1,60 m en un lieu où $g = 981$ C. G. S. L'action des poids s'exerce par l'intermédiaire de fils inextensibles et de masse négligeable reposant chacun sur une poulie et enroulés dans le même sens sur un treuil ayant le même axe de rotation que les palettes. Les fils se déplacent en entraînant les poulies sans glissement. La masse de chaque poulie est 1 kg et nous la supposerons répartie sur la jante. Le treuil a une masse négligeable.

1° Sachant qu'en arrivant au sol les poids ont atteint leur vitesse limite qui est 6 cm par seconde, déterminer en kgm et en joules:

a) le travail fourni par ces poids;

b) l'énergie cinétique des poulies;

c) l'énergie cinétique des poids moteurs.

2° Sachant que $\frac{1}{200}$ du travail moteur est employé à vaincre les frottements solides dans les poulies et le treuil, et en admettant que ces frottements ne dépendent pas de la vitesse, déterminer :

a) la masse m qui, posée sur l'un des poids moteurs après que les fils auraient été enroulés en sens inverse sur le treuil et que celui-ci aurait été libéré des palettes, communiquerait aux poids la même vitesse finale;

b) les deux masses M′ qu'on devrait substituer aux masses M pour avoir les mêmes effets thermiques dans le calorimètre si les frottements extérieurs étaient nuls.

3° Les frottements du liquide étant supposés proportionnels à la vitesse, déterminer le coefficient de proportionnalité k du moment du couple résistant $C = kv$ exercé sur les palettes. Le rayon du treuil est de 3 cm.

(Toulouse, 1940.)

39. Pour la mesure de l'équivalent mécanique de la calorie, on utilise le dispositif suivant :

Dans un calorimètre à eau, de capacité calorifique totale égale à celle de 5 kg d'eau, soutenu par un fil d'acier vertical, on fait tourner des palettes à la vitesse constante de 1 200 tours par minute. Pour maintenir en place ce calorimètre, de 16 cm de diamètre, on doit le soumettre à l'action d'un couple tangentiel, dont les forces ont une intensité égale à 3 125 g-force. Après une minute de rotation des palettes, la température de l'eau du calorimètre, d'abord voisine de 15°, subit une élévation de température de 1°,768.

1° Calculer J (on prendra $g = 981$ C. G. S.).

2° Calculer en chevaux-vapeur la puissance dépensée dans le calorimètre.

3° On poursuit l'expérience, le moteur entraînant les palettes conservant sa vitesse. On mesure pour chaque minute l'élévation de température du calorimètre, et on constate qu'elle va s'accroissant pour devenir maximum et égale à 1°,772 aux environs de 40°. Que faut-il en conclure ?

(Lyon, 1937.)

40. Un récipient cylindrique fermé tourne d'un mouvement uniforme autour de son axe placé horizontalement. Il est soumis à deux couples : le couple moteur appliqué à son arbre axial, et un couple de frottement produit par un ruban pratiquement immobile posé sur le cylindre, tendu par des poids et dont l'action est égale à celle d'une force de 3 730 grammes-poids, tangente à la surface du cylindre, normale à son axe.

1° Calculer en unités C. G. S. le couple de freinage, sachant que le diamètre du cylindre vaut 15,2 cm et l'intensité de la pesanteur $g = 980$ C. G. S.

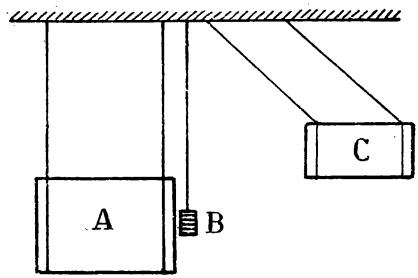
2° Le cylindre fait 895 tours en 8 mn. Calculer en unités C. G. S. la vitesse angulaire du cylindre et en watts la puissance développée par le couple moteur.

3° Le récipient constitue un calorimètre; il pèse 3 700 g, sa chaleur spécifique est 0,10 et il contient 250 g d'eau. Pendant les 8 mn de l'expérience, la température de ce calorimètre s'élève de 6 degrés. Quelle est en calories la quantité de chaleur dégagée par le frottement du ruban et en joules l'équivalent mécanique de la calorie ?

N. B. — On admettra qu'il n'y a aucune perte de chaleur et l'on négligera la capacité calorifique du ruban.

(Aix-Marseille, 1938.)

41. Un prisme de grès A, de masse $M_1 = 940$ kg, est suspendu par des cordes comme l'indique la figure. Contre lui se trouve un morceau de plomb B, de masse $m = 360$ g, suspendu à un fil qu'on peut allonger à volonté; sa température, égale à la température ambiante, est de 15°. Un prisme de fer C, de masse $M_2 = 350$ kg, suspendu par des cordes, est maintenu immobile dans la position indiquée par la figure. Son centre de gravité est à une hauteur supérieure de 2 m à celle de la position la plus basse qu'il puisse prendre. On abandonne sans vitesse initiale le prisme C, qui vient écraser le morceau de plomb. Le centre de gravité de C remonte ensuite d'une hauteur de 10 cm tandis que celui de A s'élève de 1,4 cm. Avant que A et C soient revenus en contact, on fait descendre le morceau de plomb dans un calorimètre dont la température initiale est de 15° et dont la capacité calorifique est 500 calories. On constate que la température du calorimètre s'élève à 18°.



1° Montrer qu'on peut déduire des résultats de cette expérience l'équivalent mécanique de la chaleur, en admettant que la déformation du morceau de plomb ne modifie pas son énergie interne. La chaleur spécifique du plomb est $c = 0{,}0314$ calorie par gramme. On ne tient pas compte des forces que l'air exerce sur les masses en mouvement.

2° L'élévation de température du calorimètre est mesurée avec une erreur absolue au plus égale à $\frac{1}{100}$ de degré; sa capacité calorifique est connue à 1 calorie près. Les déplacements verticaux des centres de gravité des masses sont mesurés avec une erreur absolue au plus égale à 1 mm. La masse du prisme de fer et celle du prisme de grès sont mesurées chacune à 1 kg près. On néglige l'erreur sur la capacité calorifique du morceau de plomb. Evaluer la précision avec laquelle cette expérience permet de déterminer J.

N. B. — Les candidats sont priés de détailler les applications qu'ils feront des principes ou théorèmes.

(Grenoble, 1934.)

42. 1° Le piston d'une machine à vapeur a une surface de 20 décimètres carrés; sa course est 80 cm. La pression de la vapeur à l'admission est 10 kg/cm²; la pression à l'évacuation dans le condenseur est 0,1 kg/cm². Quel est, en kilogrammètres et en joules, le travail que fournirait la vapeur pendant une course du piston si elle était admise pendant toute la course ?

2° La vapeur étant admise pendant 1/5 de la course du piston, on fait l'essai de la machine à l'indicateur de Watt; le diagramme obtenu a une surface de 98 cm² et il est inscrit dans un rectangle dont le côté parallèle à l'axe des pressions mesure 15 cm et l'autre côté 20 cm. Sachant que le moteur est à double effet et fait 120 tours par minute, quelle est, en chevaux-vapeur et en kilowatts, la puissance indiquée ?

3° La température de la chaudière est 170°; la masse du mètre cube de vapeur à 170° et sous la pression de 10 kg/cm² étant 5,11 kg, quelle masse de vapeur le moteur consomme-t-il par cheval-heure ?

4° Sachant que la chaudière est alimentée par l'eau du condenseur, dont la température est 46°, et que la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1 g d'eau

pris à 46° pour le transformer en 1 g de vapeur saturante à 170° est 612 calories, quel est le rendement thermique de la machine ?

Quel est le maximum imposé par la théorie à ce rendement thermique ?

On prendra J = 426 kilogrammètres par kilocalorie.

(Syrie, 1937.)

43. On étudie une machine à vapeur à double effet. La course du piston est de 100 cm; sa section droite est de 1 000 cm². Le piston est sans frottement. Le piston et le cylindre sont supposés imperméables à la chaleur. La température centésimale de la chaudière est $t_1 = 150°$, celle du condenseur est $t_2 = 75°$. Le volant fait un tour par seconde.

La vapeur venant de la chaudière est admise dans le cylindre, saturante et sans excès de liquide, pendant $\frac{1}{9}$ de la course du piston; la communication avec la chaudière est alors coupée, et la vapeur se détend dans le cylindre pendant le reste de la course du piston. A la fin de la détente, quand la communication avec le condenseur va s'établir, 13 pour 100 de la vapeur admise s'est condensée dans le cylindre pendant la détente; le reste de la vapeur, comme le liquide condensé, est à la température et à la pression du condenseur. L'eau d'alimentation, puisée dans le condenseur, est envoyée dans la chaudière au moyen d'une pompe.

1° Dessiner l'allure approximative du cycle décrit par la vapeur, en négligeant le volume de l'eau condensée (abscisses : volumes; ordonnées : pressions).

2° Déterminer la masse M grammes de vapeur fournie par la chaudière à chaque tour du volant. Calculer la consommation de vapeur par heure.

3° Déterminer, par kilogramme de vapeur consommée, la quantité de chaleur Q_1 fournie par la chaudière, la quantité de chaleur Q_2 cédée au condenseur, et le rendement correspondant R (rendement thermique).

Déduire de ces nombres la puissance indiquée par l'indicateur de Watt.

4° Calculer le rendement industriel R_i de la machine, si l'on suppose que la chaudière absorbe les $\frac{8}{10}$ de la chaleur créée dans le foyer et si la puissance disponible sur l'arbre est les $\frac{9}{10}$ de la puissance indiquée.

Calculer enfin le rendement théorique maximum ρ d'une machine réversible fonctionnant entre les mêmes sources (chaudière et condenseur).

Données : chaleur latente de vaporisation de l'eau : 504 calories à 150°, et 556 calories à 75°. La chaleur spécifique de l'eau sera prise égale à 1 à toute température. Masse d'un litre de vapeur saturante à 150° : 2,6 g. Equivalent mécanique de la kilocalorie : 427 kilogrammètres.

(Paris, 1937.)

44. Une machine à vapeur de puissance 10 chevaux-vapeur disponibles sur l'arbre tourne à raison de 1 tour par seconde. Elle est actionnée par 2 cylindres à double effet. La vapeur est admise dans les cylindres saturés à 134° sous la pression de 3,1 kg par cm², la condensation se fait à 45° sous la pression de 0,1 kg par cm². L'eau du condenseur est amenée dans la chaudière. Le diagramme de Watt se présente sous la forme d'un trapèze rectangle dont les bases parallèles sont respectivement 2 cm et 6 cm et représentent des volumes à l'échelle de 0,5 cm par litre; les variations de pression sont traduites à l'échelle de 1 cm par kg/cm².

1° Dessiner ce diagramme en décrivant les phénomènes qui correspondent aux différentes lignes de ce tracé.

2° Calculer la puissance indiquée par ce diagramme en kilogrammètres et en CV et le rapport de la puissance disponible sur l'arbre à la puissance indiquée

3° Calculer le rendement thermique de la machine. 1 m³ de vapeur prise dans la chaudière pèse 1,7 kg; la quantité totale de chaleur qu'il faut fournir à un kilogramme d'eau prise à 0° pour le porter à $t°$ et le vaporiser à cette température est donnée par la formule :

$$L = 606{,}5 + 0{,}305\ t,$$

L étant exprimé en kilocalories.

4° Quel serait le rendement maximum théorique de cette machine si elle fonctionnait réversiblement entre la source chaude et la source froide (chaudière et condenseur).

Equivalent mécanique de la kilocalorie : 427 kilogrammètres.

(Caen, 1939.)

45. Le cylindre d'une machine à vapeur à double effet a une section de 500 cm²; la course du piston est de 60 cm. L'eau prise dans un réservoir à 15° est vaporisée dans une chaudière à 200° sous une pression de 16 kg/cm². La vapeur est admise à la température et sous la pression de la chaudière pendant 1/5 de la course du piston; elle se détend ensuite et est rejetée dans l'atmosphère, dont la pression est de 1 kg/cm². Pour une vitesse de rotation du volant de 300 tours par minute, on a fait des relevés à l'indicateur de Watt pour chacune des faces du piston. L'aire moyenne des diagrammes obtenus est de 720 mm². Une variation de pression de 1 kg/cm² correspond à 2 mm d'ordonnée et 1 cm d'abscisse correspond à 10 cm de course du piston.

1° Indiquer la forme théorique du diagramme. Calculer la puissance indiquée.

2° Calculer le rendement maximum d'une machine thermique fonctionnant entre les mêmes limites de température.

3° Calculer la consommation horaire en eau et le rendement thermique (rapport du travail *indiqué* à l'équivalent mécanique de la chaleur absorbée par la vapeur). La masse spécifique de la vapeur d'eau saturante à 200° est 0,0093 C. G. S., la chaleur de vaporisation de l'eau à 200° = 467,5 calories. La chaleur spécifique de l'eau liquide est supposée constante entre 0 et 200°.

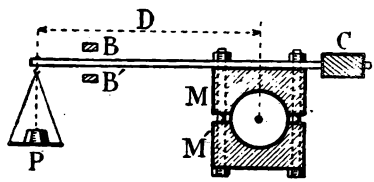
4° La vapeur sortant de la chaudière à 200° est surchauffée à pression constante jusqu'à 350°. La vapeur étant encore admise pendant 1/5 de la course, et la vitesse de rotation étant maintenue à 300 tours par minute, quelle est la nouvelle consommation horaire en eau ?

On admettra que la vapeur sèche suit les lois des gaz parfaits.

Le coefficient de dilatation des gaz est $\alpha = 1/273$ et on donne J = 426 kgm dans le système métrique.

(Lille, 1941.)

46. Un moteur électrique est muni d'un frein dynamométrique de Prony, comme l'indique la figure.



Les deux mâchoires M et M' peuvent être serrées à volonté sur une poulie fixée sur l'arbre du moteur. Le bras qui porte le poids P est solidaire de la mâchoire M, et peut se déplacer entre deux butées fixes B et B'. La longueur D du bras de levier du frein est 0,30 m. Le moteur est réuni à une source de tension constante, E = 120 volts.

1° Les mâchoires sont très fortement serrées de manière que le moteur ne puisse tourner. L'intensité du courant qui traverse le moteur est alors de 30 ampères. Quelle est la résistance du moteur ?

2° Les mâchoires sont desserrées jusqu'à ce que le moteur prenne une vitesse constante. L'intensité du courant qui le traverse est alors de 10 ampères. Quelle est la puissance développée par le moteur ? Quel est le rendement du moteur ?

3° Cette vitesse constante est de 1 200 tours à la minute. Quel poids P doit porter le plateau du frein pour que le bras reste en équilibre pendant la rotation, sans toucher ses butées ? (On supposera que, grâce au contrepoids C, cet équilibre est réalisé, quand le moteur est au repos, sans poids placé sur le plateau.)

4° Par suite du frottement de la poulie sur les mâchoires, ces dernières et la poulie s'échauffent. Quelle sera la quantité de chaleur ainsi produite pendant 10 minutes ? Si on utilisait cette quantité de chaleur à échauffer une masse d'eau de 2 kg, initialement à la température de 15°, quelle serait la température atteinte à la fin de l'expérience ?

(Clermont, 1944.)

47. 1° Une machine à vapeur à double effet travaille à pleine pression pendant toute la course du piston. La pression dans la chaudière est de 10 kg par cm^2 et la vapeur s'échappe dans l'atmosphère à la pression de 1 kg par cm^2. Le piston a une surface de 1 000 cm^2 et une course de 60 cm.

Quel est le travail fourni pour un tour de l'arbre ?

Quel est le poids de charbon consommé qui lui correspond, sachant que le rendement est de $\frac{1}{12}$ et que 1 kg de charbon fournit en brûlant 8 000 kilocalories ?

Dessiner le diagramme du fonctionnement de la machine.

2° La machine entraîne un volant fixé sur l'arbre. Ce volant a un rayon de 1 m et une masse de 1 tonne, qu'on peut considérer comme localisée à sa circonférence. L'ensemble partant du repos, quelle est la vitesse du volant au bout de 5 tours ?

On maintient alors cette vitesse constante en imposant à la machine de soulever un certain poids, d'un mouvement uniforme de vitesse égale à 5 m par seconde. Quelle est la puissance de la machine dans ces conditions ? En déduire la valeur du poids soulevé.

(Bordeaux, 1944.)

48. Un volant, dont toute la masse peut être considérée comme répartie sur une circonférence moyenne de rayon $r = 20$ cm, a un poids $P = 4$ kg et tourne à la vitesse de $N = 80$ tours à la seconde.

A. — Calculer :

1° l'accélération de ce mouvement (la comparer à celle de la pesanteur : $g = 980$ C. G. S.);

2° l'énergie cinétique du volant;

3° le temps au bout duquel le volant atteint cette vitesse, sachant qu'il est entraîné par un moteur de 1/10 de cheval;

4° la quantité de chaleur qui se produit lorsqu'on freine le volant :

a) jusqu'à l'arrêt complet;

b) jusqu'à l'obtention d'une vitesse de 20 tours/s.

B. — Sur l'axe de ce volant on fixe un disque percé à sa périphérie de 25 trous équidistants.

Une source lumineuse placée devant les trous envoie à travers l'un d'eux un faisceau divergent de lumière, dont l'axe est horizontal; lorsque le disque tourne, ce faisceau éclaire périodiquement des gouttes d'eau qui tombent d'un vase à niveau constant, en face d'une règle graduée. Les gouttes paraissent immobiles lorsque la période de passage des trous devant la source est égale à la période de passage des gouttes dans le faisceau lumineux. La vitesse du disque est, dans ces conditions, de 21 tours 1/2 à la seconde et l'intervalle séparant les gouttes est 1,82 cm.

Sachant que le vase d'où s'écoulent les gouttes est placé à une hauteur suffisamment grande pour que la vitesse limite soit atteinte à ce moment, déterminer le rayon des gouttes. La résistance R offerte par l'air au mouvement d'une goutte sphérique animée d'une vitesse V est donné par la relation :

$$R = 0{,}000\,323\ SV^2,$$

dans laquelle S est la surface d'un grand cercle de la sphère (les unités sont celles du système C. G. S.).

C. — Quelles seraient les apparences observées :

a) pour une vitesse du disque de 10 tours 3/4 à la seconde ?

b) pour une vitesse du disque de 22 tours à la seconde ?

Discuter cette expérience.

(Rennes, 1937.)

49. Une machine à vapeur à double effet, munie d'un condenseur, travaille dans les conditions suivantes :

Chaudière : température 180° C; pression de la vapeur 10,2 kg/cm^2.

Les 3/4 seulement de la chaleur fournie par le foyer sont cédés à la vapeur.

Condenseur : température, 60° C; pression, 0,2 kg/cm^2. L'eau du condenseur alimente la chaudière.

Cylindre : section, 3 000 cm^2; course du piston, 1 m.

Nombre de tours du volant par minute : 60.

La puissance disponible sur l'arbre est les 3/4 de la puissance fournie par la vapeur en agissant sur le piston.

1° En supposant d'abord que la vapeur ait agi à pleine pression pendant toute la course du piston, on demande :

a) la puissance effective de la machine en CV;

b) sa consommation de vapeur en kg par cheval-heure;

c) sa consommation de charbon en kg par cheval-heure;

d) son rendement pratique.

2° On admet la vapeur seulement pendant 1/10 de la course du piston. Dans ces conditions, le travail total fourni par la vapeur est le 1/4 de ce qu'il était à pleine pression. Que deviennent les quatre quantités précédentes ?

3° Quel est le rendement théorique maximum de cette machine ?

On donne : chaleur de combustion du charbon : 8 000 kC par kg; chaleur de vaporisation de l'eau à 180° C : 480; chaleur spécifique de l'eau liquide : 1; 1 m^3 de vapeur saturante à 180° C a pour masse 5 kg.

(Caen, 1946.)

ACOUSTIQUE

50. La poulie d'une machine d'Atwood a 10 cm de rayon. Elle porte 20 trous équidistants sur une même circonférence centrée sur l'axe de la poulie. Un ajutage communiquant avec un réservoir à air légèrement comprimé est disposé en face d'un trou et tout près du plan de la poulie.

1° Expliquer pourquoi on entend un son quand la poulie tourne assez vite. Calculer la fréquence N de ce son pour une rotation de p tours par seconde.

2° Aux extrémités du fil de la poulie sont attachées des masses égales $M = 76{,}5$ g chacune. Sur l'une d'elles on dispose une masse additionnelle m de 17 g. Quelle est la variation de la fréquence N avec la durée du mouvement ? Si pendant une seconde elle s'élève de 31,3 vibrations complètes, déduire l'accélération de la pesanteur.

3° On supprime la masse additionnelle m au bout des t premières secondes de chute. Quelle est la hauteur du son atteinte ? Calculer t pour qu'elle soit celle de ut_1. On prend $ut_3 = 264$ vibrations complètes.

On néglige la résistance de l'air et le frottement de la poulie sur son axe.

(Rennes, 1931.)

51. 1° Une corde est tendue par un poids inconnu P entre deux chevalets distants de 1 m; sa masse par centimètre est égale à 4 centigrammes.

Le son fondamental donné par sa vibration étant le la_1, calculer le poids P en kilogrammes-poids, puis en dynes. On donnera les résultats avec trois chiffres significatifs.

2° On augmente la tension de la corde. Le nouveau son fondamental est à la quinte du son précédent. Quelle est la note correspondante ? De combien le poids tenseur a-t-il augmenté ?

3° A la corde précédente, qui était en acier de densité 7,7, et qui, tendue par le poids P, donnait comme son fondamental le la_1, on substitue une nouvelle corde, de même longueur et de même diamètre, mais de densité différente. Tendue par un poids de 4,2 kilogrammes-poids, elle donne comme son fondamental le si_1.

Quelle est la densité de la deuxième corde ? Est-ce une corde métallique ?

On donne $la_3 = 435$ vibrations par seconde; $g = 981$ C. G. S.

(Toulouse, 1936.)

52. Une lampe formée de deux électrodes placées dans un gaz rare (néon) et soumise à une différence de potentiel alternative s'illumine pendant un temps très court à chaque alternance au moment où la différence de potentiel est voisine du maximum; elle peut servir à des expériences de stroboscopie.

1° On a peint un trait blanc suivant un rayon sur un disque fixé sur l'arbre d'un moteur. Le disque étant éclairé par la lampe au néon, on fait croître progressivement la vitesse. Décrire ce qu'on observe. A un certain moment, on voit sur le disque deux traits blancs opposés qui paraissent immobiles; un compte-tours montre alors que le moteur fait 3 000 tours par minute; en déduire la fréquence du courant alternatif. Qu'observera-t-on pour une vitesse du moteur de 3 030 tours par minute ?

2° On éclaire ensuite avec la lampe au néon une corde vibrant en un seul fuseau; sa longueur est 1 m et sa masse 2 g. On tend progressivement la corde jusqu'à ce qu'elle paraisse immobile; quelle est alors sa tension ? Qu'observera-t-on si, sans changer la valeur de la tension, on réduit la longueur de la corde à 99 cm ?

3° La tension restant encore la même, à quelle valeur faut-il réduire la longueur de la corde pour qu'elle rende le son fondamental mi_2 ? Fréquence du la_3 : 435 vibrations par seconde.

(Montpellier, 1938.)

53. Calculer la longueur d'un tuyau ouvert, rempli d'air à 20° C, donnant comme son fondamental la note ut_3. En déduire la longueur des tuyaux d'orgue donnant les notes ut_1 et ut_2.

Qu'arrive-t-il lorsqu'on alimente l'un de ces tuyaux avec du gaz d'éclairage, dont la densité par rapport à l'air est voisine de 0,5 ? De quel intervalle monte approximativement le son fondamental ?

On fait fonctionner simultanément deux tuyaux identiques, et l'on fait chauffer l'air que contient l'un d'eux en faisant passer un courant électrique dans un enroulement conducteur disposé à l'intérieur. Qu'observe-t-on à mesure que la température de l'air s'élève dans le second tuyau ? En supposant que la température de l'air contenu dans le premier tuyau soit 0° C, quelle doit être la température de l'air du second pour que l'intervalle des sons fondamentaux soit 1,05 ?

Vitesse du son dans l'air à 0° C : 331 m par seconde.

Coefficient de dilatation des gaz . 1/273.

Fréquence des notes ut_3 : 256, et fa_3 ♯ : 362. (Lyon, 1936.)

54. 1° Une corde d'acier de masse spécifique 7,85 g/cm³, de diamètre égal à 0,5 mm et de longueur L égale à 1 m, est tendue sur un sonomètre. Quelle doit être la valeur du poids tenseur P, en kilogrammes, pour que la fréquence du son fondamental rendu par la corde soit celle de la note ut_2 de la gamme harmonique ?

(Le la_3 est pris de fréquence égale à 435 et l'on donne $g = 981$ C. G. S.)

2° Calculer les fréquences des harmoniques donnés par cette corde, jusqu'au 5e (en comptant le son fondamental lui-même comme premier son harmonique), et désigner ces harmoniques par leur nom.

3° Quelle serait la longueur du tuyau fermé à une extrémité dont le son fondamental serait à l'octave grave du son fondamental de la corde précédente ?

Calculer les fréquences des harmoniques donnés par ce tuyau, jusqu'au 3e, et désigner ces harmoniques par leur nom.

(Vitesse du son dans l'air à la température de l'expérience : 348 m par seconde.)

4° On considère un tuyau identique au précédent et à la même température, mais dans lequel l'air est remplacé par de l'anhydride carbonique. Sachant que le 3e harmonique rendu par ce tuyau est ut_2, calculer la vitesse du son dans l'anhydride carbonique, à la température de l'expérience, ainsi que la densité de ce gaz par rapport à l'air.

(Maroc, 1933.)

55. La densité d'un gaz (prise par rapport à l'air) est 0,967.

1° Calculer une valeur approchée de sa masse moléculaire.

2° Quel est le volume occupé, à la température de 0° et sous la pression de 760 mm de mercure, par 20 g de ce gaz ? Avec quelle précision ce volume est-il connu si la densité du gaz est connue à 1/1 000 près, la masse du litre d'air dans les conditions normales à 1/10 000 près et si la masse de 20 g a été déterminée à 1 mg près ?

3° Un tuyau sonore est rempli successivement par de l'air à 15°, puis par le gaz précédent à 15°. Quel est l'intervalle des sons fondamentaux rendus par ce tuyau ?

4° A quelle température faudrait-il porter l'air pour que le tuyau, fonctionnant avec cet air, rende le même son qu'avec le gaz en question à 15° ?

Masse du litre d'air à 0° et 760 mm de mercure : 1,2930 g. Les vitesses du son dans l'air et dans le gaz considéré sont, à une même température, inversement proportionnelles aux racines carrées de leurs densités respectives.

(Aix-Marseille, 1937.)

56. Deux pendules voisins A et B qu'on peut assimiler à des pendules simples sont constitués chacun par un poids de 2 kg suspendu à un fil d'acier de 3/10 de millimètre de diamètre, en un lieu où l'accélération de la pesanteur est de 981 C. G. S.

La longueur du pendule A est de 109 cm. Le pendule B, dont la durée d'oscillation est légèrement moindre, entre en coïncidence avec A toutes les 5 minutes. Calculer le rapport des longueurs des deux pendules.

Les pendules étant immobilisés, on fait vibrer transversalement les deux fils d'acier. Calculer l'intervalle des deux sons émis et le nombre des battements perçus par minute. Densité de l'acier : 7,7.

Quelle est la note émise par A ? Fréquence du la_3 : 435.

(Paris, 1933.)

57. Un tuyau sonore ouvert renferme de l'air à 15° C.
Sa longueur est de 65 cm.
La vitesse du son dans l'air à 15° est de 340 m par seconde.

1° Calculer la fréquence du son fondamental et des 5 harmoniques suivants et les placer dans la gamme naturelle.
Fréquence du $la_3 = 435$.

2° Un tuyau identique au précédent est rempli d'azote à 15°. Il donne le fondamental en même temps que le tuyau précédent.
Calculer le nombre des battements par seconde résultant de l'audition simultanée des deux tuyaux.
N = 14. Volume moléculaire : 22,4 l, poids du litre d'air : 1,3 g dans les conditions normales.

3° Est-il possible en abaissant la température d'un des tuyaux de supprimer ces battements en réalisant l'unisson ? Calculer l'abaissement de température nécessaire.

Coefficient de dilatation des gaz : $\alpha = \frac{1}{273}$.

4° Ceci réalisé, on regarde la flamme d'une capsule manométrique montée sur un des tuyaux dans un miroir tournant autour d'un axe vertical qui est dans son plan.
Où convient-il de placer la capsule manométrique ?
Quelle est la distance de deux images identiques consécutives données par le miroir, sachant que la flamme est à 10 cm de l'axe de rotation et que le miroir fait 2,61 tours par seconde ?

N. B. — L'air et l'azote sont considérés comme des gaz parfaits.

(Martinique, 1937.)

58. 1° Une corde AB en acier de densité 7,7, de section 1 mm², de longueur AB = 40 cm, rend comme son fondamental la note fa_1. Quelle est la valeur P du poids tenseur ?

2° Calculer la longueur du tuyau ouvert à une extrémité et fermé à l'autre, alimenté par de l'air à 15°, qui rend comme fondamentale la note qui est à la tierce de fa_1. Quelle est cette note dans la gamme naturelle de Zarlin ?

3° On remplace l'air à 15° par du gaz carbonique à la même température. Déterminer la hauteur du son rendu par le tuyau. Quel intervalle en savarts présente-t-il avec fa_1 ?

4° Le son fondamental rendu par AB n'est connu qu'à un comma près $\left(\frac{81}{80}\right)$. Avec quelle précision connaît-on le poids tenseur P ? On pourra, pour rechercher cette précision, utiliser les résultats connus du calcul d'erreur ou rechercher directement la petite surcharge à placer sur P pour obtenir une variation de 1 comma.

Données : $la_3 = 435$; vitesse du son dans l'air à 0° = 331 mètres/seconde; $\alpha = \frac{1}{273}$; masses atomiques : C = 12, O = 16.

(Nancy, 1937.)

59. 1° On inscrit sur le même cylindre enregistreur les vibrations d'un diapason et les passages à la verticale, transmis électriquement, d'un pendule synchrone d'un pendule simple de 196 cm de longueur; 299 vibrations complètes du diapason s'inscrivent entre deux passages consécutifs. Calculer la fréquence du diapason.

2° Ce même diapason vibre devant l'extrémité ouverte d'un tuyau sonore fermé à l'autre bout par une paroi mobile dont la distance à l'orifice ne peut dépasser 1 m. Trouver la longueur à donner au tuyau pour qu'il entre en résonance avec le diapason.

Accélération de la pesanteur : $g = 980$ cm/s^2.
Vitesse du son dans l'air : 340 m/s.

(Poitiers, 1934.)

60. Deux tuyaux cylindriques à embouchure de flûte, l'un ouvert, l'autre bouché, sont alimentés par de l'air. Le tuyau bouché a 34 cm de longueur.

1° Calculer la fréquence du son émis par le tuyau bouché.

2° Rechercher quelle est la note la plus voisine de ce son. On donne la fréquence du la_3 : 435 vibrations par seconde, et la vitesse du son dans l'air : 340 m/s à la température de l'expérience.

3° Les deux tuyaux donnent des battements de fréquence égale à 2. On constate qu'en chauffant légèrement l'air du tuyau ouvert les battements s'espacent, puis disparaissent. On demande la longueur du tuyau ouvert et l'élévation de température qu'a subie l'air.

4° De combien devrait-on faire varier la longueur du tuyau ouvert pour supprimer les battements, les deux tuyaux étant à la même température ?

Nota. — Tous les résultats devront être donnés avec trois chiffres significatifs exacts.

(Strasbourg, 1938.)

61. 1° Un tuyau ouvert, à embouchure de flûte, a une longueur de .80 cm. Sachant que la vitesse du son dans l'air à 0° C est 331 m par seconde, on demande la fréquence de la note fondamentale émise par le tuyau à cette température.

2° Cette note est à l'unisson avec celle d'une corde tendue par un poids de 10 kg. Quel est, en savarts, l'intervalle de cette note avec celle qu'émet le tuyau

si la température s'élève jusqu'à 20° C ? Pour faire ce calcul, on négligera les dilatations des solides pour ne retenir que celle de l'air, dont le coefficient de dilatation sera pris égal à $\frac{1}{273}$.

On rappelle que le savart est l'intervalle dont le logarithme est 0,001.

3° Si l'on fait vibrer simultanément la corde tendue sur un sonomètre et le tuyau à 20° C, on entend des battements dont on demande de calculer la fréquence.

4° On veut rétablir l'accord des deux notes en agissant uniquement soit sur la longueur du tuyau, soit sur le poids tenseur.
Dans quel sens et de combien chacun d'eux devrait-il être modifié ?

5° La formule donnant le son fondamental émis par une corde est :

$$N = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}}.$$

dans un système cohérent d'unités. Lorsque, au contraire, on choisit le mètre, la seconde, le kilogramme et le poids d'un kilogramme comme unités de longueur, de temps, de masse et de force, on doit modifier la formule en y faisant figurer un coefficient numérique K :

$$N = \frac{K}{2l'}\sqrt{\frac{F'}{\mu'}}.$$

Calculer ce coefficient K. (Grenoble, 1938.)

62. Deux tuyaux sonores ouverts, A et B, à embouchure de flûte, sont alimentés, à la même température de 15°, le premier par de l'air, le deuxième par un carbure d'hydrogène plus léger que l'air. Ils ont l'un et l'autre une longueur de 50 cm entre le bord du biseau et l'ouverture libre; on admettra qu'il se produit un ventre exactement en chacun de ces points.

1° Trouver la hauteur du son fondamental donné par le tuyau A.

2° Même question pour le tuyau B, sachant que les sons fondamentaux des deux tuyaux actionnés simultanément donnent 6 battements par seconde.

3° Déduire de ce qui précède la densité par rapport à l'air du carbure d'hydrogène alimentant le tuyau B.

4° Dans un eudiomètre, 4 cm³ de ce carbure mélangés à 20 cm³ d'oxygène donnent après explosion et condensation de vapeur d'eau, 16 cm³ d'un mélange dont 8 cm³ sont absorbés par la potasse et le reste par l'acide pyrogallique; les volumes sont mesurés dans les mêmes conditions de température et de pression. Trouver la formule moléculaire du carbure d'hydrogène employé.

Vitesse du son dans l'air à 15° : 340 m par seconde.

(Toulouse, 1932.)

63. Un tuyau sonore de 1 m de longueur est ouvert aux deux bouts.

1° Quelle est la fréquence du son fondamental donné par ce tuyau lorsqu'il est rempli d'air sec ? Quelles sont les fréquences des divers harmoniques ?

2° L'air du tuyau contient 10 % de chlore. Que devient alors la fréquence du son fondamental ?

3° Une corde en fer de 1 m de longueur et de 0,5 mm² de section est fixée à une extrémité et est tendue à l'autre extrémité par un poids P. Quelle doit être la valeur de P pour qu'elle rende la même note que dans le premier cas ?

Vitesse du son dans l'air sec à la température de l'expérience : 350 m/s.
Densité du fer : 7,8.
Poids atomique du chlore : 35,5. (Besançon, 1931.)

64. Une corde métallique, de masse négligeable et de longueur l, est tendue horizontalement entre deux supports par une force F. A égale distance entre les deux supports, on place sur la corde une masse m dont le poids est petit vis-à-vis de F, et l'on écarte cette masse de sa position d'équilibre. Elle exécute alors une série d'oscillations de faible amplitude sous l'influence des tensions des deux brins de corde.

Etablir l'équation de ce mouvement oscillatoire; calculer sa fréquence en fonction de m, l, et F.

Application numérique : F = 9 kg, m = 98 g, l = 1 m (les calculs seront faits dans le système M. K. S. et l'on prendra g = 9,8 m/s/s).

(Besançon, 1941.)

OPTIQUE

65. Un spectroscope destiné à l'étude du spectre visible est constitué par un prisme de verre (angle au sommet, 60°) associé à deux lentilles achromatiques de 30 cm de distance focale. L'indice du prisme a, dans le domaine spectral considéré, les valeurs suivantes :

$\lambda = 0{,}6563\ \mu$	$n = 1{,}608$
$\lambda = 0{,}5461\ \mu$	$n = 1{,}617$
$\lambda = 0{,}4341\ \mu$	$n = 1{,}635$

1° On règle le spectorscope au minimum de déviation pour la radiation moyenne 0,5461 μ. Calculer l'angle d'incidence et l'angle de déviation correspondants. Faire une figure aussi exacte que possible indiquant, dans ces conditions, les positions relatives du collimateur, du prisme et de la lunette d'observation.

2° Le spectroscope étant ainsi établi, calculer les déviations correspondant aux radiations 0,6563 μ et 0,4341 μ. Montrer que le calcul peut être fait d'une manière approchée, mais suffisamment précise, à partir de la dérivée $\frac{dD}{dn}$ relative au minimum de déviation pour l'indice moyen (D désigne la déviation et n l'indice). On calculera cette dérivée au moyen des formules du prisme.

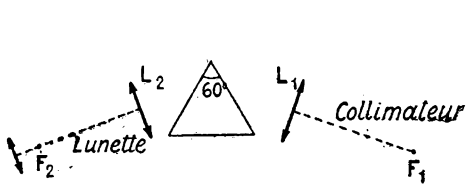
3° Déduire des résultats obtenus les positions relatives des trois raies spectrales considérées dans le plan focal de la lunette d'observation.

4° Quelle modification faudrait-il faire subir à l'appareil pour explorer les régions infra-rouge et ultra-violette du spectre ?

Les angles seront calculés en degrés et minutes.

(Lyon, 1926.)

66. 1° Un certain verre possède pour les raies D, $\lambda = 0{,}5893\ \mu$, et F, $\lambda = 0{,}4861\ \mu$, les indices $n_D = 1{,}617$ et $n_F = 1{,}629$. Supposant que n est une fonction linéaire de λ, calculer l'indice de ce verre pour les radiations $\lambda = 0{,}546\ \mu$ (vertes) et $\lambda = 0{,}578\ \mu$ (jaunes) fournies par l'arc au mercure.



2° Un spectroscope est constitué par un prisme de ce verre d'angle 60°. La lentille de collimateur L_1 et l'objectif de la lunette L_2 sont des lentilles dont la distance focale (20 cm) est indépendante de la radiation considérée (lentilles achromatiques).

Calculer la déviation du faisceau de rayons parallèles produits par le collimateur quand celui-ci traverse le prisme. On suppose ce faisceau constitué par les deux radiations monochromatiques de longueur d'onde $\lambda = 0{,}546\ \mu$ et $\lambda = 0{,}578\ \mu$.

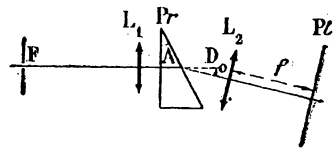
Le prisme est placé de telle sorte que le faisceau constitué par les radiations $\lambda = 0{,}578\ \mu$ ait la déviation minimum. La déviation pour les radiations de longueur d'onde voisine, comme $\lambda = 0{,}546\ \mu$, est alors sensiblement égale à la déviation minimum pour ces radiations.

3° Les rayons jaunes, $\lambda = 0{,}578\ \mu$, allant converger au foyer principal F_2 de l'objectif de la lunette, calculer la distance à celui-ci du point de convergence des rayons verts, $\lambda = 0{,}546\ \mu$.

Pour faire les calculs, on peut utiliser le fait que $\sin 54° = 0{,}8090$, $\sin 55° = 0{,}8191$, et que, pour les angles voisins, l'accroissement du sinus est proportionnel à l'accroissement de l'angle.

(Strasbourg, 1932.)

67. Un spectrographe se compose de :



a) un collimateur dont la fente fine F est placée au foyer de la lentille collimatrice L_1;

b) un prisme Pr d'angle $A = 30°$ dont la face d'entrée est perpendiculaire à l'axe du collimateur;

c) un objectif photographique L_2 et une plaque photographique Pl, qui se trouve dans le plan focal de la lentille L_2.

Le prisme possède pour la lumière jaune du sodium l'indice de réfraction $n_0 = \sqrt{2}$, et la distance focale de l'objectif photographique est $f = 2$ m.

1° Calculer l'angle de déviation D_0 subi par les rayons de la lumière jaune du sodium traversant le prisme.

2° On fait tomber sur le prisme des radiations différentes pour lesquelles il possède des indices de réfraction différents n. Établir la relation générale qui lie l'angle de déviation D à l'indice de réfraction n.

3° On oriente l'axe de l'objectif photographique L_2 par rapport à l'axe du collimateur de façon que l'image de la raie jaune du sodium se forme à l'intersection de la plaque et de l'axe de l'objectif.

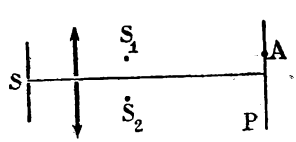
Après avoir développé et fixé la plaque photographique, on l'examine au microscope et l'on constate que l'image de la raie jaune du sodium est en réalité formée de deux raies fines très voisines, distantes l'une de l'autre, sur la plaque, de 40 microns.

Calculer la différence Δn d'indice de réfraction du prisme qui correspond aux deux composantes de la raie jaune du sodium.

N. B. — On fait remarquer, pour la dernière question, que la variation de l'angle D et la variation correspondante de l'indice n sont des variations très petites.

(Clermont, 1937.)

68. Une lentille convergente mince, achromatique, de distance focale 50 cm, est coupée en deux parties égales par un plan passant par l'axe principal. Une fente lumineuse S très fine est située dans ce plan et disposée parallèlement à la ligne de séparation des deux moitiés de la lentille. Son milieu est sur l'axe principal à 1 m de la lentille. Elle émet une radiation monochromatique.



1° De quelle longueur doit-on écarter les deux moitiés de la lentille, symétriquement de part et d'autre de l'axe, pour obtenir deux images, S_1 et S_2, éloignées de 4 mm l'une de l'autre ?

Cette opération étant effectuée, on considère un plan P normal à l'axe à 3 m des sources S_1, S_2. Quelle est la largeur de la région de ce plan où l'on peut observer des franges d'interférence ?

On mesure la distance du milieu d'une frange brillante au milieu de la vingtième frange brillante à droite (ou à gauche) de celle dont on est parti; on trouve 8,19 mm. Quelle est la longueur d'onde de la radiation utilisée ?

2° On place devant l'une des sources S_1 et S_2 une lame de verre d'épaisseur 0,008 mm et d'indice 1,5 pour la radiation monochromatique considérée.

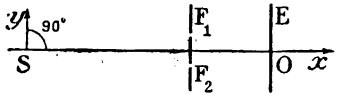
Quels seront le sens et la valeur de la translation subie par le système de franges ?

3° On enlève la lame de verre et on éclaire maintenant la fente lumineuse S avec une source émettant toutes les radiations dont les longueurs d'onde sont comprises entre 0,650 μ et 0,410 μ. Quelles sont les longueurs d'onde de celles de ces radiations qui donnent une frange obscure dans le plan d'observation précédent en un point A écarté de 3 mm de l'axe ?

On dispose la fente d'un spectroscope sur la frange centrale, puis on la déplace parallèlement à elle-même jusqu'en A. Quels changements observe-t-on dans l'aspect du spectre ?

(Rennes, 1938.)

69. 1° Une source S monochromatique éclaire deux fentes fines F_1, F_2, parallèles, distantes l'une de l'autre de 3 mm et distantes de S de 50 cm. La source est sur la perpendiculaire au plan de F_1F_2 et est équidistante de F_1 et F_2. On observe des interférences sur un écran E placé à D = 3 m du plan de F_1F_2 et on compte 6 franges brillantes de part et d'autre de la frange centrale O, occupant dans leur ensemble une longueur a = 7,2 mm.



1° Calculer la longueur d'onde λ de la radiation émise par S.

2° Avec quelle approximation connaît-on λ, sachant qu'on a mesuré a au 1/10 mm, F_1F_2 à 1/10 mm près, D à 1 cm près ?

3° On déplace S dans la direction Sy, de 2,5 mm. De combien et dans quel sens se déplace la frange centrale ?

4° On ramène celle-ci à sa position primitive O en plaçant devant l'une des deux fentes une lame à faces planes et parallèles, d'indice 3/2. Où doit-on la mettre ? Quelle épaisseur convient-il de lui donner ?

5° On supprime les fentes F_1, F_2; dans leur plan on place un biprisme de Fresnel d'indice 3/2. Quel angle faut-il lui donner pour conserver l'interfrange précédent ?

(Lille, 1938.)

70. On réalise l'expérience des deux ouvertures de Young en employant deux fentes F_1, F_2, dont le plan est à 60 cm d'une fente F qui est équidistante de F_1 et F_2 et qui joue le rôle de source lumineuse; les franges d'interférence ainsi produites sont observées sur un écran placé à 1 m du plan des deux fentes F_1, F_2.

1° On emploie d'abord de la lumière monochromatique de longueur d'onde dans l'air λ = 0,589 μ et on constate que la distance entre une frange brillante et la 5e frange brillante qui se trouve à sa droite ou à sa gauche est d = 4,90 mm. Calculer, en millimètres, la distance des deux fentes F_1 et F_2.

2° On place ensuite contre la fente F_1 une lame de mica à faces planes parallèles d'épaisseur e = 0,015 mm et d'indice de réfraction n = 1,56 par rapport à

l'air et pour la lumière monochromatique utilisée. Montrer que les franges éprouvent un déplacement en bloc; calculer le déplacement de l'une d'elles et déterminer son sens.

(Paris, 1934.)

71. Une fente lumineuse F envoyant de la lumière monochromatique éclaire deux fentes très étroites A et B parallèles à F, percées dans un écran opaque P, et distantes de 0,6 mm.

1° F étant placée sur la perpendiculaire au milieu de AB, à une distance de 0,75 m, qu'observe-t-on sur un écran E, parallèle à P et situé à 1 m de celui-ci ? La distance de deux franges brillantes consécutives étant de 1 mm, quelle est la longueur d'onde de la lumière utilisée ?

2° On déplace F de 6 mm parallèlement au plan P et du côté de A. Que deviennent les franges observées sur l'écran E ?

3° Le dispositif étant le même que dans 1°, on introduit devant la fente A une lame de verre de 10,2 microns d'épaisseur et d'indice 3/2. Qu'observe-t-on dans le système de franges ?

(Dijon, 1941.)

ÉLECTRICITÉ

72. 1° Calculer le diamètre à donner au fil d'un solénoïde de 25 cm de long et de 2 cm de diamètre, comportant 100 spires, pour que sa résistance R soit égale à 2 ohms. La résistivité du fil sera supposée constante et égale à 25 microhms-centimètre.

2° Entre deux bornes A et B, présentant une différence de potentiel constante, on place, en série, le solénoïde précédent R et une résistance R′ égale à 998 ohms; puis on monte en dérivation, sur le système (R + R′), un voltamètre à azotate d'argent dont la résistance est de 2 ohms et la force contre-électromotrice de 1,5 V. Le passage du courant dans ce voltamètre provoque le dépôt, sur la cathode, de 0,2795 mg d'argent par seconde. Calculer l'intensité du courant dans le solénoïde, ainsi que le champ magnétique, supposé uniforme, créé dans la région centrale de ce solénoïde.

3° Au centre du solénoïde est suspendue, par un fil de cocon, une petite aiguille aimantée, horizontale, qui, en l'absence de tout courant, est orientée parallèlement au plan des spires. Elle porte un petit miroir concave qui permet d'observer les déviations par la méthode optique sur une échelle millimétrique située à 1 mètre du sommet du miroir. Calculer le déplacement que subit le spot dans l'expérience du paragraphe précédent. Comment est modifiée la position du spot si l'on place, en dérivation sur le solénoïde, une résistance, R/9, égale au neuvième de la résistance du solénoïde ?

4° On fait tourner l'axe du solénoïde de 90° de façon que le champ créé par le passage du courant dans le solénoïde s'ajoute au champ terrestre. En l'absence de courant, on écarte légèrement l'aiguille aimantée de sa position d'équilibre, puis on l'abandonne à elle-même; elle exécute alors 60 oscillations de faible amplitude par minute. On renouvelle l'opération quand le solénoïde est parcouru par le courant de l'expérience du § 2. Quel est le nombre d'oscillations de l'aiguille aimantée par minute ?

Données. — La composante horizontale du champ magnétique terrestre est de 0,2 gauss.

La masse atomique de l'argent sera prise égale à 108.

96 500 coulombs rompent une valence-gramme de l'électrolyte.

(Paris, 1944.)

73. La bobine d'un électro-aimant a 20 centimètres de longueur; ele contient 120 spires enroulées sur un noyau de 5 centimètres de diamètre. Le courant d'excitation est de 16 ampères.

1° Calculer le flux d'induction à travers le noyau dans les trois hypothèses suivantes :

a) noyau vide;

b) noyau en fonte de perméabilité $\mu_1 = 65$;

c) noyau en fer doux de perméabilité $\mu_2 = 220$.

2° On enroule sur le noyau 20 spires de fil de maillechort de 0,5 mm de diamètre; on ramène le courant de 16 ampères à 0 en un vingtième de seconde. Calculer dans les trois hypothèses précédentes la f. é. m. moyenne induite dans le fil.

3° On a réglé la décroissance du courant excitateur de 16 ampères à 0 en un vingtième de seconde, de façon que la courbe représentant la variation du flux soit une ligne droite. Calculer dans les trois hypothèses susindiquées la quantité de chaleur dégagée dans le fil.

Résistivité du maillechort : 50 microhms-cm. (Bordeaux, 1932.)

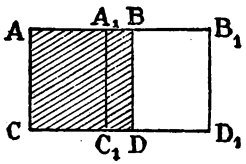
74. 1° On considère une longue bobine portant 500 tours de fil sur une longueur de génératrice égale à 50 centimètres. Calculer l'intensité du champ magnétique uniforme obtenu dans la région centrale, lorsque le fil est traversé par un courant de 10 ampères.

2° On dispose à l'intérieur de ce solénoïde une seconde bobine coaxiale de 4 centimètres de diamètre, contenue tout entière dans la région où le champ peut être considéré comme uniforme, et portant 1 000 tours de fil, dont les extrémités sont reliées aux bornes d'un galvanomètre.

Décrire et expliquer les phénomènes observés quand on fait varier l'intensité du courant dans le solénoïde extérieur. Calculer la f. é. m. d'induction développée dans le circuit de la seconde bobine lorsqu'on diminue progressivement l'intensité du courant dans le solénoïde extérieur, en partant de la valeur initiale 10 ampères pour annuler pratiquement le courant au bout de 4 secondes.

(Lyon, 1931.)

75. L'entrefer d'un électro-aimant présente une surface carrée, ABCD de $l = 3$ centimètres de côté. Le champ magnétique H, perpendiculaire au plan de la figure, qui y règne, est de 10 000 gauss. Un carré $A_1B_1C_1D_1$, en fils de cuivre de 1 millimètre de diamètre, de même dimension que ABCD, est déplacé de façon que A_1B_1 et C_1D_1 glissent respectivement sur AB et CD.



1° Calculer l'intensité du courant qui circule dans le fil, quand la vitesse du déplacement est de 1 centimètre par seconde.

2° Le champ magnétique agissant sur le cadre parcouru par ce courant crée une force F qui s'oppose à ce déplacement. Calculer F pour une vitesse de déplacement de 1 centimètre par seconde.

3° Quelle doit être la vitesse v de déplacement pour que F soit égale au poids du fil de cuivre ?

4° Démontrer directement que v ne dépend pas de la section du fil.

La densité du cuivre est $d = 8{,}9$.

On calculera la résistivité ρ du cuivre employé, sachant qu'un fil de ce cuivre de 60 mètres de long et de 1 mm² de section a une résistance de 1 ohm.

(Strasbourg, 1933.)

76. 1° On considère un solénoïde ayant 1 mètre de longueur, 1 centimètre de diamètre intérieur et portant 1 000 tours de fil.

a) Calculer, en gauss, le champ magnétique au centre du solénoïde, lorsque le conducteur est parcouru par un courant de 5 ampères.

b) Déterminer, en maxwells, le flux magnétique qui traverse la partie centrale du solénoïde.

c) On introduit dans la longue bobine un cylindre de fer qui la remplit complètement. Calculer le flux magnétique à travers la partie centrale du cylindre, sachant que la perméabilité du fer, pour le champ considéré, a pour valeur $\mu = 300$.

2° On dispose autour du solénoïde précédent, dans la région centrale, un enroulement secondaire coaxial formé de 100 tours de fil. L'enroulement est relié à un appareil, appelé galvanomètre balistique, permettant de mesurer la quantité d'électricité qui traverse le circuit secondaire, dont la résistance, y compris celle du galvanomètre, est égale à 10 ohms. Lorsque le courant, dont l'intensité est égale à 5 ampères, est établi ou supprimé dans le solénoïde central, le circuit secondaire est traversé par une quantité d'électricité q. Expliquer le phénomène, et calculer, dans les deux cas *b*) et *c*), c'est-à-dire en l'absence ou en présence du fer, la quantité d'électricité q mesurée au moyen du galvanomètre balistique.

On rappelle que la quantité d'électricité débitée par un courant induit, lorsque le flux magnétique qui traverse le circuit de résistance R (ohms) passe de la valeur Φ_0 à la valeur Φ_1 (maxwells), a pour expression, en coulombs :

$$q = \frac{1}{10^8} \frac{\Phi_1 - \Phi_0}{R}.$$

Cette formule permet de résoudre la seconde partie du problème. Toutefois, le candidat pourra la déduire aisément de l'expression en volts de la valeur instantanée de la f. é. m. d'induction :

$$E = \frac{1}{10^8} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

dans laquelle $\Delta\Phi$ désigne la variation de flux (en maxwells) correspondant à la variation Δt du temps.

(Lyon, 1934.)

77. Les deux bornes d'un galvanomètre à cadre mobile sont reliées aux deux extrémités d'une bobine comprenant 1 000 spires de 5 centimètres de rayon. Le galvanomètre n'indique le passage d'aucun courant.

Un aimant est approché de la bobine : le champ à l'intérieur de la bobine, qu'on suppose uniforme avant et après l'opération, varie de 100 gauss en 5 secondes.

Quelle est la f. é. m. moyenne induite ? Sachant que le galvanomètre donne une déviation de 10 divisions sur la règle graduée quand il est traversé par un courant de 1 microampère (10^{-6} amp.), on demande de combien sera la déviation du galvanomètre pendant l'approche de l'aimant.

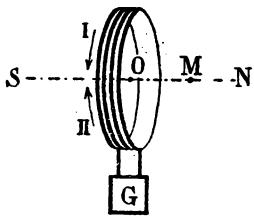
Le fil de la bobine est en maillechort de résistivité $60 \cdot 10^{-6}$ ohm-cm, et son diamètre est de 4/10 de millimètre. La résistance du galvanomètre est de 500 ohms.

(Caen, 1924.)

78. Sur une bobine plate de 10 cm de rayon on a enroulé 20 spires de fil de diamètre égal à 1 mm et de résistivité $= 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ ohm-cm.

1° Calculer la résistance de cet enroulement.

2° Les extrémités de la bobine sont reliées par des fils de résistance négligeable aux bornes d'un générateur de f. é. m. = 9,5 volts et de résistance intérieure $r = 9{,}76$ ohms. Calculer l'intensité du courant qui traverse la bobine.



3° Dans le circuit précédent on dispose la bobine de telle sorte que le plan des spires soit vertical et perpendiculaire au plan du méridien magnétique. Le sens de l'enroulement est indiqué sur la figure.

Calculer la composante horizontale du champ au centre O de la bobine lorsque le sens du courant est :

a) le sens indiqué par la flèche I.

b) le sens indiqué par la flèche II.

Calculer dans chacun des cas précédents la période des oscillations d'un petit barreau aimanté (dont le moment d'inertie I = 1 C. G. S. et le moment magnétique M = 25 C. G. S.) suspendu horizontalement en O par un fil sans torsion.

Soit T_1 la période du barreau placé en O lorsque le sens du courant est le sens I, l'intensité du courant étant maintenue constante. On fait osciller le barreau aimanté en un point M de l'axe NS de la bobine. On trouve une nouvelle période $T_1' = \frac{3}{2} T_1$. En déduire l'intensité H′ du champ produit au point M par la bobine.

L'intensité de la composante horizontale du champ terrestre $h = 0{,}20$ gauss. L'axe SN est orienté dans le sens Sud-Nord.

(Lausanne, 1945.)

79. Un moteur Gramme série est alimenté sous une différence de potentiel continue constante de 100 volts. Un ampèremètre A et un rhéostat de démarrage R (10 ohms) sont placés en série sur le circuit.

1° On cale l'arbre du moteur; on lance le courant, le rhéostat étant en totalité dans le circuit. Le courant consommé est I = 9,52 ampères. Quelle est la résistance *r* des enroulements du moteur ?

2° Le rhéostat étant toujours en circuit, on laisse le moteur démarrer à vide; lorsque sa vitesse est devenue constante, l'intensité du courant est $I_1 = 6{,}67$ ampères. Calculer :

a) la puissance fournie par le secteur, W;

b) la puissance dépensée dans le circuit par effet Joule, W_1;

c) la différence W_2, qui est la puissance absorbée par les frottements et causes diverses;

2° Le moteur entraîne une machine-outil. Pour maintenir sa vitesse à la valeur précédente, il faut supprimer complètement le rhéostat. L'intensité devient : $I_2 = 20$ ampères. Calculer comme précédemment :

a) la puissance totale fournie par le secteur, W′;

b) la puissance dépensée dans le circuit par effet Joule, W'_1;

c) la puissance fournie à la machine-outil W'_3, en supposant invariable la puissance absorbée par les frottements, W_2;

d) en déduire le rendement ρ du moteur.

4° Calculer, dans les questions 2° et 3°, les f. c. é. m. e_1 et e_2 développées par le moteur.

(Alger, 1924.)

80. Une dynamo à excitation indépendante charge une batterie d'accumulateurs, comprenant 55 éléments de 2 volts, mis en série. La résistance totale de cette batterie est $r = 0{,}1$ ohm, et sa capacité est 100 ampères-heure. La f. é. m. de la dynamo est $E = 120$ volts, et la résistance de son induit $r' = 0{,}4$ ohm.

Quelle est l'intensité du courant de charge et le temps nécessaire pour charger complètement la batterie ?

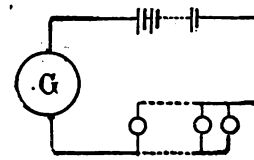
La dynamo précédente fonctionne maintenant comme moteur; elle est alimentée par la batterie précédente. L'excitation de son inducteur est la même que précédemment, mais son induit tourne à une vitesse qui est les 2/3 de la vitesse dans le fonctionnement en génératrice.

Quelle est l'intensité du courant débité et la durée de décharge de la batterie ?

On néglige la résistance des connexions entre la dynamo et la batterie.

(Caen, 1931.)

81. Un moteur de 5 chevaux actionne une machine de Gramme, qui transforme la puissance mécanique du moteur en puissance électrique utilisable aux bornes avec un rendement égal à $\frac{20}{23}$. Le courant de la machine ainsi actionnée traverse une batterie de 80 accumulateurs et un circuit d'éclairage comprenant 100 lampes placées en dérivation, comme l'indique la figure.



Chaque accumulateur a une résistance de 0,04 ohm, une f. é. m. de 2,1 volts à la charge et de 1,9 volt à la décharge. Chaque lampe vaut 16 bougies et consomme, par bougie, une puissance de 3/4 de watt. La résistance des fils de jonction et celle de la dynamo sont négligeables. On rappelle qu'un cheval-vapeur vaut 736 watts.

1° Calculer l'intensité I du courant qui parcourt le circuit, et la résistance de chaque lampe.

2° Après une heure de fonctionnement, on disjoint le moteur de la dynamo et on immobilise celle-ci, sans modifier le circuit. Que font les lampes ?

3° Expliquer sans calculs ce qui arriverait si, au lieu de caler la dynamo après l'avoir arrêtée, on lui rendait sa mobilité.

(Paris, 1925.)

82. Une machine de Gramme a une f. é. m. égale à 100 volts lorsqu'elle tourne à la vitesse de 1 500 tours par minute. On la met en circuit avec une batterie d'accumulateurs de f. é. m. 120 volts. La résistance totale du circuit est 2 ohms. La machine fournit une puissance égale 600 watts.

On demande de déterminer :

1° la vitesse de la machine;

2° l'intensité du courant dans le circuit;

3° la puissance dissipée en chaleur.

Si l'on trouve plusieurs régimes de marche correspondant aux conditions fixées, on indiquera celui qui est le plus favorable.

(Nancy, 1930.)

83. Une machine de Gramme, dont l'induit a une résistance négligeable, fournit une f. é.m . de 110 volts lorsqu'elle tourne à 1 100 tours par minute.

1° On branche aux bornes de cette machine tournant à 1 100 tours par minute un rhéostat de 10 ohms. Calculer la quantité de chaleur dégagée dans ce rhéostat au bout de 5 minutes.

2° La machine tournant encore à la même vitesse, on charge à travers le rhéostat précédent une batterie d'accumulateurs d'une tension de 60 volts et de résistance négligeable. Calculer au bout de combien de temps cette batterie aura emmagasiné 20 ampères-heures.

3° Sans rien changer aux connexions précédentes, on abaisse à 300 tours la vitesse de la machine. Quelle sera alors l'intensité du courant ?

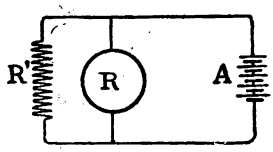
(On supposera que le flux dans la machine est constant.)

(Besançon, 1933.)

84. Deux machines de Gramme identiques ont chacune 1/2 ohm de résistance intérieure, et leur f. é. m. est proportionnelle à la vitesse de rotation. On les dispose dans un même circuit, et on fait tourner l'une d'elles à raison de 1 875 tours par minute. Sa f. é. m. est alors 125 volts, et l'intensité du courant 10 ampères. Sachant, d'autre part, que la puissance de la seconde machine fonctionnant comme motrice est, dans ce cas, de 1 kilowatt, on demande : 1° Quelle est la vitesse de rotation de la motrice; 2° Quelle est la résistance de la ligne qui relie les deux machines.

(Alger.)

85. Une dynamo excitée en dérivation charge 60 éléments d'accumulateurs.



La résistance R de l'induit est 1,5 ohm; la résistance R′ des inducteurs est 60 ohms; la résistance r d'un élément est 0,02 ohm. On néglige la résistance des fils.

1° Sachant qu'à un instant de la charge la f. é. m. d'un élément est 2,1 volts, trouver quelle f. é. m. doit prendre naissance dans l'induit pour que le courant de charge soit 15 ampères.

2° La courroie qui entraîne la dynamo venant à sauter, les accumulateurs débitent sur la dynamo, qui continue à tourner en développant une f. c. é. m. de 115 volts. Quelle est l'intensité des courants circulant dans les différents circuits : induit, inducteurs, accumulateurs ?

(Maroc, 1927.)

86. Disposant, pour charger une batterie de six accumulateurs, d'une prise de courant continu à 220 volts, on l'utilise de deux manières :

1° on fait passer le courant dans la batterie et dans une résistance R, associées en série.

2° on fait passer le courant dans un moteur électrique, qui entraîne une génératrice de courant continu, dont les pôles sont réunis aux pôles correspondants de la batterie. Le moteur consomme dans ces conditions 0,2 ampère.

Dans les deux cas, la chute de potentiel aux bornes de la batterie est de 15 volts, et l'intensité du courant qui traverse la batterie est de 2 ampères.

Supposant que ces conditions demeurent constantes, on demande de calculer dans les deux cas :

a) l'énergie consommée pendant une heure;

b) l'énergie fournie à la batterie pendant une heure;

c) la fraction de l'énergie consommée utilisée pour la charge des accumulateurs;

d) la durée et le prix de revient de la charge (l'énergie électrique est vendue

1 fr. 50 le kilowatt-heure, et chaque accumulateur a une capacité de 20 ampères-heure).

On calculera aussi :

e) la valeur de la résistance R;

f) le rendement (supposé le même) du moteur et de la génératrice.

(Besançon, 1926.)

87. Une dynamo excitée en dérivation charge une batterie de 60 accumulateurs montés en série.

Résistance de l'induit de la dynamo, R = 0,5 ohm.

Résistance des inducteurs, $r = 250$ ohms.

Résistance intérieure d'un accumulateur, $r' = 0{,}01$ ohm.

Résistance des fils de jonction, négligeable.

F. é. m. d'un accumulateur en circuit ouvert, $e = 2{,}1$ volts.

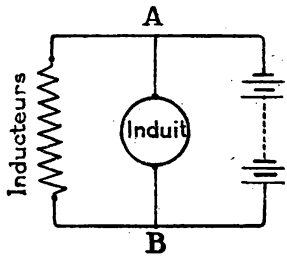
1° Un voltmètre placé aux bornes A et B de la machine, débitant dans les accumulateurs, indique V = 137 volts.

On demande :

a) les intensités I, i, i' des courants parcourant l'induit, les inducteurs, les accumulateurs;

b) la f. é. m. qui prend naissance dans l'induit;

c) le rapport entre l'énergie emmagasinée dans les accumulateurs et l'énergie totale dépensée pour faire tourner la dynamo, abstraction faite des frottements.



2° La courroie entraînant la dynamo ayant sauté, les accumulateurs débitent sur la machine.

a) Sachant que le voltmètre placé aux bornes A et B de la machine indique une différence de potentiel V = 119 volts, on demande les intensités I_1, i_1, i_1', des courants parcourant l'induit, les inducteurs, les accumulateurs.

b) Avant que la courroie ne saute, la machine tournait dans le sens des aiguilles d'une montre; quel est son sens de rotation après que la courroie a sauté ?

(Bordeaux, 1928.)

88. La résistance entre ses bornes d'un moteur électrique est $r = 1$ ohm.

On le réunit par un fil de résistance 3 ohms à deux points, dont on maintient constante et égale à 600 volts la différence de potentiel. La f. c. é. m. est proportionnelle au nombre de tours par minute. Le moteur tournant à vide fait 1 500 tours par minute. (On négligera tous les frottements.) Désignant par n le nombre de tours que fait le moteur par minute, on exprimera en fonction de n :

1° la f. c. é. m. du moteur;

2° l'intensité du courant dans le circuit;

3° la différence de potentiel aux bornes du moteur;

4° sa puissance;

5° son rendement (rapport de la puissance du moteur à la puissance fournie par le générateur);

6° Déterminer la puissance maximum du moteur ainsi que son rendement et sa vitesse de rotation dans ce cas particulier de puissance maximum.

7° Calculer aussi dans ce cas la quantité de chaleur dégagée pendant une heure dans le moteur.

On sait que J = 4,18 joules. (Montpellier, 1933.)

COURANT ALTERNATIF

89. 1° On considère un condensateur plan dont les armatures ont une surface de 1 m² et sont séparées par une couche d'air de 5 mm. Quelle est en coulombs la charge du condensateur lorsqu'on établit entre les armatures une différence de potentiel de 3 500 volts ?

2° On remplace l'air par un isolant dont le pouvoir inducteur spécifique est égal à 4,5. Calculer en joules l'énergie emmagasinée dans le condensateur lorsqu'on établit entre les armatures une différence de potentiel de 3 500 volts.

3° On associe le condensateur précédent, chargé comme on vient de l'indiquer, avec un condensateur identique mais à l'état neutre, de manière que chaque armature du premier soit réunie à une armature du second (groupement en parallèle). Calculer l'énergie de l'ensemble des condensateurs. Comparer l'énergie ainsi calculée à celle obtenue pour le condensateur unique. Y a-t-il dans cette expérience conservation de l'énergie ? A quoi attribuer la perte d'énergie qui semble se produire ?

4° On considère un circuit constitué par une résistance non inductive de 100 ohms, alimenté par une force électromotrice sinusoïdale d'une fréquence de 50 périodes par seconde et d'une valeur efficace égale à 100 volts. Qu'observera-t-on dans l'intensité du courant si l'on intercale dans le circuit le condensateur précédemment considéré, à lame d'air et non chargé ?

(Dijon, 1936.)

90. On établit aux extrémités d'une bobine de fil de cuivre une différence de potentiel constante de 120 volts. L'intensité du courant continu dans la bobine est alors de 0,24 ampère.

Utilisant un voltmètre et un ampèremètre thermiques, on substitue à la tension continue une tension alternative : le voltmètre indique encore 120 volts; on lit sur l'ampèremètre 0,18 ampère.

1° Calculer le facteur de puissance de la bobine.

2° On fait l'expérience de Joule servant à la détermination de l'équivalent mécanique de la calorie. Deux poids de 1 500 g chacun tombent d'une hauteur de 4 m et font tourner les ailettes dans le calorimètre. On exécute vingt fois de suite cette expérience. Toutes corrections étant négligées, combien de temps faudra-t-il faire passer le courant alternatif dans la bobine pour qu'il s'y dégage une quantité de chaleur égale à celle obtenue dans l'expérience de Joule ?

3° Calculer cette quantité de chaleur.

(Equivalent mécanique de la calorie : 4,18 joules. $g = 981$ cm/s/s.)

(Poitiers, 1937.)

91. Un fil de fer cylindrique AB de 1 mm² de section et de 50 cm de longueur est tendu par un poids P.

1° Quelle est en grammes-poids la valeur de P, sachant que la fréquence du son fondamental que rend le fil en vibrant transversalement est :

$$N = 24{,}5 \text{ vib/s} ?$$

Quelle est la note musicale correspondante ?

2° La corde étant maintenant tendue par le poids 4 P, on présente au voisinage de son point C tel que $AC = \frac{AB}{4}$ les pôles d'un petit électro-aimant

alimenté par une prise de courant alternatif. On constate alors que la corde se met à vibrer intensément, se partageant en deux fuseaux identiques. Quelle est la fréquence du courant alternatif ?

3° Donner l'expression du voltage alternatif dont on dispose, sachant qu'il est une fonction sinusoïdale du temps, et qu'un voltmètre thermique branché sur la prise indique 110 volts.

4° On alimente avec cette même prise de courant une lampe au néon L dont la self et la capacité sont négligeables.

Quelle est l'expression, en fonction du temps, de l'intensité du courant qui la parcourt, sachant qu'elle consomme une puissance de 4 watts ?

Quel aspect présente la corde au cours de l'expérience indiquée au paragraphe 2, si cette expérience est faite dans une salle obscure et si l'on éclaire la corde au moyen de la lampe L ?

Accélération de la pesanteur : $g = 980$ C. G. S.

Masse spécifique du fer : 7,7 g/cm³.

Fréquence de la note la_3 : 435 vib/s.

(Paris, 1938.)

92. On donne une corde en fer de longueur 1 m et de diamètre 1 mm; la densité du métal est 7,8. D'autre part, on fait passer un courant alternatif provenant d'un secteur à 50 périodes par seconde dans une bobine à noyau de fer doux placée au voisinage de la corde.

1° Quelle doit être la force en kg qui tend la corde pour que celle-ci, vibrant sur le mode fondamental, entre en résonance sous l'action de la bobine ?

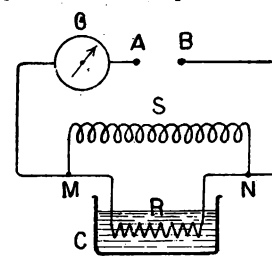
2° Situer dans la gamme la note donnée par la corde ($la_3 = 435$ vibrations par seconde).

3° La résistance ohmique de la bobine est de R = 12 ohms; on mesure le courant I qui la traverse et la différence de potentiel V entre ses bornes, et l'on trouve respectivement 4,0 ampères et 79 volts efficaces. Quel est le coefficient de self-induction de la bobine ? Pourrait-on, à l'aide de condensateurs convenables, réduire à un minimum la valeur de V sans diminuer I, et quel serait ce minimum ?

4° Calculer pour cette bobine la quantité de chaleur dégagée en une heure. Quel est le facteur de puissance ? Quelle est la valeur instantanée de l'intensité du courant au moment où la tension passe par zéro ?

(Egypte, 1937.)

93. Les deux bornes A et B d'un circuit électrique sont reliées par des fils de résistances négligeables à divers appareils comme l'indique la figure : G est un ampèremètre thermique; S, un solénoïde formé par un certain nombre de spires résistantes; R, une résistance *non inductive* plongeant dans un calorimètre C dont la masse en eau est de 1 000 g.



1° On maintient entre les deux bornes A et B une différence de potentiel sinusoïdale de fréquence 50.

A un instant t quelconque on représentera la différence de potentiel entre les deux points M et N par $v = V_m \sin \omega t$.

Déterminer numériquement cette différence de potentiel, sachant que sa valeur efficace est de 20 volts.

2° La température du calorimètre augmentant de 2 degrés en 7 minutes, quelle est la valeur de R, sachant que J = 4,2 joules ?

3° L'intensité maximum étant la même dans les deux dérivations et l'ampèremètre G marquant 1,73 ampère ($\sqrt{3} = 1{,}73$), quelle est, en fonction du temps, l'intensité, à l'instant t, dans le solénoïde S ?

En déduire quelle serait la puissance consommée dans cette dérivation.

(Grenoble, 1930.)

94. Dans l'entrefer d'un électro-aimant, règne un champ uniforme horizontal H de 12 000 gauss, perpendiculaire aux faces en regard des pièces polaires; chaque face a la forme d'un carré, dont les côtés ont pour longueur $l = 10$ cm et sont horizontaux et verticaux. On admettra que le champ magnétique en dehors de l'entrefer est négligeable. Un pendule simple, dont le fil passe à travers l'entrefer, oscille dans un plan perpendiculaire au champ.

1° Calculer la longueur à donner au fil pour que la période du pendule soit T = 2 secondes. On donne $g = 980$ C. G. S.

2° Le point d'attache du pendule est à 85 cm au-dessus du bord supérieur de l'entrefer. Le fil du pendule est en cuivre. Un circuit C est formé en utilisant le fil du pendule et des conducteurs très souples et très légers passant en dehors de l'entrefer. L'amplitude angulaire des oscillations du pendule est $\alpha = 0{,}03$ radian.

On précisera par une figure, pour un sens du champ et un sens de déplacement du pendule donnés, le sens de la force électromotrice créée dans le fil. Etablir la formule qui donne, en fonction de T, l, H, α et du temps, la valeur de cette force électromotrice. Calculer en millivolts la valeur numérique de la force électromotrice au passage du pendule par la position d'équilibre.

3° Le circuit C a une résistance totale de 10 ohms et une self-induction négligeable. Calculer la valeur de l'intensité i en milliampères.

4° Montrer qu'en raison de l'existence du courant i, l'énergie mécanique du pendule doit diminuer constamment. Calculer approximativement quelle est la diminution d'énergie mécanique au bout d'une période. En déduire la diminution de l'amplitude α au bout d'une période. La masse oscillante du pendule sera prise égale à 50 g et l'amplitude initiale égale à 0,03 radian.

NOTA. — Pour des angles x inférieurs ou égaux à 0,03 radian, on pourra toujours poser $\operatorname{tg} x = x$, si x est évalué en radians. On rappelle que la dérivée de $\sin ax$ est $a \cos ax$ et que celle de $\cos ax$ est $-a \sin ax$.

(Poitiers, 1944.)

95. 1° Un cadre de forme carrée dont le côté moyen a 5 cm de longueur porte 200 tours de fil de cuivre, isolé, de 1/10 de mm de diamètre. Sachant qu'un fil de même substance et de 1 mm de diamètre a une résistance de 26 ohms au km, calculer la résistance du cadre.

Quelle différence de potentiel faut-il appliquer aux extrémités de son enroulement pour qu'il soit parcouru par un courant de 1/100 d'ampère ?

2° Ce circuit étant parcouru par le courant précédent est placé dans un champ magnétique uniforme, horizontal, d'une intensité de 100 gauss, perpendiculaire aux deux côtés verticaux du carré et faisant un angle α avec les deux côtés horizontaux.

Calculer en fonction de α les intensités des forces électromagnétiques appliquées aux quatre côtés du cadre et la somme de leurs moments par rapport à un axe vertical Z'Z passant par le milieu du cadre. Calculer ce moment en unités C. G. S. pour $\alpha = 0°$, $\alpha = 60°$ et $\alpha = 90°$.

3° Le champ H garde une intensité constante de 100 gauss mais sa direction tourne autour de l'axe Z'Z d'un mouvement uniforme à la vitesse de 50 tours par seconde (champ tournant). Le cadre est fixe et son enroulement est fermé sur lui-même.

Montrer qu'il est parcouru par un courant alternatif dont on calculera l'intensité efficace en ampères. (On négligera la réactance de l'enroulement vis-à-vis de sa résistance.)

4° Calculer à un instant quelconque t le moment des forces électromagnétiques qui agissent sur le cadre fixe placé dans le champ tournant. Calculer la valeur moyenne de ce moment pendant une période du courant.

Que va-t-il se passer si le cadre peut tourner librement autour de l'axe Z'Z ?

(Bordeaux, 1945.)

96. L'intensité d'un courant alternatif est donnée en fonction du temps par la relation $i = 3 \sin 100 \pi t$ (t en secondes, 100π en radians).

1° Ce courant alimente un électro-aimant dont la bobine a une résistance de 5 ohms. Devant le noyau de cet électro-aimant, on a tendu une corde en fer de 40 cm de longueur et de 1/4 de mm² de section. Par quel poids faut-il tendre cette corde pour qu'elle vibre en un seul fuseau lors du passage du courant ? On expliquera le phénomène.

2° Quelle est la quantité de chaleur dégagée dans la bobine pendant un temps égal à 2 000 périodes ?

3° Le facteur de puissance est 0,6. Quelle est la différence de potentiel efficace aux bornes de l'électro-aimant ? Pour répondre à cette question, on négligera l'échauffement du noyau de fer provoqué par l'hystérésis.

Densité du fer = 7,8 g/cm³. $g = 980$ C. G. S.

$J = 4{,}18$ joules par calorie.

(Strasbourg, 1938.)

97. La bobine d'un électro-aimant est alimentée par un courant alternatif dont la valeur de l'intensité, à l'instant t, est :

$$i = I_m \sin \omega t.$$

L'intensité, mesurée par un ampèremètre thermique, est de 2 ampères. La résistance de la bobine est de 5 ohms.

Devant le noyau de l'électro-aimant est tendue une corde de fer de longueur $l = 40{,}2$ cm, de section :

$$\frac{1}{2} = \text{mm}^2.$$

La corde vibre en donnant le son fondamental quand elle est tendue par un poids de masse M.

Une deuxième corde en fer, de même section

$$s = \frac{1}{2} \text{ mm}^2,$$

de longueur $l' = 39{,}8$ cm, vibre également, lorsqu'elle est tendue devant le même électro-aimant, en rendant le son fondamental, lorsque le poids tenseur a une masse M'.

1° Calculer la fréquence du courant alternatif et la masse M, sachant que la différence des masses M et M' est de 400 g.

2° On suppose que la seule puissance consommée par l'électro-aimant est celle qui correspond à l'effet Joule. Calculer la valeur à l'instant t de la différence de potentiel aux bornes de la bobine, sachant en outre que le facteur de puissance est 0,866.

Densité du fer : 7,8; $g = 980$ C. G. S.

(Clermont, 1930.)

98. 1° La vitesse de propagation d'un ébranlement le long d'une corde tendue est égale à $\sqrt{\frac{F}{d}}$, en désignant par F la force de tension et par d la densité linéaire (masse par unité de longueur). Déduire de cette expression la formule générale donnant la fréquence des sons produits par une corde vibrante de longueur l.

2° Calculer en kg-force la tension d'une corde de violoncelle donnant à vide la note ut_1 (son fondamental), sachant que la longueur de cette corde est égale à 70 cm et que le poids par mètre, sous tension, est voisin de 15 g. Le la normal (la_3) correspond à la fréquence 435.

3° La partie moyenne d'un fil de fer tendu est placée entre les pôles d'un électro-aimant excité par du courant alternatif. On augmente progressivement la tension jusqu'à ce que le fil attiré par les pièces polaires, se mette à vibrer fortement par résonance. Le fil a 50 cm de longueur, son poids par mètre est égal à 4 g et l'amplitude maximum de vibration est obtenue pour une tension de 4 mégadynes. Déduire de ces données la fréquence du courant alternatif. Entre quelles notes de la gamme de Zarlin se place le son produit par la corde dans ces conditions ?

(Lyon, 1931.)

99. Une chute d'eau d'un débit de 3 m³ par seconde tombe d'une hauteur de 15 m et actionne une turbine hydraulique accouplée à un alternateur monophasé ayant 8 pôles inducteurs successivement de noms contraires et tournant à 750 tours par minute. Le courant produit par cet alternateur alimente une bobine de fil branchée directement aux bornes de la génératrice. Sur ces bornes, on relève une tension efficace de 2 200 volts; sachant que le facteur de puissance du circuit de la bobine est de 0,80, on demande :

1° la fréquence du courant produit par l'alternateur,

2° la puissance de l'alternateur en chevaux et en kilowatts quand il débite sur la bobine, en tenant compte que le rendement de la turbine est de 80 % et celui de l'alternateur de 90 %.

3° l'intensité efficace circulant dans la bobine dans ces conditions;

4° le rapport de la self-induction à la résistance de la bobine, en supposant que sa capacité soit nulle;

5° ce que deviendrait ce rapport dans cette hypothèse où la capacité de la bobine est nulle, si le facteur de puissance était égal à l'unité, et quel serait alors le décalage de la tension sur le courant;

6° l'intensité efficace dans ce dernier cas, la tension aux bornes de la bobine étant alors de 2 300 volts efficaces.

(Salonique, 1933.)

100. Un ascenseur est constitué par une poulie P pouvant tourner autour de son axe horizontal et un câble passant sur cette poulie. Aux extrémités de ce câble sont attachés, d'un côté la cage A et de l'autre un contrepoids B. Ce dernier pèse 930 kg. On néglige le poids du câble, la masse de la poulie, les frottements et la résistance de l'air.

1° On demande quel sera le sens et la nature du mouvement lorsqu'on abandonne le système à lui-même. Calculer le chemin parcouru par la cage A et sa vitesse après 20 secondes de chute. Comparer ces résultats aux valeurs correspondantes d'une chute libre durant le même temps.

2° Pour faire remonter la cage A, on rend l'axe de la poulie solidaire de l'arbre d'un moteur électrique qui communique une vitesse ascendante constante égale à 7,5 m/s. Calculer l'énergie cinétique du système. Calculer en chevaux-vapeur la puissance que le moteur doit fournir pour maintenir ce mouvement uniforme.

3° Ce moteur est alimenté par un circuit alternatif de 20 ampères efficaces sous une tension efficace de 600 volts. Le facteur de puissance est égal à 5/6. Calculer son rendement, rapport de la puissance mécanique obtenue à la puissance électrique absorbée.

On prendra $g = 9{,}8$ m/s/s.

(Bordeaux, 1930.)

101. Un moteur à explosion à quatre temps consomme 10 m³ de gaz à l'heure dégageant 7 000 kilocalories par mètre cube. Le volant fait 1 200 tours par minute. Le diagramme de ce moteur fourni par un manographe a une surface de 10 cm²; il est tel que 1 mm d'ordonnée correspond à une variation de pression de 1/10e de kilogramme par cm² et 1 mm d'abscisse à une variation de volume de 250 cm³. Les frottements dans les transmissions absorbent 1/10 de la puissance.

1° Quelle est la puissance utile de ce moteur, exprimée en chevaux-vapeur et en kilowatts; et quel est son rendement ?

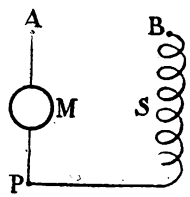
2° Le volant du moteur forme le rotor d'un alternateur monophasé; il porte 10 pièces polaires en tout, nord et sud, régulièrement disposées. Quelle est la fréquence du courant alternatif produit ? — On se sert de ce courant pour faire fonctionner un arc électrique qui éclaire une roue munie de 10 rayons tous semblables et équidistants. On fait tourner la roue avec une vitesse croissante jusqu'à ce qu'elle paraisse immobile, puis on maintient constante la vitesse. Combien la roue fait-elle alors de tours par seconde ?

3° L'alternateur a un rendement de 0,80 et une force électromotrice efficace de 500 volts; il envoie dans un circuit un courant de 50 ampères efficaces. Quel est le facteur de puissance de ce circuit ?

On prendra : $g = 9{,}81$ m/s/s et comme équivalent mécanique de la kilocalorie : $J = 425$ kilogrammètres.

(La Réunion, 1933.)

102. Entre les pôles A et B d'un secteur alternatif, on place en série un moteur M et une self S.



1° Quelle est en kilowatts-heure la consommation du moteur pendant 10 minutes, sachant que sa puissance mécanique est de 100 CV et son rendement 0,8 ?

2° Quelle est la tension efficace aux bornes A et P du moteur, sachant que l'intensité efficace du courant qui le traverse est 200 ampères et que le courant est décalé de 30° en arrière sur la tension aux bornes A et P ?

3° La tension aux bornes P et B de la self est de 250 volts et le courant dans la self en retard de 60° sur cette tension. Quelle est la tension totale du secteur entre A et B et son décalage sur le courant ?

4° Quelle résistance non inductive faudrait-il intercaler entre A et B à la place du moteur et de la self pour que la consommation d'énergie soit la même que précédemment ?

(Clermont, 1941.)

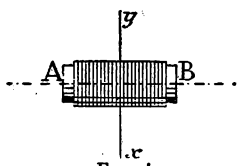


FIG. 1.

103. 1° Une bobine, de 20 cm de longueur, est faite avec un fil de cuivre enroulé régulièrement sur un cylindre, à raison de 20 spires par centimètre de longueur; la surface moyenne des spires est de 100 cm². L'axe AB de la bobine (fig. 1) est horizontal et elle peut tourner autour d'une droite xy verticale, passant par son centre. Cette bobine, placée dans le champ magnétique terrestre, dont la composante horizontale est $H = 0{,}2$ gauss, est traversée par un certain flux. On désignera

par α l'angle que fait l'axe AB de la bobine avec la direction de la composante horizontale du champ. On demande de donner l'expression du flux pour cette valeur α et de calculer sa valeur numérique pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 60°$.

2° La bobine, tournant autour de xy, avec une vitesse angulaire constante et faisant 20 tours par seconde, est alors le siège d'une force électromotrice d'induction. Comment varie celle-ci en fonction du temps ? Calculer sa valeur efficace.

3° Au moyen d'un dispositif approprié, les extrémités de la bobine sont reliées de façon permanente, pendant la rotation, à un circuit extérieur dans lequel on a placé une bobine C fixe, sans fer, et un milliampèremètre thermique. La résistance totale du circuit est de 12 ohms, celle de l'ampèremètre étant négligeable; cet instrument indique un courant de 0,000 454 ampère.

Calculer, en joules, l'énergie dépensée par seconde dans le circuit sous forme de chaleur, et donner la valeur du facteur de puissance du circuit.

4° On monte, en série avec l'ensemble des deux bobines précédentes AB et C, un deuxième appareil identique au premier (fig. 2), et l'on fait tourner les deux bobines AB et A'B' avec la même vitesse angulaire que ci-dessus. On demande de calculer la force électromotrice totale et le courant passant dans le circuit : *a*) quand les axes des deux bobines sont constamment parallèles; *b*) quand les directions de ces axes font entre elles un angle φ. Faire le calcul numérique pour $\varphi = 0$ et $\varphi = 90°$.

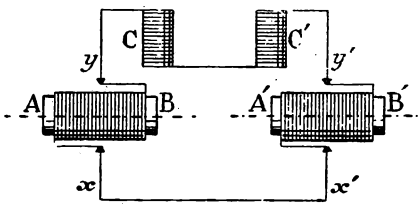


FIG. 2.

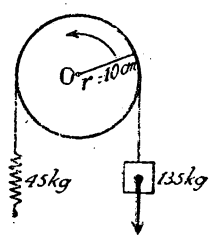
(Paris, 1939.)

104. 1° Pour déterminer la puissance effective d'une machine à vapeur à double effet, on fait passer sur la jante de son volant une sangle dont l'une des extrémités est accrochée à un peson qui marque 45 kg et l'autre est tendue par un poids de 135 kg; le diamètre de la jante étant 20 cm. et sa vitesse de rotation 4 tours/s, déterminer en CV et en kilowatts la puissance effective de la machine.

$g = 9{,}8$ m/s².

2° Calculer, en millithermies, la quantité de chaleur produite en une seconde par le frottement de la sangle sur la jante. Equivalent mécanique de la millithermie : 426 kgm.

3° Le rendement du système qui transmet à la jante le travail fourni par la vapeur sur le piston est 0,8. L'aire d'un diagramme de Watt est 20 cm² et 1 cm sur son axe des volumes correspond à 1/5 de litre. Déterminer la variation de pression, en kg/cm², qui correspond à 1 cm de l'axe des ordonnées.



4° Le rendement thermique de la machine est 0,15. Calculer, en millithermies, les quantités de chaleur reçue par seconde par la chaudière et restituée par seconde au condenseur.

5° La température de la chaudière étant de 160° centésimaux, calculer la température du condenseur de façon que le rendement maximum de la machine soit de 0,25.

6° La machine entraîne un alternateur : les 9/10 de l'énergie disponible sur l'arbre sont transformés en énergie électrique utilisable dans le circuit extérieur. La d. d. p. efficace aux bornes de l'alternateur est 125 volts; le facteur de puissance du circuit est cos $\varphi = 0{,}85$. Quelle est l'intensité efficace du courant débité dans le circuit ?

(Lille, 1944.)

105. 1° Un courant alternatif sinusoïdal de fréquence $\frac{300}{2\pi}$ passe dans une résistance de 10 ohms, immergée dans un calorimètre dont la masse en eau est de 1 000 g, et dans une self L, de résistance négligeable, placée en série. Au bout de 2 minutes, l'élévation de température du calorimètre est de 7,14 degrés. Calculer l'intensité efficace du courant alternatif.

2° La différence de potentiel efficace appliquée aux bornes de l'ensemble étant 125 volts, quelle est la valeur de la self L ?

3° Dans une deuxième expérience, le courant alternatif précédent est remplacé par un autre de fréquence $\frac{600}{2\pi}$, la d. d. p. efficace aux bornes étant maintenue égale à 125 volts. Quelle est la nouvelle valeur de l'intensité efficace ?

4° On monte enfin en série, à la suite de la self et de la résistance, un condensateur de capacité variable C. Calculer les valeurs de C qui rendent maximum l'intensité du courant de fréquence $\frac{300}{2\pi}$ et celle du courant de fréquence $\frac{600}{2\pi}$. Quelle est cette intensité maximum ?

N. B. — On prendra pour équivalent mécanique de la calorie J = 4,2 joules.

(Bordeaux, 1943.)

106. Deux dérivations *AmB* et *AnB* d'un circuit alternatif sont parcourues par des courants de même fréquence et d'intensités efficaces respectivement de 8 ampères dans *AmB* et de 4 ampères dans *AnB*. La branche *AmB* ne renferme ni self ni capacité. La branche *AnB* est constituée de telle sorte que le courant qui la traverse est en retard de 1/4 de période sur celui qui passe dans *AmB*. La tension efficace entre A et B est 110 volts.

1° Quelle est la différence de phase du courant résultant avec les courants partiels ?

2° Ecrire l'expression de l'intensité du courant qui résulte de la superposition des deux précédents dans le fil unique.

On traitera le problème par le calcul et on donnera également la solution graphique.

Calculer les puissances absorbées dans les deux branches de la dérivation.

(Rennes, 1944.)

107. 1° Une bobine circulaire allongée B à axe horizontal porte 20 tours de fil par cm. Elle est traversée par un courant de 10 ampères. Quelle est la direction et l'intensité du champ magnétique au centre de la bobine ?

2° Au centre de B et perpendiculairement à son axe on place une petite bobine *b* formée de 10 spires de fil. Chaque spire a une surface de 100 cm². Quel est le flux d'induction qui traverse la bobine *b* ?

Que devient ce flux quand la normale à *b* fait un angle α avec l'axe de B ?

3° Que se produit-il dans la bobine *b* quand on la fait tourner autour d'un axe vertical d'un mouvement uniforme avec une vitesse de 40 tours par seconde ?

4° On forme avec la bobine *b* en rotation un circuit présentant une résistance de 1 ohm et une self-induction de 1 henry.

Quelle est l'intensité efficace qui traverse le circuit ?

Quelle capacité, exprimée en farads, faudrait-il mettre dans le circuit pour neutraliser l'effet de la self précédente ?

N. B. — On prendra $4\pi = 12{,}5$ dans les calculs.

(Montpellier, 1944.)

108. 1° Une usine hydroélectrique exploite une chute d'eau dont le débit maximum est de 50 m^3 par seconde et la dénivelée de 252 m.

Chacune des turbines utilisées, de rendement 0,85 et tournant à la vitesse de 1 000 tours à la minute, entraîne un alternateur (supposé monophasé) de 20 000 kilovolts-ampères fournissant un courant alternatif sinusoïdal de fréquence 50.

Combien de groupes générateurs (turbine-alternateur) l'usine possède-t-elle ?

Combien chaque rotor d'alternateur possède-t-il de pôles magnétiques ?

On donne l'accélération de la pesanteur $g = 9{,}80$ unités M. T. S.

2° Après plusieurs transformations des tensions, on utilise le courant produit. On maintient entre deux bornes A et B une différence de potentiel de valeur efficace V = 110 volts. On dispose d'autre part d'une résistance non inductive $R_1 = 200$ ohms et d'une résistance inductive S dont le coefficient de self-induction L est égal à 1 henry et dont la résistance ohmique est $R_2 = 100$ ohms. Enfin, on possède un ampèremètre thermique de résistance intérieure et de self-induction négligeables.

Entre A et B, on intercale en série l'ampèremètre et la résistance R_1. Quelle est l'indication de l'ampèremètre ?

Même question lorsqu'on met en série avec l'ampèremètre la self S seule, et enfin lorsqu'on met en série avec lui à la fois la résistance R_1 et la self S.

Dans ce dernier cas, quelles sont les différences de potentiel efficaces V_1 et V_2 existant respectivement entre les bornes de la résistance R_1 et entre les bornes de la self S ?

Evaluer les différences de phase φ_1 entre V et V_1 et φ_2 entre V et V_2.

(On aura intérêt à s'aider de la représentation graphique des différences de potentiel suivant la méthode de Fresnel.)

(Toulouse, 1945.)

109. 1° On maintient une tension alternative sinusoïdale de fréquence 50 et de valeur efficace V = 100 volts entre les extrémités M et N d'un circuit comprenant, disposées en série, une bobine de résistance négligeable, de self-inductance L = 0,318 henry, et une résistance R = 100 ohms sans self-inductance. Quelles sont alors l'intensité efficace du courant, les tensions efficaces aux bornes de chacun des deux appareils et les puissances absorbées par chacun d'eux ?

2° Quelle doit être la capacité C du condensateur disposé en série avec les deux appareils précédents pour que l'intensité du courant soit en phase avec la tension aux bornes M et N ? Quelles sont alors l'intensité efficace du courant et les tensions aux bornes des trois appareils ?

3° On dispose le condensateur C, dont on vient de calculer la capacité en dérivation aux bornes de la bobine. Montrer que l'intensité du courant est alors nulle dans la résistance R. Quelles sont la tension efficace aux bornes de la bobine et les intensités efficaces des courants qui traversent la bobine et le condensateur ?

On prendra : $\frac{1}{\pi} = 0{,}318$.

(Lyon, 1946.)

110. Une *ligne* de résistance R = 2 ohms amène un courant alternatif de fréquence 50 à un compteur. La différence de potentiel efficace aux bornes du compteur sera supposée constante et égale à 120 volts.

1° Un *appareil de chauffage* branché après le compteur fonctionne pendant 5 heures. Le compteur indique une consommation de 6 kilowatts-heure (kWh). Calculer l'intensité efficace du courant qui passe dans la ligne et la perte d'énergie (en kWh) dans la ligne pendant ces 5 heures. On supposera que l'appareil de chauffage est formé d'une résistance sans self.

2° On remplace cet appareil par un *moteur* qui fonctionne avec un facteur de puissance cos $\varphi = 0{,}80$. Mêmes questions, sachant qu'en 5 heures la consommation est aussi de 6 kWh.

3° Aux bornes du compteur, on met seulement un *condensateur* de 10 microfarads. Calculer de même l'intensité du courant, la perte en ligne pendant 5 heures et la consommation indiquée par le compteur pour ces 5 heures.

4° On branche de nouveau le moteur comme au 2°. Montrer qu'un condensateur disposé entre ses bornes améliore le facteur de puissance *dans la ligne*. Calculer pour quelle valeur de la capacité le facteur de puissance dans la ligne devient égal à 1.

5° Le moteur et l'appareil de chauffage sont branchés en dérivation aux bornes du compteur. Il n'y a pas de condensateur. Calculer le facteur de puissance dans la ligne.

N. B. — On remarquera que les parties de ce problème sont indépendantes. En particulier, on pourra traiter le n° 5 avant le n° 4

(Paris, 1947.)

TABLE DES MATIÈRES

Pages

EXTRAIT DES PROGRAMMES OFFICIELS DU 18 AVRIL 1947 (Physique, Classe de Mathématiques) 5

CHAPITRE PREMIER

MESURE DES GRANDEURS. — ERREURS ABSOLUES ET ERREURS RELATIVES

Mesure d'une grandeur 7
Mesure approchée 7
Erreur absolue 8
Erreur relative 8
Précision des résultats 8
Théorème des erreurs absolues 9
Théorème des erreurs relatives 9
Exemple de calcul d'erreur 10
Chiffres significatifs 11
Formules d'approximation 11

CHAPITRE II

NOTIONS DE CINEMATIQUE

Relativité du mouvement 14
Equation du mouvement 14
Mouvement rectiligne uniforme 15
Mouvement quelconque. Vitesse moyenne 15
Vitesse vraie à un instant donné 15

Etude de quelques mouvements simples.

Mouvement rectiligne uniformément accéléré 15
Mouvement rectiligne uniformément retardé 18
Mouvement circulaire uniforme 18
Mouvement curviligne quelconque 20

DYNAMIQUE

CHAPITRE III

CHUTE DES CORPS DANS LE VIDE

Lois de la chute des corps 22
Tube de Newton 23

Vérification expérimentale.

Appareil de Morin 24
Appareil à lame vibrante 27
Chronophotographie 28
Application numérique 29
Problèmes 30

CHAPITRE IV

RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

Pages

Principe fondamental 32
Définition de la masse 33
Formule fondamentale de la dynamique 33
Définition dynamique de la masse 34
Propriétés de la masse 34
Unités de masse et de poids 35
Machine d'Atwood 36
Forces de liaison. Généralisation du principe de la dynamique 39
Enoncé du principe fondamental 39
Forces d'inertie. Autre énoncé du principe fondamental 40
Problèmes 41

CHAPITRE V

APPLICATION DE LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

Mouvement d'un projectile dans le vide.

Equations du mouvement 43
Forme de la trajectoire 44
Calcul de la vitesse 44

Tension des fils.

Tension d'un fil dans le repos 45
Tension d'un fil pendant le mouvement 45
Problèmes 47

CHAPITRE VI

MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

Définitions 48
Calcul de l'accélération 48
Force à laquelle est soumis le mobile 50
Force centrifuge 50
Problème 50
Régulateur à force centrifuge 52
Equilibre du cycliste dans un tournant. Inclinaison de la piste des vélodromes 53
Effets de la force centrifuge 54
Problèmes 55

CHAPITRE VII

MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOIDAL

Définitions 56
Vitesse et accélération 57
Force agissante 58
Application : oscillations d'un ressort à boudin 58
Problèmes 60

CHAPITRE VIII

RESISTANCE DE L'AIR

Mouvement des corps dans l'air 61
Facteurs dont dépend la résistance de l'air 62
Existence d'une vitesse limite de chute dans l'air 63

Application : principe des aéroplanes. Pages

Résistance de l'air sur une surface plane en mouvement 65
Application aux avions 66
Problèmes 68

CHAPITRE IX

ATTRACTION UNIVERSELLE

Loi de Newton 69
Théorèmes 70
Masse et densité moyenne de la terre 70
Mouvement des planètes 71
Variation du poids d'un corps avec l'altitude 72
Expérience de von Jolly 73
Problèmes 73

CHAPITRL X

TRAVAIL DES FORCES

Travail d'une force 74
Cas de la pesanteur 75
Théorème 76

CHAPITRE XI

SYSTEMES D'UNITES

Choix des unités de mesures 77

Système C. G. S.

Unités fondamentales 78
Unités dérivées 79
Unités pratiques 80

Système M. T. S.

Unités fondamentales 80
Unités dérivées 80

Système M. Kp. S.

Unités fondamentales 81
Unité de masse : kilogramme-masse 82
Unités dérivées 83
Relations entre quelques unités 83
Equations de dimensions 84
Applications 85
Problèmes 86

CHAPITRE XII

THEOREME DES FORCES VIVES

Force vive ou énergie cinétique 87
Calcul de la force vive d'un corps solide 88
Enoncé du théorème des forces vives 89
Démonstration dans le cas d'un point matériel 90

Application du théorème des forces vives.

Point matériel en mouvement dans le champ de la pesanteur 91
Plan incliné 91
Machine d'Atwood 93
Vitesse du pendule simple 94
Problèmes 95

CHAPITRE XIII

PENDULE PESANT

Définitions 96
Pendule simple et pendule composé 97

Pendule simple.

Lois du pendule simple 97
Formule du pendule simple 99
Application numérique 101

Pendule composé.

Formule du pendule composé 102
Cas particuliers 103
Pendule réversible 104
Pendule de Kater 104

Applications du pendule.

Régulation des horloges 106
Mesure de g 107
Problèmes 110

ÉNERGIE

CHAPITRE XIV

ENERGIE MECANIQUE

Energie potentielle 113
Energie cinétique 114
Transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique et transformation inverse. Energie mécanique 115
Rôle du volant dans une machine 116
Marteau 118
Problèmes 119

CHAPITRE XV

PRINCIPE DE L'EQUIVALENCE. EQUIVALENT MECANIQUE DE LA CALORIE

Transformation du travail en chaleur 120
Transformation d'énergie cinétique en chaleur 121
Transformation de la chaleur en travail 121
Equivalence de la chaleur et du travail 121
Enoncé du principe de l'équivalence dans le cas d'un cycle fermé 122
Mesure de J. Expérience de Joule 122
Principe des méthodes modernes de mesure de J 125
Valeur de J dans les différents systèmes d'unités 127
Problèmes 127

CHAPITRE XVI

MOTEURS THERMIQUES

I. — Machine à vapeur.

Principe de la machine à vapeur à piston 131
1° Chaudière 131
2° Cylindre et piston 133
3° Transmission du mouvement 136
Turbines à vapeur 136

II. — **Moteurs à combustion interne.**

Pages
Principe 137
Moteur à explosion à quatre temps 137
Mécanisme 139
Problèmes 139

CHAPITRE XVII

DIAGRAMME D'UN MOTEUR THERMIQUE. INDICATEUR DE WATT

Diagramme d'une machine à vapeur.

Diagramme théorique sans détente 141
Diagramme théorique avec détente 142
Diagramme réel 143

Diagramme d'un moteur à explosion.

Diagramme théorique 143
Diagramme réel 144
Indicateur de Watt 145
Problèmes 146

CHAPITRE XVIII

RENDEMENT D'UNE MACHINE THERMIQUE PRINCIPE ET THEOREME DE CARNOT

Puissance effective d'une machine thermique. Frein de Prony 147
Puissance indiquée 148
Rendement industriel et rendement théorique d'une machine thermique.... 148
Amélioration du rendement industriel 150
Amélioration du rendement thermique 150

PRINCIPE ET THEOREME DE CARNOT

Principe de Carnot 150
Expression du rendement théorique 151
Conditions du rendement maximum 151
Valeur du rendement théorique maximum. Théorème de Carnot 151
Course aux hautes températures 152
Caractères du principe de Carnot. Rôle de la température 153
Problèmes 153

CHAPITRE XIX

DIVERSES FORMES DE L'ENERGIE. LEURS TRANSFORMATIONS

Energie mécanique 156
Energie calorifique 157
Energie chimique 158
Energie électrique 158
Energie rayonnante 159
Conservation de l'énergie 160
La chaleur est une forme dégradée de l'énergie 161
Problèmes 161

PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

CHAPITRE XX

MOUVEMENTS PENDULAIRES

Pages

Mouvement du pendule pesant 163
Généralisation du mouvement pendulaire 164
Autre exemple de mouvement pendulaire sinusoïdal : pendule magnétique... 164
Mouvements pendulaires sinusoïdaux vrais .
1° Pendule de torsion 165
2° Pendule spiral 166
Problème 167

CHAPITRE XXI

GENERALITES SUR LES MOUVEMENTS VIBRATOIRES

Mouvements périodiques 169
Mouvements vibratoires 169
La différence de phase entre deux mouvements vibratoires est un angle.... 170
Entretien d'un mouvement vibratoire 171

Etude expérimentale d'un mouvement vibratoire.

Inscription graphique 172
Miroir tournant 173
Stroboscopie 174

CHAPITRE XXII

PROROGATION D'UN MOUVEMENT VIBRATOIRE

I. — Propagation d'un ébranlement.

Exemples de propagation d'un ébranlement transversal 178
Exemples de propagation d'un ébranlement longitudinal 179
Vitesse de propagation 179

II. — Propagation d'un mouvement vibratoire.

Propagation d'un mouvement périodique. Longueur d'onde 180
Etude analytique du mouvement vibratoire d'un point situé à la distance x de la source vibrante 181
Problèmes 184

CHAPITRE XXIII

COMPOSITION DE DEUX MOUVEMENTS VIBRATOIRES INTERFERENCES

Composition des mouvements vibratoires. Principe de la superposition des petits mouvements 185
Interférences 185
Etude analytique des phénomènes d'interférences à la surface d'un liquide... 188
Composition des mouvements sinusoïdaux dirigés suivant la même droite, de même période et d'amplitudes différentes 189
Construction de Fresnel 190
Composition de deux mouvements vibratoires de même direction et de périodes très voisines. Phénomène des battements 191
Problème 193

Les Instructions officielles recommandent aux élèves la lecture d'ouvrages de vulgarisation scientifique.

Les Editions Magnard vous offrent une liste de titres à leur intention :

MASSAIN

Agrégé des Sciences Physiques
Professeur au Lycée Janson-de-Sailly

PHYSIQUE ET PHYSICIENS
CHIMIE ET CHIMISTES

Préface de Louis de BROGLIE
Prix Nobel de Physique

✦ Ces deux ouvrages vous captiveront en vous faisant comprendre l'évolution historique des Sciences Physiques.

Pierre DEVAUX

Ancien Élève de l'École Polytechnique
Ingénieur

LES AVENTURIERS DE LA SCIENCE

WATT - AMPÈRE - Évariste GALOIS - ÉDISON - CHARCOT

✦ Vous éprouverez, avec ces chercheurs, les joies puissantes de la **Découverte.**

●

DES LENDEMAINS QUI FLAMBENT !

HISTORIQUE DE LA THÉORIE ATOMIQUE

✦ La meilleure vulgarisation scientifique.
✦ Des Égyptiens aux usines d'Oak-Ridge.
✦ Anéantissement total ou Age d'Or ?

Aux ÉDITIONS MAGNARD, 122, bd Saint-Germain, PARIS-6e